

НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ, ПОСВЯЩЕННАЯ 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Ф. И. ФЕДОРОВА



Гомель
2021

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Отделение физики, математики и информатики
Национальной академии наук Беларуси

Государственное научное учреждение
«Институт физики имени Б. И. Степанова
Национальной академии наук Беларуси»

НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ, ПОСВЯЩЕННАЯ 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Ф. И. ФЕДОРОВА

(Гомель, 25 июня 2021 года)

Сборник материалов

Научное электронное издание

Гомель
ГГУ им. Ф. Скорины
2021

ISBN 978-985-577-785-5

© Учреждение образования
«Гомельский государственный
университет имени Франциска
Скорины», 2021

Научная конференция, посвященная 110-летию со дня рождения Ф. И. Федорова (Гомель, 25 июня 2021 года) [Электронный ресурс] : сборник материалов / Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины, отделение физики, математики и информатики Национальной академии наук Беларуси, государственное научное учреждение «Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси» ; редкол. : С. А. Хахомов (гл. ред.) [и др.]. – Электронные текстовые данные (12 МБ). – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2021. – Системные требования: IE от 11 версии и выше или любой актуальный браузер, скорость доступа от 56 кбит. – Режим доступа: <http://conference.gsu.by>. – Заглавие с экрана.

В сборнике помещены материалы докладов конференции, посвященной 110-летию со дня рождения Ф. И. Федорова, по следующим направлениям: электродинамика кристаллов и метаматериалов (оптический, СВЧ и терагерцовый диапазоны), акустика кристаллов (упругие волны, фотоакустика, акустооптика), теория фундаментальных взаимодействий (электрослабые свойства микрочастиц, электродинамические и адронные процессы взаимодействия, гравитация), новые материалы и технологии (физика лазеров и лазерные технологии, ионно-лучевые и плазменные технологии, формирование структуры и свойства покрытий).

Адресуется научным работникам, аспирантам, магистрантам, студентам.

Материалы публикуются в соответствии с оригиналом, подготовленным редакционной коллегией, при участии издательства.

Редакционная коллегия:

С. А. Хахомов (главный редактор),
И. В. Семченко (заместитель главного редактора), О. М. Демиденко,
Ю. В. Никитюк, Н. В. Максименко, А. В. Рогачев, Д. Л. Коваленко,
А. Л. Самофалов, О. М. Дерюжкова,
А. А. Середа, Г. А. Баевич.

ГГУ имени Ф. Скорины
246028, Гомель, ул. Советская, 104,
тел. (232) 50-49-03, 50-38-59
<http://www.gsu.by>

© Учреждение образования
«Гомельский государственный
университет имени Франциска
Скорины», 2021



**Федор Иванович Федоров
(19.06.1911–13.10.1994)**

*Конференция,
посвященная 110-летию
со дня рождения Ф. И. Федорова*

**25 июня 2021 года
Гомель, Беларусь**

Конференция посвящена 110-летию со дня рождения Ф. И. Федорова – выдающегося физика-теоретика, академика Национальной академии наук Беларуси (1966; чл.-корр. с 1956), доктора физико-математических наук (1955), профессора (1957), заслуженного деятеля науки БССР (1968), лауреата Государственных премий БССР (1972) и СССР (1976), Героя Социалистического Труда (1978), награжденного орденами Ленина (1971, 1978), Трудового Красного Знамени (1949), «Знак Почета» (1953), медалями, автора более 300 научных трудов, в т. ч. 6 монографий, а также научного открытия «сдвиг Федорова» (явление бокового смещения луча света при отражении; диплом на научное открытие выдан в 1980 г.). Конференция будет работать по направлениям, в развитие которых Ф. И. Федоров внес существенный вклад: электродинамика кристаллов и метаматериалов (оптический, СВЧ и терагерцовый диапазоны), акустика кристаллов (упругие волны, фотоакустика, акустооптика), теория фундаментальных взаимодействий (электрослабые свойства микрочастиц, электродинамические и адронные процессы взаимодействия, гравитация), новые материалы и технологии (физика лазеров и лазерные технологии, ионно-лучевые и плазменные технологии, формирование структуры и свойства покрытий).

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

1. Хахомов Сергей Анатольевич (председатель).
2. Сердюков Анатолий Николаевич, член-корреспондент НАН Беларуси (зам. председателя).
3. Апанасевич Павел Андреевич, академик.
4. Белый Владимир Николаевич, член-корреспондент НАН Беларуси.
5. Богданович Максим Владимирович, директор Института физики НАН Беларуси.
6. Воропай Евгений Семенович, профессор.
7. Гапоненко Сергей Васильевич, академик.
8. Гончаренко Андрей Маркович, академик.
9. Казак Николай Станиславович, академик.
10. Константинова Алиса Федоровна, профессор (Россия).
11. Курочкин Юрий Андреевич, профессор.
12. Максименко Николай Васильевич, профессор.
13. Мышкин Николай Константинович, академик.
14. Орлович Валентин Антонович, академик.
15. Петров Николай Степанович, профессор.
16. Редько Всеволод Петрович, член-корреспондент НАН Беларуси.
17. Рогачев Александр Владимирович, член-корреспондент НАН Беларуси.
18. Сихвола Ари, профессор (Финляндия).
19. Стражев Василий Иванович, профессор.
20. Стренк Веслав, доктор наук (Польша).
21. Третьяков Сергей Анатольевич, профессор (Финляндия).
22. Фурс Александр Николаевич, профессор.
23. Шепелевич Василий Васильевич, профессор.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

1. Семченко Игорь Валентинович, проректор по учебной работе (председатель).
2. Демиденко Олег Михайлович, проректор по научной работе (зам. председателя).
3. Никитюк Юрий Валерьевич, проректор по воспитательной работе (зам. председателя).

4. Коваленко Дмитрий Леонидович, декан факультета физики и информационных технологий (зам. председателя).

5. Дерюжкова Оксана Михайловна, заместитель декана факультета физики и информационных технологий по научной работе (ученый секретарь).

6. Самофалов Андрей Леонидович, заместитель декана факультета физики и информационных технологий по учебной работе (секретарь).

7. Тюменков Геннадий Юрьевич, заведующий кафедрой теоретической физики.

8. Гайшун Владимир Евгеньевич, заведующий кафедрой оптики.

9. Левчук Виктор Дмитриевич, заведующий кафедрой АСОИ.

10. Мышковец Виктор Николаевич, заведующий кафедрой радиофизики и электроники.

11. Шершнев Евгений Борисович, заведующий кафедрой общей физики.

ПОРЯДОК РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

25 июня 2021 г.

13⁰⁰–14³⁰ – открытие конференции, пленарное заседание – корпус 5, ауд. 2-11 (ул. Советская, 102) (онлайн трансляция через Zoom и на YouTube канале факультета физики и информационных технологий).

Ссылка <https://youtu.be/CLNpTK-xBzU>

14³⁰–18⁰⁰ – работа секций (формат – онлайн видеоконференция через Zoom, возможность презентации своего доклада).

Регламент

Доклады на пленарном заседании	–	до 20 минут
Доклады и сообщения в секциях	–	до 10 минут
Участие в дискуссиях	–	до 5 минут

СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

1. «Электродинамика кристаллов и метаматериалов (оптический, СВЧ и терагерцовый диапазоны)»

2. «Акустика кристаллов (упругие волны, фотоакустика, акустооптика)»

3. «Теория фундаментальных взаимодействий (электрослабые свойства микрочастиц, электродинамические и адронные процессы взаимодействия, гравитация)»

4. «Новые материалы и технологии (физика лазеров и лазерные технологии, ионно-лучевые и плазменные технологии, формирование структуры и свойства покрытий)»

ПЛЕНАРНОЕ ЗАСЕДАНИЕ

1. **С. А. Хахомов**, д-р. физ.-мат. наук, доцент, ректор УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь.

Открытие конференции.

2. **В. А. Орлович**, д-р. физ.-мат. наук, академик, академик-секретарь Отделения физики, математики и информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

Академик Ф. И. Федоров – основоположник теоретической физики в Беларуси (к 110-летию со дня рождения).

3. **Ю. А. Курочкин**, д-р. физ.-мат. наук, доцент, заведующий центром «Фундаментальных взаимодействий и астрофизики» ГНУ «Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси», Минск, Беларусь.

Ю. А. Курочкин, Н. Д. Шайковская, Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск, Беларусь.

Метод геометрии Лобачевского в релятивистской кинематике столкновения частиц: специальная система отсчета.

4. **С. Н. Курилкина**, д-р. физ.-мат. наук, профессор, главный научный сотрудник ГНУ «Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси», Минск, Беларусь.

В. Н. Белый¹, С. Н. Курилкина¹, Н. С. Петров², А. Б. Зимин³, Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск, Беларусь; ²ИПК по новым направлениям развития техники, технологий и экономики БНТУ, Минск, Беларусь; ³Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь.

Особые неоднородные электромагнитные волны в поглощающих гиперболических метаматериалах.

АКАДЕМИК Ф. И. ФЕДОРОВ – ОСНОВОПОЛОЖНИК ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ В БЕЛАРУСИ (К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

19 июня 2021 года исполняется 110 лет со дня рождения основоположника теоретической физики в Беларуси, выдающегося советского и белорусского физика-теоретика Федора Ивановича Федорова.

За достижения в своей более чем шестидесятилетней деятельности он удостоен Государственной премии БССР (1972 г.), Государственной премии СССР (1976 г.), награжден Орденами Трудового Красного Знамени (1949 г.), Знак Почета (1953 г.), Ленина (1971 г., 1978 г.), медалями. Ему в 1978 г. присвоено звание Героя



Федор Иванович Федоров

Социалистического Труда. Ф. И. Федоров является автором более 300 научных трудов, в том числе 6 монографий, и одного научного открытия. Федор Иванович – основатель широко известной в мире белорусской научной школы.

Ф. И. Федоров родился в деревне Турець Новогрудского уезда в семье сельского учителя И. М. Федорова, впоследствии известнейшего белорусского детского писателя Янки Мавра. Уже в 20-тилетнем возрасте он окончил физико-математическое отделение педагогического факультета Белгосуниверситета.

С 1931 года работал преподавателем физики и математики педагогического техникума в г. Кричеве, а в 1933 году был направлен на учебу в аспирантуру Физического института при Ленинградском государственном университете. Его научным руководителем был знаменитый физик академик Владимир Александрович Фок. Под его руководством Федор Иванович освоил новейшие методы теоретической физики и, используя только что разработанный метод функционала Фока, рассчитал естественные ширины спектральных линий и сечения рассеяния гамма-квантов на электроны (Комптон-эффект), что составило содержание его кандидатской диссертации, защищенной в 1936 г. Следует отметить актуальность и научную значимость полу-

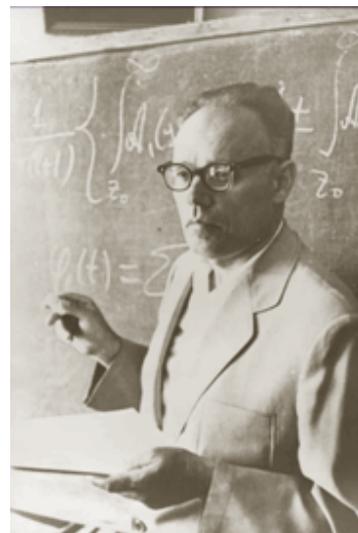
ченных результатов: Комптон-эффект был открыт в 1923 г. (Нобелевская премия 1927 г.) и в 30-х годах был мало исследован.



Иван Фёдоров
(Янка Мавр) с женой
Барварой Фёдоровной
и детьми, 1920-е годы



Янка Мавр, 1952 год



Ф. И. Федоров,
1960-е годы

Молодым кандидатом наук Ф. И. Федоров возвращается на родину, в Белгосуниверситет, где начинается его педагогическая деятельность (доцент, заведующий и профессор кафедры, декан факультета), продолжавшаяся вплоть до 1961 года. Одновременно он разворачивает научно-исследовательскую деятельность на факультете. Ф. И. Федоров лично, работая в БГУ, получает ряд блестящих результатов в области теоретической кристаллооптики. По итогам этих исследований он успешно защищает в Государственном оптическом институте в Ленинграде докторскую диссертацию (1954 г.) и становится первым доктором физ.-мат. наук Беларуси, выросшим в нашей стране.

Ф. И. Федоров совместно с Б. И. Степановым, А. Н. Севченко, М. А. Ельяшевичем и Н. А. Борисевичем был основателем Института физики и математики Академии наук БССР – первого в истории нашей страны НИИ такого профиля. Он становится во главе одной из четырех первых физических лабораторий института – лаборатории теоретической физики. Эту лабораторию он возглавлял 22 года. Позже на базе этой лаборатории были созданы лаборатория физики высоких энергий, лаборатория сильных взаимодействий, лаборатория кристаллооптики. Следует специально отметить, что лаборатория теоретической физики и созданная ранее Ф. И. Федоровым кафедра теоретической физики БГУ стали кузницами научных кадров по теоретической физике. Сформировался тот научный коллектив, который представляет сейчас федоровскую школу физиков-теоретиков. Здесь

уместно отметить, что Федор Иванович лично подготовил 35 кандидатов наук, 11 из которых стали докторами, включая таких известных ученых, как академики Б. В. Бокуть, А. М. Гончаренко, Б. Б. Бойко, члены-корреспонденты Л. М. Томильчик, А. А. Богуш, А. Н. Сердюков.

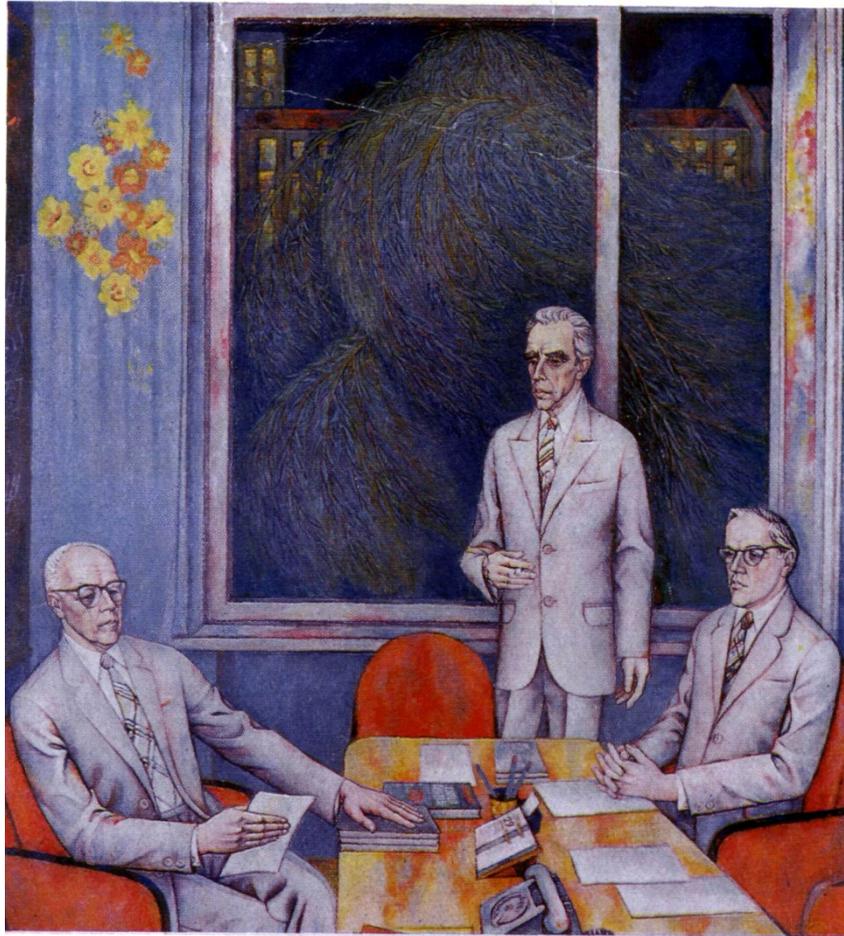
Удивительным было отношение Федора Ивановича к своим ученикам. По их воспоминаниям, он умел осуществлять практически безошибочный выбор тем диссертационных работ, который учитывал как их актуальность, так и возможности и склонности диссертантов. Для него было характерно отсутствие педантичного контроля и опеки за работой своих учеников, которое сочеталось с полной доступностью для диссертантов. Ф. И. Федорова отличала кристальная научная и человеческая порядочность, высокий уровень научной этики. Он соглашался быть соавтором работ своих учеников только в том случае, если внес существенный вклад в постановку задачи и ее реализацию.



Ф. И. Федоров,
1980-е годы

Вместе с тем, он активно работал полностью самостоятельно, без помощников и соавторов. Например, обширный цикл работ Федора Ивановича по оптике анизотропных сред, удостоенный в 1976 году Государственной премии СССР, состоял только из единоличных публикаций, а пять из шести опубликованных им фундаментальных монографий не имели соавторов.

Об удивительной скромности Федора Ивановича свидетельствует такой факт, свидетелем которого мне пришлось быть. В 70-е годы его пригласили выступить в Доме театральных деятелей, который тогда находился на Октябрьской площади напротив дворца профсоюзов в г. Минске. Меня, как молодого сотрудника направили с гелий-неоновым лазером и голограммами для демонстрации чудес оптики. Вначале выступали известные актеры, делились своими воспоминаниями, всякий раз подчеркивая свои достижения. И только Федор Иванович сумел доступно рассказать о теоретической физике, неоднократно отмечал, что все, что он сделал, он просто подсмотрел в природе.



Белорусские ученые: Ф. И. Федоров, А. А. Богуш, Б. В. Бокуть.
Художник Рогалевич Михаил Викентьевич,
член Белорусского союза художников

В научном творчестве Ф. И. Федорова можно выделить три основных направления: акустика кристаллов, теория фундаментальных взаимодействий и кристаллооптика. Существенный вклад Федор Иванович внес и в математику, за что Американское математическое общество избрало его иностранным членом. В 1956 г. Ф. И. Федоров был избран членом-корреспондентом, а в 1966 – действительным членом Академии наук БССР. С того времени возросли масштабы его научно-организационной деятельности. В частности, он активно участвовал в работе по организации исследований по ядерной физике и физике элементарных частиц в Беларуси. Именно ему пришлось курировать проектирование крупнейшего научного комплекса в Соснах, где был построен ядерный исследовательский реактор, а позднее впервые в мире был разработан и создан передвижной ядерный реактор.

В 1963 году было образовано в АН БССР отделение физико-математических наук (теперь отделение физики, математики и информатики). Академиком-секретарем этого отделения был Федор Иванович с момента его создания до 1987 года, т. е. на протяжении 24 лет. В это время происходила существенная трансформация деятельности отделения, был создан Институт технической кибернетики, который в лучшие времена имел в своем составе около 1400 сотрудников, Институт электроники, происходило бурное развитие институтов физики, математики, твердого тела и полупроводников. Поэтому Ф. И. Федорову пришлось принимать активное участие в координации и формированию научных исследований в указанных направлениях как в АН БССР, так и во всей стране. Сегодня отделение физики, математики и информатики объединяет девять научно-исследовательских организаций страны. Институты отделения занимают передовые позиции в мировой науке по ряду направлений, в том числе по лазерной физике, нелинейной и квантовой оптике, квантовой теории поля и физике взаимодействий элементарных частиц, по информационным технологиям, многим проблемам математики, дистанционного зондирования Земли и т. д.



Медаль, вручаемая лауреату
Премии имени
Ф. И. Федорова
Национальной Академии
наук Беларуси

Несомненно, в этих достижениях есть большая заслуга Ф. И. Федорова. В память об этом выдающемся физике НАН Беларуси учредила научную премию, присуждаемую раз в три года за лучшие достижения в области физико-математических наук.

Ф. И. Федоров принимал активное участие в пропаганде научных знаний, настойчиво боролся с проявлением лженауки, за чистоту науки от поспешных выводов и необоснованных предположений. Он сочетал творческую работу с постоянной общественной и политической деятельностью, являлся членом Правления Советского фонда мира, членом Советской гравитационной комиссии,

участвовал в разработке устава Международного агентства по мирному использованию атомной энергии. Велика роль Ф. И. Федорова в организации сотрудничества с Объединенным институтом ядерных исследований в Дубне.

Ф. И. Федоров проводил большую редакционно-издательскую деятельность как главный редактор журнал «Весці АН БССР, серыя фіз.-мат. навук», член редколлегии всесоюзного «Журнала прикладной спектроскопии», Белорусской Советской энциклопедии. Он был научным редактором многих монографий, книг, сборников научных трудов. Он активно участвовал в деятельности республиканского общества «Знание». Одним из первых белорусских ученых передал в фонд мира свою Государственную премию БССР и причитающуюся ему Государственную премию отца.



Научная школа Ф. И. Федорова

Федор Иванович оставил после себя богатое научное наследие. И ныне его ученики, ученики его учеников испытывают чувство глубокой благодарности к этому великому человеку, блестящему ученому, создателю белорусской школы теоретической физики, предопределившему их путь в науке.

**Академик-секретарь Отделения физики, математики и информатики Национальной академии наук Беларуси
академик В. А. Орлович**

Секция 1 «Электродинамика кристаллов и метаматериалов (оптический, СВЧ и терагерцовый диапазоны)»

Председатель:

Семченко Игорь Валентинович, д-р физ.–мат. наук, профессор.

I. D. Feranchuk, Nguyen Quang San
Belarusian State University, Minsk, Belarus

METHOD OF THE PSEUDO-PHOTONS IN ELECTRODYNAMICS FOR MODULATED ELECTRON BEAM

Introduction

One of the new attractive directions of research in electrodynamics is generalization of the method of the equivalent photons for the case when interaction with a medium of a density-modulated electron beam is considered. In this regard, in this work, following [1], we are first going to describe the basic concepts of the method of the equivalent photons, which is effectively used in many works to describe the interaction of a charged particle with matter [2].

We then show that this method can be used to generate the coherent parametric X-ray radiation from the undulator of an X-ray free electron laser.

1. Virtual photons and differential cross section

Consider the two processes depicted in the diagram shown in figure 1.

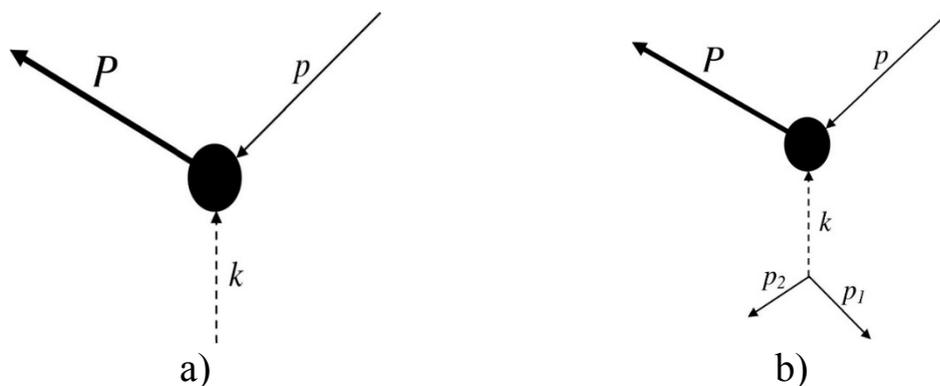


Figure 1 – Diagram of collision

Figure 1 a) depicts the process of collision of a photon with a 4-momentum k ($k^2 = 0$) with some particle with a 4-momentum p ($p^2 = -m^2$). After the collision, a system (particles or a group of particles) is formed with a 4-momentum equal to $P = p + k$.

Figure 1 b) shows the collision of the same particle p with another particle with momentum p_1 ($p_1^2 = -m_1^2$). As a result of the collision, the latter acquired momentum p_2 ($p_2^2 = -m_1^2$) and the same system P is formed. The second collision process can be considered as the collision of a particle p with a virtual photon with momentum $k = p_1 - p_2$ ($k^2 > 0$). If the value of k^2 is small enough, the virtual photon can be considered almost as real, and the cross section of process 1 b) can be expressed through the cross section of process 1 a).

The scattering amplitudes for the process 1a will be denoted by M_r , and for the process 1b – M :

$$M_r = eJ(k), \quad k = P - p, \quad k^2 = 0; \quad (1)$$

$$M = \frac{1}{k^2} j(k)J(k), \quad k = P - p = p_1 - p_2, \quad k^2 > 0, \quad (2)$$

where e is the 4-vector of photon polarization, $J(k) = \langle P | j | p \rangle$ is the current of the transition between the initial state p and the final state P , and, finally, $j(k) = \langle p_2 | j | p_1 \rangle$ is the transition current describing the emission of a virtual photon by the second particle. The differential cross section $d\sigma_r$ can be expressed in terms of $d\sigma$ as follows:

$$d\sigma = d\sigma_r \frac{Z^2 \alpha}{\pi} \left(k^2 - \frac{(P^2 + m^2)m_1^2}{4(p_1 p)^2} \right) \frac{d(k^2)d(P^2)}{k^4 |P^2 + m^2|}, \quad (3)$$

$$k^2 \ll m^2, \quad |P^2| \ll |pp_1|, \quad |P^2 + m^2| \gg k^2. \quad (4)$$

2. Number of the equivalent photons

For specific applications, it is convenient to return to the variables ω , k_\perp . notice, that

$$d(P^2)d(k^2) = 4mk_\perp d\omega dk_\perp$$

then

$$d\sigma = d\sigma_r \frac{Z^2 \alpha}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \frac{k_{\perp}^3 dk_{\perp}}{[k_{\perp}^2 + \omega^2(1-v^2)]^2}. \quad (5)$$

When integrating formula (5) over $dk_{\perp}d\omega$, we find the cross section $d\bar{\sigma}$ summed over the recoil pulses p_2

$$d\bar{\sigma} = d\rho_p \int \left(\frac{d\sigma}{d\rho_p dk_{\perp} d\omega} \right) dk_{\perp} d\omega.$$

If $d\sigma_r$ depends only on ω , then

$$d\bar{\sigma} = d\rho_p \int \frac{d\sigma_r}{d\rho_p} n(\omega) d\omega,$$

where

$$n(\omega) d\omega = \frac{2Z^2 \alpha}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \int_0^{k_m} \frac{k_{\perp}^3 dk_{\perp}}{[k_{\perp}^2 + \omega^2(1-v^2)]^2}. \quad (6)$$

Here v is the velocity of the particle p_1 in the system in which the particle p with mass m is at rest, and the upper limit k_m is determined by the condition:

$$k_m = \eta m$$

where η is some numerical constant of the order of unity.

Thus, to find the cross section of a certain process caused by the collision of a fast particle with a particle at rest ($\vec{p} = 0$), one can replace the fast particle with a set of photons with the spectrum $n(\omega)d\omega$. Moreover, if we know the cross section of the corresponding process caused by the collision of the photon with the particle at rest, then it is sufficient to multiply this cross section by the number of equivalent photons $n(\omega)d\omega$ in the interval $d\omega$ and integrate the product over frequencies. This method is called the *method of the equivalent photons*.

3. Spectral density of equivalent photons of a periodically modulated electron bunch

To analyze the interaction of a modulated beam with a medium, one can use an effective and visual method for describing electromagnetic pro-

cesses based on the concept of the equivalent photons (pseudo-photons) [1, 2, 3]. This approach is based on the fact that the characteristic electromagnetic field of a charged particle is equivalent to a beam of pseudo-photons with a spectral-angular distribution density $n(\vec{k})$ and a small angular divergence, which is determined by the relativistic factor of the particle.

The projection of the energy flux of the electromagnetic field associated with the particle beam on the z axis can be divided into two parts:

$$\Pi = \Pi_{sp} + \Pi_{coh}.$$

For the incoherent (spontaneous) flux Π_{sp} , the usual expression is obtained:

$$n_{sp}(\omega) = N \frac{2e^2}{\pi\omega} \ln\left(\frac{m\gamma}{\omega}\right), \quad |\vec{k}_\perp - \vec{\theta}_a| \approx \omega\gamma^{-1},$$

$$\Pi_{sp} = \frac{e^2}{2v\pi^2} N \int d\vec{k} \frac{k_\perp^2}{[k_z^2\gamma^{-2} + \vec{k}_\perp^2]^2} = \int \omega n(\omega) d\omega. \quad (7)$$

For the coherent part of the pseudo-photon flux, we find:

$$n_{coh}(\omega) \approx N^2 \frac{e^2}{2v\pi\omega} \frac{d^2}{L^2} [-e^{a^2\gamma^{-2}} Ei(-a^2\gamma^{-2})(1 + a^2\gamma^{-2}) - 1] \times$$

$$\times e^{-2\pi^2\sigma_c^2/2d^2} \sin^2[(\omega - 2\pi/d)L/2] / \sin^2[(\omega - 2\pi/d)d/2],$$

$$\Pi_{coh} = N^2 \frac{e^2}{2v\pi^2} \xi \int_0^\infty dk \int d\vec{\theta}_k \frac{\vec{\theta}_k^2}{(\gamma^{-2} + \vec{\theta}_k^2)^2} e^{-(zkv)^2\sigma_a^2\vec{\theta}_k^2/2} e^{-\vec{\theta}_k^2 k^2\sigma_b^2/2} \times$$

$$\times \left| \frac{1 - e^{iLk_z}}{K(1 - e^{iLk_z})} \exp\left[\frac{-k_z^2\sigma_c^2}{4}\right] \right|^2, \quad (8)$$

Figure 2 shows the spectral distribution densities of spontaneous and coherent pseudophotons.

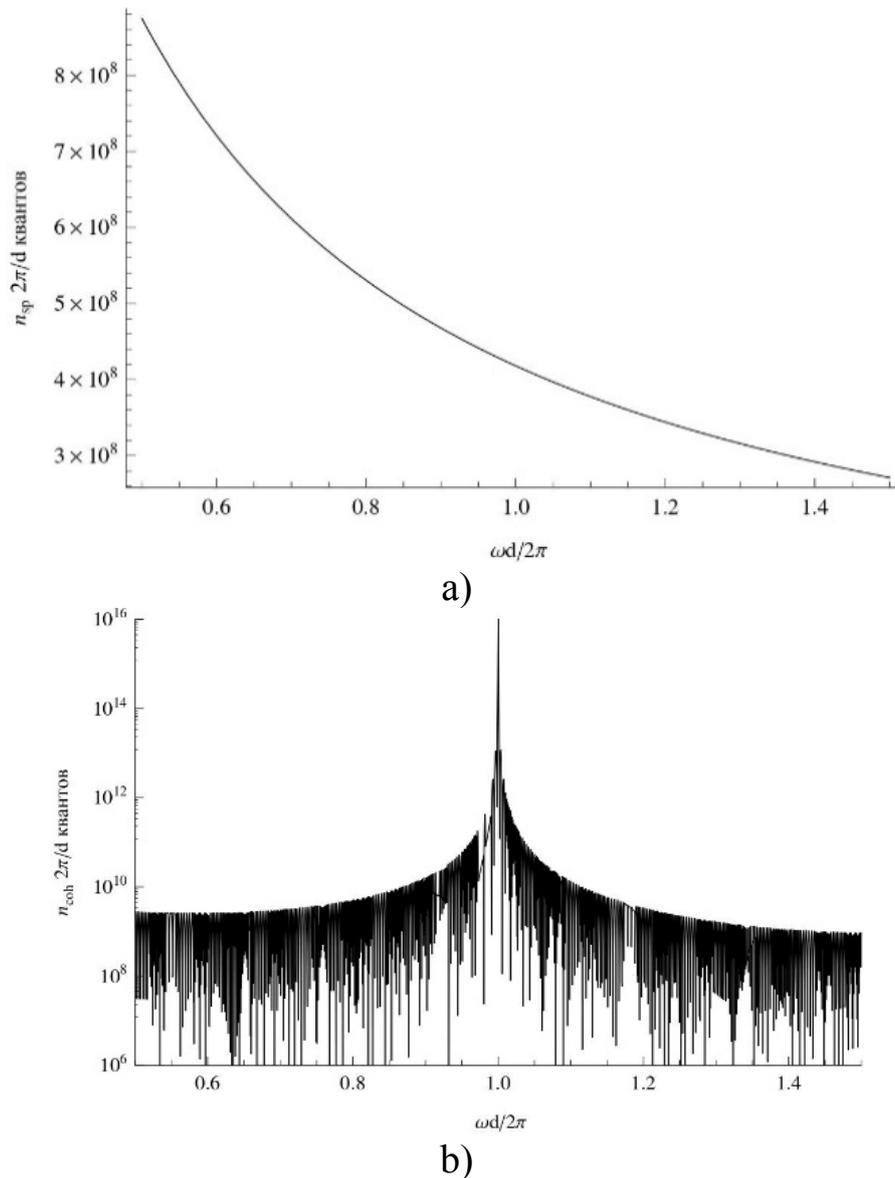


Figure 2 – Diagram of collision Spectral distribution density of pseudo-photons of the modulated beam: a – incoherent; b – coherent on the logarithmic scale

Conclusion

Based on the method of the equivalent photons, it is shown that a modulated beam of charged particles in the X-ray free electron laser can be used to obtain additional pulses of coherent X-ray radiation directed at a large angle to the direction of the beam motion.

References

1. Akhiezer, A. I. Kvantovaya elektrodinamika / A. I. Akhiezer, V. B. Berestetsky. – Moscow: Nauka, 1969. – 623 pp. Russian.

2. Ter-Mikaelian, M. L. High energy electromagnetic processes in condensed media / M. L. Ter-Mikaelian. – New York, NY: Wiley, 1972. – 457 pp.

3. Berestetsky, V. B. Relyativistskaya kvantovaya teoriya. Chast' 1 / V. B. Berestetsky, E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevsky. – Moscow: Nauka, 1968. – 479 pp. Russian.

М. А. Аманова, В. В. Шепелевич

УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

**ВЛИЯНИЕ ОБРАТНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И
ФОТОУПРУГОГО ЭФФЕКТОВ НА УКАЗАТЕЛЬНУЮ
ПОВЕРХНОСТЬ НОРМАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ
ОБРАТНОГО ТЕНЗОРА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ПРОНИЦАЕМОСТИ КРИСТАЛЛА $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$**

Введение

Влияние обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов на свойства голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах впервые рассмотрено в работе [1]. Теоретическая модель дифракционной эффективности фотоиндуцированных фазовых голограмм в кубических оптически активных фоторефрактивных кристаллах с одновременным учетом оптической активности, электрооптического, обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов предложена в работах [2, 3].

В [4] приведены аналитические выражения для нахождения изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости (далее – обратный тензор) для фоторефрактивных кристаллов класса симметрии 23 , полученные с учетом электрооптического, обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов, а также исследованы зависимости изменения компонент обратного тензора от направления вектора голографической решетки. В [5] на графических иллюстрациях показано, что при учете обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов полученные теоретически и экспериментально зависимости коэффициента усиления – при двухволновом взаимодействии при наличии пропускающей голограммы в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) среза (110) – от ориентационного угла, образованного вектором голографической решетки и направлением [001], совпадают.

Предложенные в [4] выражения применяются для нахождения постоянных связи, содержащихся в уравнениях связанных волн, при расчёте выходных характеристик голографических решеток, сформированных в кубических фоторефрактивных кристаллах. Например, в [6] теоретически и экспериментально изучено влияние оптической активности и пьезоэлектрического эффекта на двухволновое взаимодействие при наличии пропускающей голографической решетки в кубическом фоторефрактивном кристалле среза (110). Получены выражения для определения оптимальных азимутов поляризации предметной и опорной световых волн, при которых достигается наибольшая степень энергетического обмена между этими волнами. Закономерности усиления предметной волны при двухволновом взаимодействии на пропускающей голографической решетке рассмотрены в [7]. Показано, что оптимизация энергетического обмена при встречном двухволновом взаимодействии должна производиться с учетом вклада обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов.

В настоящей работе произведен анализ влияния обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов на указательную поверхность нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (ВТО). Изучены закономерности изменения компонентов обратного тензора диэлектрической проницаемости под действием обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов

1. Теоретическая модель

При численных расчетах использованы следующие параметры кристалла ВТО, заимствованными из работы [1]: показатель преломления невозмущенного кристалла $n_0 = 2,58$; коэффициенты упругости $c_1 = 1,37 \times 10^{11}$ Н/м², $c_2 = 2,8 \times 10^{10}$ Н/м², $c_3 = 2,6 \times 10^{10}$ Н/м²; электрооптический коэффициент $r_{41} = -4,75 \times 10^{-12}$ м/В; коэффициенты фотоупругости $p_1 = -0,173$, $p_2 = 0,001$, $p_3 = 0,002$, $p_4 = 0,005$; пьезоэлектрический коэффициент $e_{14} = 1,1$ К/м². Напряженность электрического поля при расчетах принималась равной $E = 0,6$ кВ/м.

На рисунке 1 представлена указательная поверхность, рассчитанная при $\vec{E} \parallel [112]$.

Проанализируем сечения представленной на рисунке 1 указательной поверхности плоскостями, проходящими через начало координат и параллельными плоскостям (112). На рисунке 2 изображены сечения указательной поверхности.

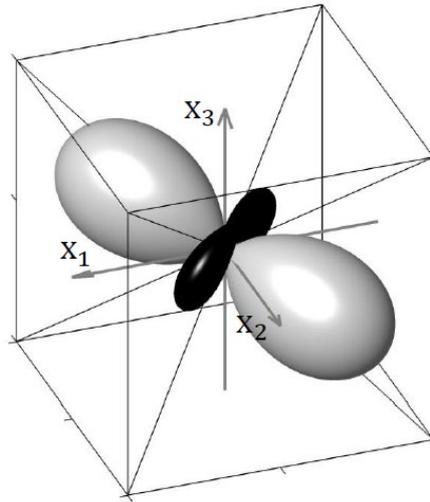


Рисунок 1 – Указательная поверхность нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости; X_1, X_2, X_3 – оси сферической системы координат

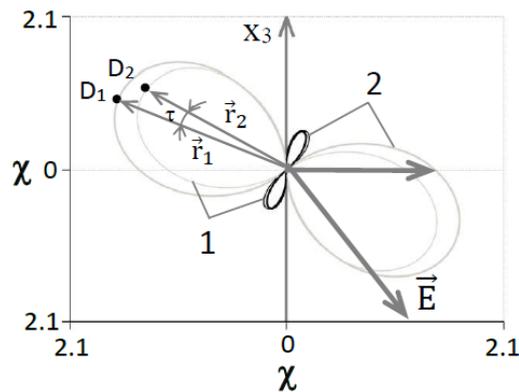


Рисунок 2 – Сечения указательной поверхности, изображенной на рисунке 1; X_1, X_2, X_3 – оси сферической системы координат; \vec{E} – электрическое поле; 1 – без учета, 2 – с учетом обратного пьезоэлектрического эффекта и фотоупругости

Экстремальные направления указательной поверхности лежат в плоскости сечения и не совпадают по направлению с параллельными и перпендикулярными вектору \vec{E} осями.

2. Полученные результаты и их обсуждение

Учет обратного пьезоэлектрического эффекта и фотоупругости обуславливает не только количественное изменение максимальных и минимальных значений нормальной составляющей обратного тензора, но и качественную трансформацию внешней формы указательной

поверхности. Вследствие обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов увеличивается максимальное значение нормальной составляющей обратного тензора ($D_2 \rightarrow D_1$) в части указательной поверхности, окрашенной в белый цвет, и одновременно происходит смещение максимума в плоскости сечения на угловое расстояние τ , между векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , проведенными к точкам D_1 и D_2 соответственно. Аналогичные изменения при наличии обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов имеют место и при трансформации части указательной поверхности, окрашенной в черный цвет.

Заключение

Таким образом, вследствие обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов изменяются как числовые значения максимального и минимального значений нормальной составляющей, так и ориентация указательной поверхности нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости в пространстве.

Литература

1. Степанов, С. И. Фотоупругий вклад в фоторефрактивный эффект в кубических кристаллах / С. И. Степанов, С. М. Шандаров, Н. Д. Хатьков // ФТТ. – 1987. – Т. 24, № 10. – С. 3054-3058.
2. Mandel, A. Light diffraction in holographic arrays – different mechanisms of photorefractive effect in ferroelectrics / A. Mandel, N. Khatkov, S. Shandarov // Ferroelectrics. – 1988. – Vol. 83. – P. 215–220.
3. Shepelevich, V. V. Light diffraction by holographic gratings in optically active photorefractive piezocrystals / V. V. Shepelevich, S. M. Shandarov, A. E. Mandel // Ferroelectrics. – 1990. – V. 110. – P. 235–249.
4. Шандаров, С. М. Изменение тензора диэлектрической проницаемости в кубических фоторефрактивных кристаллах под действием электрического поля голографической решетки / С. М. Шандаров, В. В. Шепелевич, Н. Д. Хатьков // Опт. и спектр. – 1991. – Т. 70, № 5. – С. 1068–1073.
5. Solymar, L. The physics and applications of photorefractive materials / L. Solymar, D. J. Webb, A. Grunnet-Jepsen. – Oxford: Clarendon Press, 1996. – 494 pp.
6. Shepelevich, V. V. Orientation and polarization effects of two-beam coupling in a cubic optically active photorefractive piezoelectric BSO crys-

tal / V. V. Shepelevich, N. N. Egorov, V. Shepelevich // J. Opt. Soc. Am. B. – 1994. – Vol. 11, № 8. – P. 1394–1402.

7. Optimization of two-wave interaction efficiency in cubic photorefractive sillenite-type crystals with optical rotary power and piezoeffect in diffusion regime / V. V. Shepelevich [et al.] // Ferroelectrics. – 1999. – Vol. 234 (1/4). – P. 289–309.

**А. П. Балмаков¹, Д. В. Слепенков¹, С. А. Хахомов¹,
И. В. Семченко¹, Вэй Сонг²**

¹УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

²Пекинский технический институт, Пекин, Китай

ПРОЕКТИРОВАНИЕ УЛЬТРАТОНКИХ БИЛАТЕРАЛЬНЫХ ЧАСТОТНО- И ПОЛЯРИЗАЦИОННО-СЕЛЕКТИВНЫХ ПОГЛОЩАЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МЕТАПОВЕРХНОСТЕЙ

Введение

В настоящее время активно развивается область двумерных метаматериалов (метаповерхностей) способных приводить к специфическому, контролируемому управлению параметрами излучения, которое взаимодействует с данной метаповерхностью. Специфичность управления излучением является результатом особенностей конструирования метаматериалов, а именно, выбора правильной формы элементарных микро-резонаторов метаматериала, их пространственной локализации на подложке, а также материальных параметров подложки и может проявляться в виде различных физических феноменов, не имеющих альтернативы для традиционных, встречающихся в природе материалов. Например, одним из таких феноменов считается явление отрицательного преломления излучения метаматериалом, обладающим одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями [1]. В последнее время метаматериалы все чаще исследуются для управления физическими параметрами излучения, например, такими, как селективное по частоте и поляризации поглощение, отражение или фильтрация электромагнитного излучения, поддающимся контролю традиционными материалами, известными в природе. Однако, все же есть существенное отличие, которое разительно отличает метаматериалы от обычных материалов при исполь-

зовании в данного рода приложениях. Заключается оно в том, что плоские метаматериалы обладают необычайно малой толщиной, которая иногда достигает десятых долей от резонансной длины волны излучения и которой, однако, достаточно для того, что преобразовать или поглотить электромагнитное излучение должным образом. В свете современной тенденции по миниатюризации различных разрабатываемых в последнее время устройств данное преимущество может играть важную роль, т.к. позволяет уменьшить толщину оптических или микроволновых систем.

Одними из традиционных элементарных микро-резонаторов, используемых для создания метаповерхностей, являются объемные или плоские спирали [2–8], расщепленные кольца [9, 10], элементы омегаобразной формы [11–13], элементы в форме крестов, кругов, прямоугольников и других более сложных форм. Следует заметить, что объемная спираль является элементом с высокой вариабельностью параметров и может при некоторых своих параметрах аппроксимировать ряд других важных для исследования метаматериалов элементарных микро-резонаторов, таких как расщепленное кольцо или линейный вибратор. Этим обосновывается выбор объемной спирали в качестве базового элементарного микро-резонатора для проведения теоретических исследований.

1. Проведение оценочных аналитических расчетов с целью определения ключевых параметров элемента метаповерхности и основных параметров элементарной ячейки

На рисунке 1 показана одинарная (одновитковая) объемная спираль, рассматриваемая как элементарный микро-резонатор метаматериала, состоящая из трех полувитков, находящаяся в поле падающей электромагнитной волны, которая возбуждает электрические дипольные \mathbf{p} и магнитные \mathbf{m} моменты (отклики) в каждом из трех полувитков. На рисунке 1, в качестве примера, показаны дипольные и магнитные отклики только для одного (верхнего) полувитка.

Электрический ток в спирали, направление и сила которого обозначена стрелками на рисунке 1 слева, соответствует режиму основного резонанса спирали, когда на один виток спирали укладывается одна длина волны падающего излучения плоско-поляризованной волны, возбуждающего спираль.

Для расчета результирующей напряженности электромагнитного поля в некоторой точке пространства, индуцированной всеми электрическими и магнитными откликами в спирали при данном режиме

возбуждения необходимо рассчитать отдельно электрические и магнитные отклики, индуцированные в каждом элементарном сегменте спирали (полувитке) в случае резонанса, которые можно записать в соответствии с их определениями:

$$\vec{p} = - \int_{(V)} en\vec{S}(l)dV, \quad \vec{m} = \frac{1}{2} \int_{(V)} (\vec{r} \times \vec{j})dV.$$

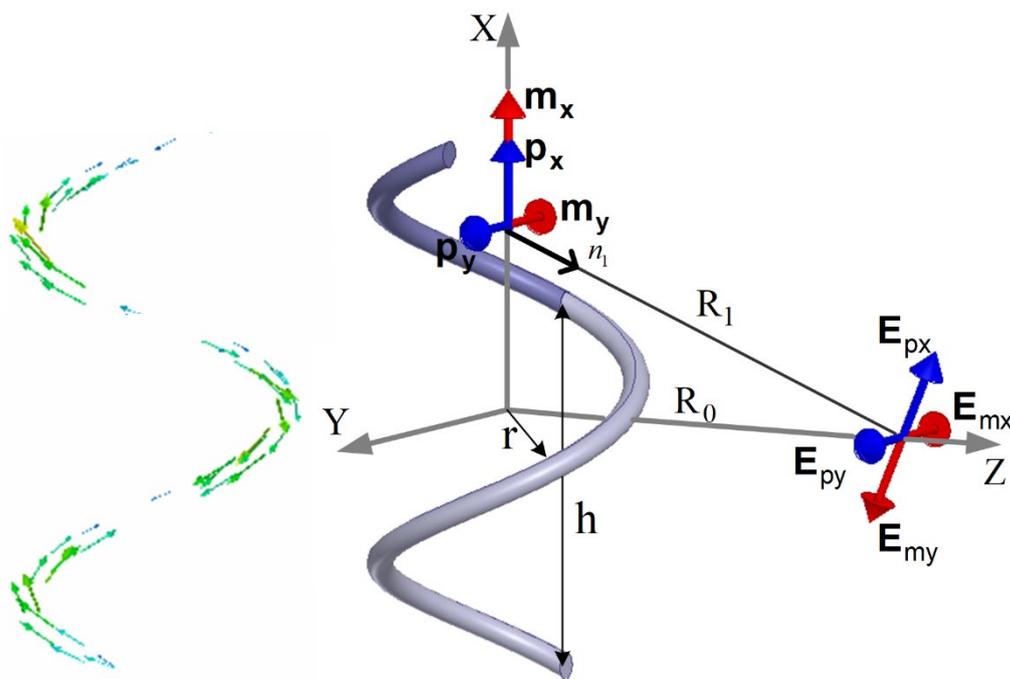


Рисунок 1 – Схематическое изображение объемной спирали, являющейся элементарным микро-резонатором материала. Электрический дипольный \mathbf{p} и магнитный \mathbf{m} отклики показаны для верхнего полувитка, а также показаны амплитудные значения напряженности поля, индуцируемые данными откликами в некоторый произвольный момент времени в некоторой точке пространства

При этом необходимо учитывать временную задержку распространения волн от различных полувитков до точки регистрации. После расчета результирующей напряженности поля, поляризация результирующей волны также может быть определена. В условиях основного резонанса направление протекающего в одном полувитке спирали электрического тока противоположно направлению тока в смежных полувитках. Таким образом, проекции электрических и магнитных моментов на ось x связаны следующими выражениями: $p_{xk} = (-1)^k p_{x0}$, $m_{xk} = (-1)^k m_{x0}$, где k – порядковый номер полувитка (центральный полувиток спирали имеет номер $k = 0$). При этом нужно

брать во внимание, что электрические и магнитные моменты, относящиеся к одному элементарному сегменту спирали с определенным распределением тока, определяются формой и размерами этого сегмента.

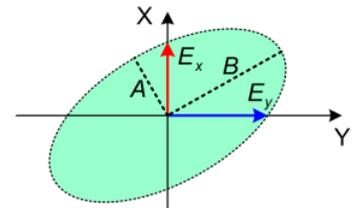
Для полувитка с номером k , в рамках модели дипольного излучения [14–16], которая позволяет вычислить мгновенное значение электрического поля, рассеянного индивидуальным полувитком объемной спирали, могут быть получены следующие выражения:

$$\vec{E}_p = \frac{\mu_0}{4\pi R_0} (\ddot{\vec{p}}_k \times \vec{n}_k) \times \vec{n}_k, \quad \vec{E}_m = \frac{\mu_0}{4\pi c R_0} \vec{n}_k \times \ddot{\vec{m}}_k,$$

где неявно учтена зависимость как от времени, так и расстояния R_k . Здесь \vec{n}_k – единичный вектор, c – скорость света в вакууме, двойные точки обозначают вторую производной по времени. Т.к. рассматривается монохроматическая падающая волна, характеризуемая экспоненциальной зависимостью: $\exp(-i\omega t)$, то для вторых производных откликов, очевидно, справедливы следующие соотношения: $\dot{m} = -\omega^2 m$, $\dot{p} = -\omega^2 p$. Т.е. двойная производная по времени приводит к умножению на $-\omega^2$ для каждого из дипольных моментов. Результирующая напряженность электрического поля в заданной точке пространства может быть вычислена, а поляризация излучаемой волны может быть оценена при осуществлении предельного перехода к сумме (интегрированию) всех компонент электрического поля от всех полувитков в спирали. Эллиптичность ε , которая является основной поляризационной характеристикой рассеиваемого спиралью излучения, определяется [17] через обратное осевое отношение $\varepsilon = OA/OB$, где

$$OA = \left[\frac{1}{2} \left(E_x^2 + E_y^2 - [E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\Delta\varphi)]^{1/2} \right) \right]^{1/2},$$

$$OB = \left[\frac{1}{2} \left(E_x^2 + E_y^2 + [E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\Delta\varphi)]^{1/2} \right) \right]^{1/2}.$$



Просуммировав напряженности поля от всех полувитков в выбранной точке на оси z , получаем следующие выражения:

$$E_{px}^k(R,t) = -\frac{\mu_0}{4\pi R_k} \ddot{p}_{xk} \left(t - \frac{R_k}{c} \right) \sin \delta_k, \quad E_{my}^k(R,t) = -\frac{\mu_0}{4\pi c R_k} \ddot{m}_{yk} \left(t - \frac{R_k}{c} \right),$$

$$E_{py}^k(R,t) = -\frac{\mu_0}{4\pi R_k} \ddot{p}_{yk} \left(t - \frac{R_k}{c} \right), \quad E_{mx}^k(R,t) = \frac{\mu_0}{4\pi c R_k} \ddot{m}_{xk} \left(t - \frac{R_k}{c} \right) \sin \delta_k,$$

где учтены зависимости от времени, расстояния и временной (фазовой) задержки $(t - R_k/c)$. Мы должны также принимать во внимание периодические изменения знака тока, и, следовательно, знака дипольных моментов, как было указано выше. Отметим здесь также, что $p_{xk} = (-1)^k p_x$ и $m_{xk} = (-1)^k m_x$, но $p_{yk} = p_y$ и $m_{yk} = m_y$ (т.е. дипольные моменты вдоль оси y не меняют свой знак при переходе от одного полувитка к соседнему) и p_x , m_x , m_y являются отрицательными, но p_y положителен.

Результирующие компоненты электрического поля объемной спирали:

$$E_x = a R_0 \sum_{k=-N}^N \exp\left(i\omega \frac{R_k}{c}\right) \left\{ \frac{(-1)^{k+1} R_0}{R_k^3} p_x + \frac{1}{c R_k^2} m_y \right\},$$

$$E_y = a \sum_{k=-N}^N \exp\left(i\omega \frac{R_k}{c}\right) \left\{ \frac{1}{R_k} p_y + \frac{(-1)^{k+1} R_0}{c R_k^2} m_x \right\},$$

где R_0 – расстояние между центром системы координат и точкой регистрации поля, $R_k = \sqrt{R_0^2 + \left(k \frac{h}{2}\right)^2}$ – расстояние от полувитка с номером k до той же точки, где k – целое число от $-N$ до N , $a = \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \exp(-i\omega t)$.

В случае воздействия на объемные спирали монохроматических электромагнитных волн, эти спирали, как киральные элементы, электродинамически характеризуются диэлектрическими α_{ee} , магнитными α_{mm} тензорами и киральными псевдотензорами α_{em} , α_{me} поляризуемости. Поэтому их математическое описание сопряжено с использованием соответствующих уравнения связи:

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha_{ee} \vec{E} + i \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha_{em} \vec{H}, \quad \vec{m} = \alpha_{mm} \vec{H} - i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \alpha_{me} \vec{E}.$$

Принцип Онзагера-Казимира симметрии кинетических коэффициентов дает известное [18] соотношение: $\alpha_{em} = \alpha_{me}^T$, где символ T обозначает транспонирование тензора. Мнимая единица i в приведенных уравнениях связи говорит о том, что псевдотензор α_{em} имеет только вещественные компоненты для непоглощающей спирали. Кроме того, компоненты этого псевдотензора имеют размерность m^{-3} из-за множителей $\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ и $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$.

Применение данных уравнений связи и соотношения $|p_x| = \frac{1}{c} |m_x|$, которое является условием излучения циркулярно-поляризованной волны в направлении, перпендикулярном оси спирали, приводит к следующим равенствам:

$$\alpha_{ee}^{(11)} = \alpha_{mm}^{(11)}, \quad \alpha_{ee}^{(11)} = \pm \alpha_{em}^{(11)},$$

где $\alpha^{(ik)}$ – компоненты рассматриваемых тензоров и псевдотензоров, а знаки \pm соответствуют правым и левым спиральям, соответственно.

Полученные соотношения показывают, что объемная спираль обладает необходимыми геометрическими параметрами для того, чтобы диэлектрические, магнитные и киральные свойства проявлялись в одинаковой степени. Равенство всех трех поляризуемостей объемной спирали может быть косвенно подтверждено, в частности, при возбуждении волны круговой поляризации спиралью в направлении, перпендикулярном к оси спирали.

Монохроматическая падающая волна с линейной поляризацией приводит к возбуждению электрических токов в металлической объемной спирали, приводящих к возникновению поляризуемостей, которые могут быть рассчитаны согласно таблице 1.

При расположении спиральных элементов в многослойном массиве напряженность поля в произвольном направлении рассчитывается как сумма напряженностей полей от всех спиралей массива; результирующая интенсивность при этом равна сумме интенсивностей от всех спиралей.

Таблица 1 – Выражения для диэлектрических, магнитных и киральных поляризуемостей

Поляризуемость	α_{ee}	α_{mm}	α_{em}, α_{me}
Выражение	$\frac{i\sigma SL}{\omega\epsilon_0} \sin^2 \alpha$	$\frac{i\omega}{R} \mu_0 (N\pi r^2)^2$	$-i \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{L^3 \cos^2(\alpha) \sin \alpha}{4\pi NR}$

Здесь σ – проводимость, S – площадь поперечного сечения спирали, L – длина спирали, α – угол подъема спирали, N – количество витков в спирали, r – радиус спирали, R – сопротивление металла спирали.

При интегрировании полей, излучаемых массивом, необходимо рассчитать как базовые параметры элементарного микро-резонатора массива, так и параметры периодичности элементов в массиве a и b , которые показаны на рисунке 2.

Среди параметров элементарной ячейки метаповерхности следует выделить следующие ключевые параметры, ответственные за частотно- и поляризационно-селективные отражательные и поглощающие свойства ультратонких билатеральных метаповерхностей: радиус спирали r , шаг спирали h , угол подъема спирали α , толщина/диаметр металлического проводящего слоя (если сечение круглое, то $2r_w$).

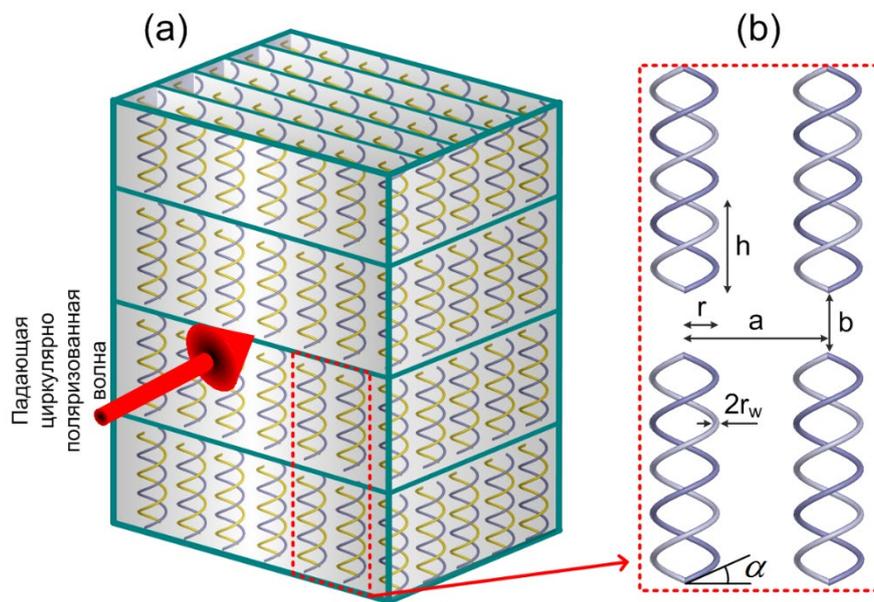


Рисунок 2 – Многослойный массив из двойных спиралей, для которого указаны основные параметры: размеры элементарного микро-резонатора и величины, характеризующие периодичность массива

При рассмотрении массивов из элементов с формой, отличной от объемной спирали, общая схема расчета рассеянных полей принципиально не изменяется. Более того, как уже было сказано выше, в некоторых частных случаях объемная спираль может быть сведена к случаю расщепленного кольца (когда шаг спирали равен нулю, а длина спирали равна длине расщепленного кольца) или же случаю линейного вибратора (когда радиус спирали равен нулю, а шаг равен длине линейного вибратора). Аналитический расчет рассеянных полей от всего массива с целью нахождения улучшенных параметров и оптимизации массива представляет собой сложную задачу, которую планируется решать в дальнейшем, используя численное моделирование, численные вариационные методы, условия параметризации элементарной ячейки метаповерхности, параметризации топологии слоев метаматериала.

Заключение

Описан общий принцип расчета параметров интенсивности и поляризации электромагнитного излучения, рассеянного элементами метаматериала, состоящего из объемных спиральных элементов. Получены выражения для напряженности поля волны, рассеиваемой спиралью и детектируемой в некоторой точке пространства, а также выражения для определения ее поляризации. Представлен предполагаемый вид массива из объемных спиралей для использования в качестве метаматериала/метаповерхности с указанием основных переменных, которые ответственны за частотно- и поляризационно-селективные отражательные и поглощающие свойства ультратонких билатеральных метаповерхностей. Эти переменные связаны как с геометрическими параметрами индивидуального элемента массива, так и с переменными периодичности массива. Аналитический расчет позволяет определить приблизительные диапазоны, в которых эти переменные должны находиться. Вариационный численный анализ позволит точно идентифицировать все параметры оптимизации свойств метаповерхности.

Работа поддержана Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований, договор № Ф20ПТИ–007.

Литература

1. Pendry, J. B. Negative refraction makes a perfect lens / J. B. Pendry // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 3966–3969.

2. Single-Layer Meta-Atom Absorber/ I. A. Faniayeu [et al.] // *Metamaterials 2014: 8th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics*. – 2014. – P. 112–114.

3. Semchenko, I. V. Polarization selectivity of electromagnetic radiation of deoxyribonucleic acid / I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, A. P. Balmakov // *J. Commun Technol. Electron.* – 2007. – Vol. 52. – P. 996-1001.

4. Semchenko, I. V. Cube Composed of DNA-like Helices Displays Polarization Selectivity Properties in Microwave / I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, A. P. Balamakou // *Metamaterials 2009: 3rd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics*. – 2009. – P. 1–3.

5. Semchenko, I. V. Polarization Selectivity of Artificial Anisotropic Structures Based on DNA-Like-Helices / I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, A. P. Balmakov // *Crystallogr. Reports*. – 2010. – Vol. 55. – P. 921-926.

6. Semchenko, I. V. Transformation of the polarization of electromagnetic waves by helical radiators / I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, A. L. Samofalov // *J. Commun. Technol. Electron.* – 2007. – Vol. 52. – P. 850-855.

7. Semchenko, I. V. Helices of optimal shape for nonreflecting covering / I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, A. L. Samofalov // *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* – 2010. – Vol. 49. – P. 33002.

8. Advantages of metamaterials based on double-stranded DNA-like helices / S. A. Khakhomov [et al.] // *Metamaterials'2012: The 6th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics*. – 2012. – P. 1–3.

9. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D. R. Smith [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – Vol. 84. – P. 4184–4187.

10. Hardy, W. N. Split-ring resonator for use in magnetic resonance from 200–2000 MHz / W. N. Hardy, L. A. Whitehead // *Rev. Sci. Instrum. AIP*. – 1981. – Vol. 52. – P. 213–216.

11. Ground-plane-less bidirectional terahertz absorber based on omega resonators / A. P. Balamakou [et al.] // *Opt. Lett.* – 2015. – Vol. 40. – P. 2084–2087.

12. Designing of ultra-thin electromagnetic sensor using omega-particles / A. P. Balamakou [et al.] // *Proc. of Chinese-Belarusian Workshop (Nanjing)*. – 2019. – P. 9–10.

13. Dual-band polarization independent meta-material absorber based on omega resonator and octastarstrip configuration / F. Dincer [et al.] // Prog. Electromagn. Res. – 2013. – Vol. 141. – P. 219-231.

14. Electromagnetic Waves in Chiral Media / D. L. Jaggard [et al.] // Appl. Phys. – 1979. – Vol. 18. – P. 211-216.

15. Landau, L. D. The Classical Theory of Fields. 4th ed. / L. D. Landau, E. M. Lifshitz. – Pergamon Press, 1971. – 380 pp.

16. Yavorsky, B. M. Handbook of Physics. 4th ed. / B. M. Yavorsky, A. A. Deltaf, N. Wenstein. – Central Books Ltd., 1973. – 965 pp.

17. Balanis, C.A. Antenna Theory. 2nd ed. / C.A. Balanis. – John Wiley and Sons Inc., 1997. – 941 pp.

18. Electromagnetics of bi-anisotropic materials: theory and applications / A. Serdyukov [et al.] // Gordon and Breach, 2001. – 336 pp.

**А. П. Балмаков¹, Д. В. Слепенков¹, С. А. Хахомов¹,
И. В. Семченко¹, Д. Ванг²**

¹ УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

² Университет Цзяннань, Уси, Китай

СОЗДАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ МЕТАПОВЕРХНОСТЕЙ, ПОКРЫВАЮЩИХ ОБЪЕКТЫ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 3D ПЕЧАТИ

Введение

С целью создания слабоотражающих тонких поглощающих метаповерхностей для уменьшения отражения микроволнового излучения от металлических/металлизированных объектов сложной формы предложено использование метаповерхностей с компенсированной киральностью без металлического слоя у основания, содержащих элементарные элементы омегаобразной формы [1–4]. Была разработана компьютерная модель метаповерхности и проведены численные исследования по определению формы и размеров метаповерхности, по результатам которых были предложены два типа метаповерхностей для сильного поглощения излучения (рисунок 1(а)) и частичного поглощения излучения и преобразования поляризации отраженного сигнала (рисунок 1(б)).

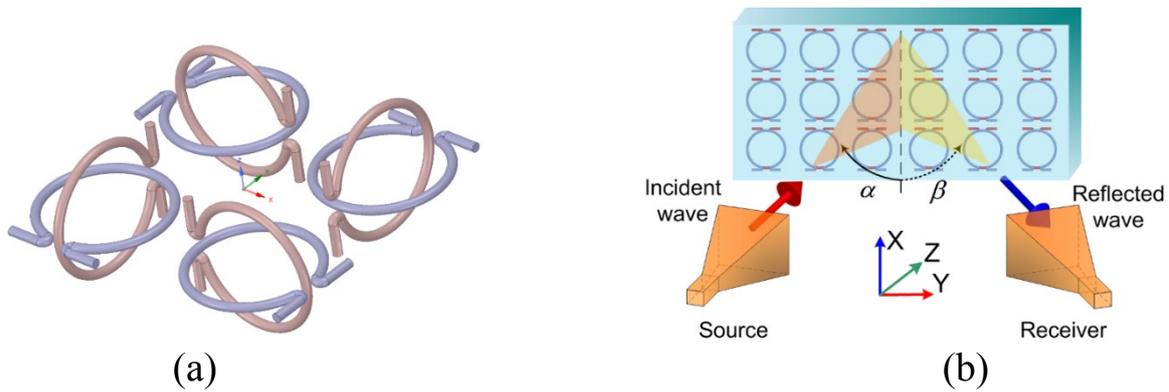


Рисунок 1 – (a) модель элементарной ячейки метаповерхности, проектируемой для существенного ослабления излучения, взаимодействующего с металлическими или металлизированными объектами сложной топологии поверхности; (b) схематическое изображение модели метаповерхности на основе омега элементов, расположенных в двух плоскопараллельных слоях. Показана схема проведения экспериментальных исследований по измерению отраженного сигнала

1. Создание трехмерных моделей метаповерхностей

Вариационный анализ исследуемых структур, проведенный с целью определения параметров метаповерхностей, способствующих максимальному ослаблению отраженного излучения, позволил определить оптимальные параметры метаповерхности, а также параметры элемента метаповерхности. Метаповерхность проектировалась на резонансную длину волны возбуждения $\lambda_{\text{res}}=100\text{мм}$, соответствующую частоте 3ГГц, соответственно длина омега элемента $L=\lambda_{\text{res}}/2=50\text{мм}$, а его радиус $R(\sqrt{2}-1)/2\pi=6,6\text{мм}$, диаметр сечения $d=1\text{мм}$, длина желобка $l=1,5\text{мм}$, длина плеча $a=(L-2\pi R+l)/2=5\text{мм}$ (см. рисунок 2 (a)), а также расстояние между соседними омега элементами, лежащими в одной плоскости, в пределах одной элементарной ячейки $t=20\text{мм}$ и расстояния между соседними элементарными ячейками $P=40\text{мм}$ для метаповерхности, показанной на рисунке 1 (a) и межслойный интервал $I=2\text{мм}$ для метаповерхности, показанной на рисунке 1 (b).

При создании экспериментального образца метаповерхности, показанной на рисунке 1 (a), методами аддитивных 3D технологий была произведена коррекция модели в среде SpaceClaim & Design Spark Mechanical, учитывающая особенности и возможности производственного процесса, как показано на рисунке 2 (b), а именно смещение взаимно ортогональных омега элементов в пределах элементарной ячейки ближе к ее центру, а также изменение формы омега элемента на прямоугольную.

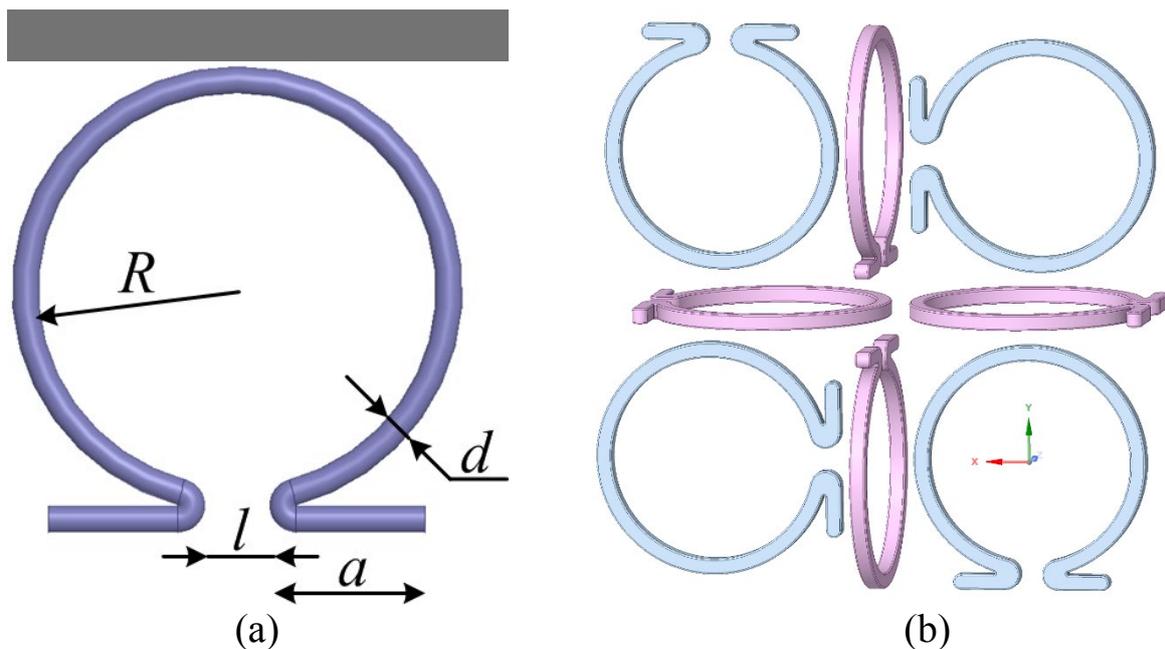


Рисунок 2 – (a) геометрические параметры омега элемента, ответственные за эффективную отражательную и поглощательную способность метаповерхности, а также свойство преобразования поляризации излучения; (b) альтернативная модель элементарной ячейки метаповерхности поглотителя излучения

Данные незначительные изменения элементарной ячейки позволили составить полноценную модель метаповерхности, содержащую подложку, а также элементы фиксации отдельных элементов и всего образца, как показано на рисунке 3.

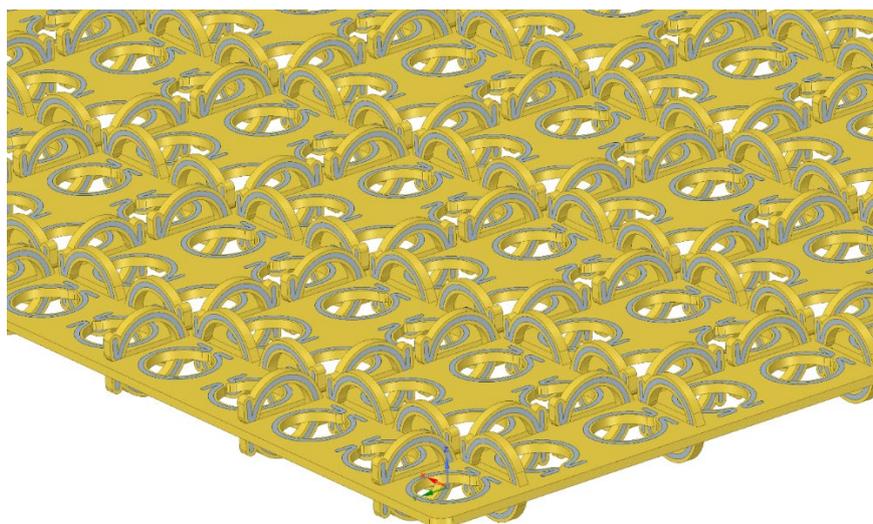


Рисунок 3 – Модель метаповерхности с учетом подложки и элементов крепления, для составления управляющей программы для 3D принтеров и оборудования с ЧПУ

Разработанная 3D модель импортировалась в слайсер Cura 4.6.2 (или 15.04.06) для составления программ печати 3D принтером (Anycubic 4MaxPro или Anycubic Predator). Подложка для данной метаповерхности изготавливалась из пластика типа PLA, PET-G, а омега элементы – из проводящего пластика FLEX-conductive. В качестве альтернативы 3D модель также импортировалась в среду Vectric Aspire для составления управляющей программы обработки и изготовления подложки образца на фрезерном станке с ЧПУ Cutter HD (CNC-Technology) под управлением Mach 3. Второй вариант изготовления – фрезерная обработка – оказался более предпочтительным по следующим причинам: (а) он позволил создать подложку больших размеров без необходимости состыковок 3D напечатанных частей подложки, вызванной ограниченной рабочей зоной печати 3D принтеров в сравнении с рабочей зоной фрезера; (б) фрезерная обработка дает возможность использования большего количества материалов в качестве подложки для метаповерхности, не ограничиваясь только специализированным пластиком, а позволяет использовать, например, стеклотекстолиты, акриловое стекло, монолитный поликарбонат, вспененный пластик, дерево и др.; (в) фрезерная обработка позволила получить более ровную и однородную подложку; (г) омега элементы, напечатанные пластиком FLEX-conductive, не способны обеспечить расчетную электропроводимость, контролировать величину которой возможно в незначительных пределах лишь заменой на другой проводящий пластик; (д) при фрезеровке в качестве альтернативы 3D печати использовался метод формовки омега элементов из металлических порошков по заданному шаблону в подложке метаповерхности, что позволяет регулировать проводимость отдельных элементов метаповерхности, смешивая различные металлические порошки в различных концентрациях. Для формовки использовались металлические мелкодисперсные порошки меди, при этом акриловый наполнитель использовался в качестве фиксирующего компонента.

Были изготовлены два опытных образца, показанные на рисунках 4, 5, которые соответствуют ранее исследуемым электродинамическим моделям.

При изготовлении метаповерхности-поглотителя излучения, показанной на рисунке 4, в качестве каркаса для формовки и крепления омега элементов использовался стеклотекстолит FR-4 (диэлектрическая проницаемость на частоте 1 МГц порядка 5, тангенс угла потерь на этой же частоте порядка 0,025, поверхностное сопротивление порядка 10^5 МОм, объемное сопротивление порядка 10^5 МОм).

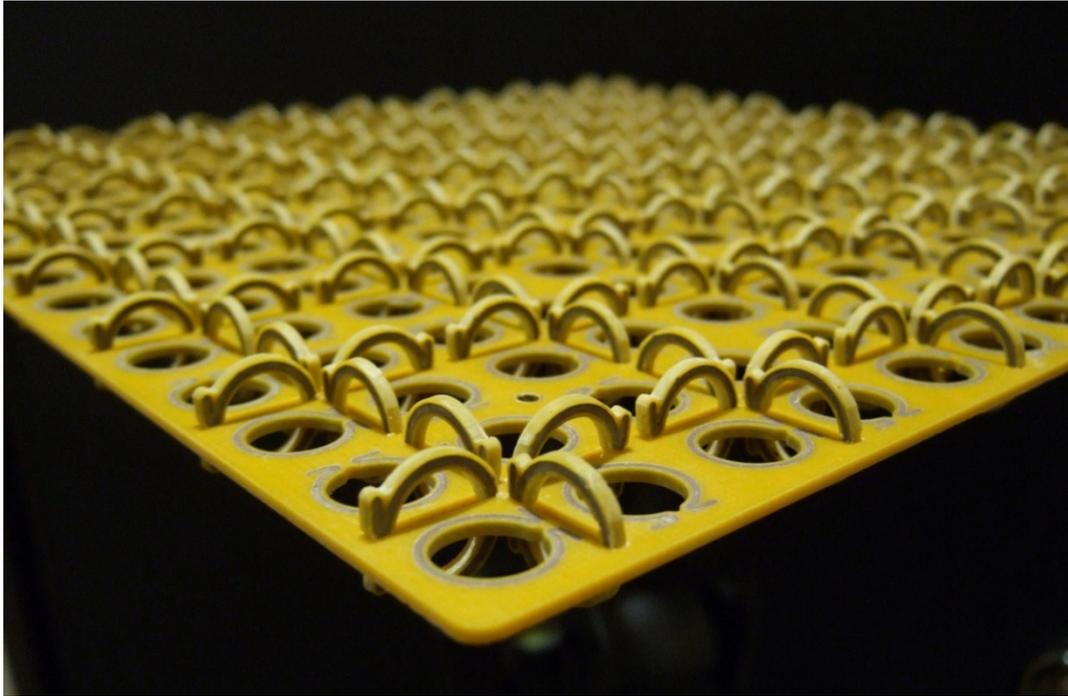


Рисунок 4 – Изготовленный экспериментальный образец метаповерхности для сильного поглощения излучения

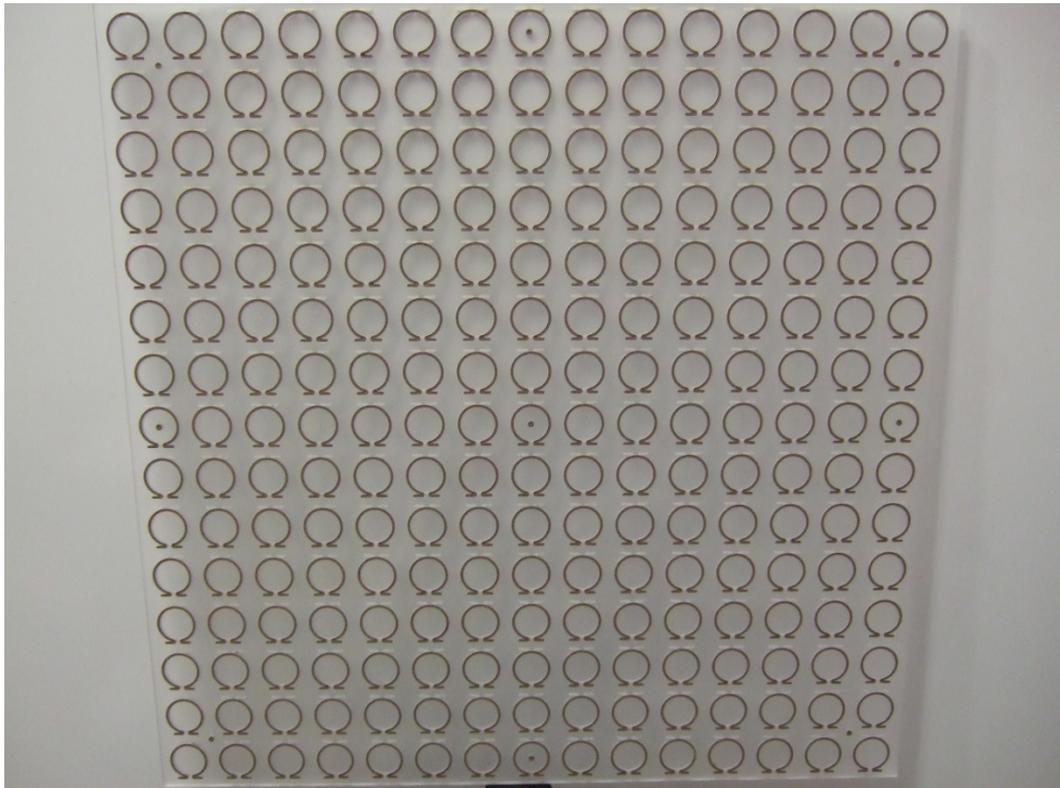


Рисунок 5 – Изготовленный экспериментальный образец метаповерхности для частичного поглощения излучения, а также преобразования поляризации отраженного излучения

Стоит отметить, что толщина полученного образца существенно меньше резонансной длины волны, а именно: $2R=13,2\text{мм}\approx\lambda_{\text{res}}/7$. При изготовлении двухслойного образца на рисунке 5, в качестве подложки использовалось акриловое стекло (диэлектрическая проницаемость на частоте 1 МГц порядка 3,5; удельное сопротивление порядка 10^{13} Ом·см). Мелкодисперсный порошок меди использовался в качестве наполнителя для изготовления проводящих омега элементов, при этом использовался акриловый герметик для фиксации.

Заключение

Разработаны несколько экспериментальных образцов метаповерхностей с целью экранизации металлических или металлизированных объектов сложной формы и уменьшения отражения излучения от них. Одна из моделей хорошо подходит для умеренного ослабления падающего сигнала и преобразования поляризации отраженного, тогда как более сложная – для сильного поглощения падающего излучения, исключающего как отраженный, так и прошедший сигналы. Было предложено использование металлических порошков для получения омега элементов заданной формы и проводимости методом формовки. Использование современных программ автоматизированного проектирования, а также аддитивных средств производства (3D принтеры, оборудование с числовым программным управлением) позволило изготовить образцы с высокой точностью, необходимой для проведения исследований.

Результаты данного исследования могут быть использованы при проектировании устройств и материалов для экранирования металлических или металлизированных объектов сложной формы, разработке прерывателей оптоволоконных систем, индикаторов инфракрасного излучения, а также устройств пространственной модуляции инфракрасного излучения.

Работа поддержана Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований, договоры № Ф19КИТГ–017, № Ф20ПТИ–007.

Литература

1. Ground-plane-less bidirectional terahertz absorber based on omega resonators. / A. P. Balmakou [et al.] // Opt. Lett. – 2015. – Vol. 40. – P. 2084-2087.
2. Designing of ultra-thin electromagnetic sensor using omega-

particles / A. P. Balamakou [et al.] // Proc. of Chinese-Belarusian Workshop (Nanjing). – 2019. – P. 9–10.

3. Radiation of circularly polarized microwaves by a plane periodic structure of omega elements / I. V. Semchenko [et al.] // J. Commun. Technol. Electron. – 2007. – Vol. 52. – P. 1002–1005.

4. Design and Creation of Metal-Polymer Absorbing Metamaterials Using the Vacuum-Plasma Technologies. In: Laukaitis G. (eds) Recent Advances in Technology Research and Education / I. V. Semchenko [et al.] // INTER-ACADEMIA 2018. Lecture Notes in Networks and Systems. – 2019. – Vol. 53. – P. 105-112.

**И. В. Балыкин¹, А. А. Рыжевич^{1,2}, А. А. Найдунув²,
Т. А. Железнякова²**

¹Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

²Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

АНАЛИЗ КАЧЕСТВА БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА, СФОРМИРОВАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛОВ

Введение

В подавляющем большинстве случаев применения бесселевых световых пучков имеет значение их качество. В [1] были предложены объективные критерии для численной оценки качества бесселевых световых пучков нулевого порядка (БСП₀). Известно также, что параметры качества реальных, конечных в пространстве БСП обычно существенно зависят от продольной координаты [2], поэтому предложенные численные параметры качества можно использовать для определения оптимальной конфигурации оптической схемы, обеспечивающей наилучшее качество формируемого ею БСП. Настоящая работа посвящена рассмотрению параметров качества БСП 2-го порядка (БСП₂), формируемого с помощью одноосного кристалла дигидрофосфата (дигидроортофосфата) калия КН₂РО₄ (KDP).

1. Определение параметров качества БСП₂

Параметры качества для БСП₂ можно ввести, исходя из методологии в [1], производя набор аппроксимаций для различных радиальных

распределений интенсивности светового пучка, внося следующие изменения:

1. Заменить вид аппроксимирующей функции для интенсивности на

$$\hat{I}(r) = aJ_2^2[b(r - c)],$$

где r – радиальная координата, a , b , c – параметры аппроксимации, J_2 – функция Бесселя второго порядка.

2. Значение r_1 следует определять как наименьший по модулю нетривиальный корень уравнения

$$\left. \frac{dJ_2^2(br)}{dr} \right|_{r=r_1} = 0$$

Этот корень будет соответствовать центральному кольцу БСП₂. Таким образом, приближенно

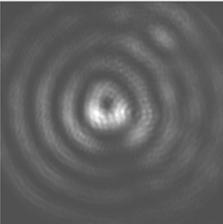
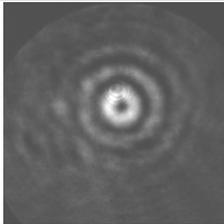
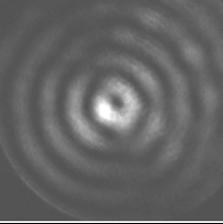
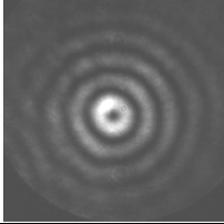
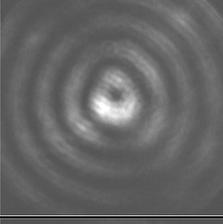
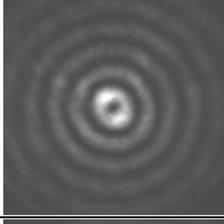
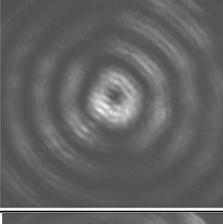
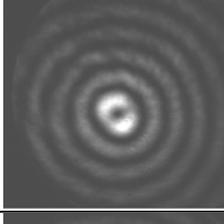
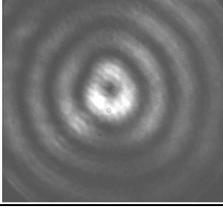
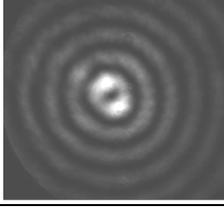
$$r_1(\varphi) = 3,0542 / b(\varphi),$$

где φ – азимутальная координата, вдоль которой проводится радиальное распределение. С учетом указанных замечаний формулы для непосредственного вычисления параметров качества БСП₂ совпадают с формулами для БСП₀ из [1]. Предложенная методология была практическим образом опробована на примере анализа качества БСП₂, формируемых из излучения полупроводникового лазерного модуля (ППЛМ) и гелий-неонового лазера (ЛГН) с использованием кристалла KDP методом, предложенным в [3] (таблица 1) посредством специально разработанной нами компьютерной программы. Расстояние между основанием аксикона и CCD-камерой (плоскостью регистрации) обозначается как координата z .

2. Обсуждение результатов

Проанализировав поперечные распределения интенсивности для различных z , мы получили пространственные распределения интенсивности, а также зависимости параметров качества БСП₂ от продольной координаты для обоих источников излучения (таблица 2).

Таблица 1 – Вид распределения интенсивности БСП₂ в его поперечном сечении на различных расстояниях от аксикона

Координата z , мм	Вид БСП ₂ для ППЛМ	Вид БСП ₂ для ЛГН
0		
25		
50		
75		
100		

Из графиков в таблице 2 видно, что при использовании ЛГН распределения интенсивности в поперечных сечениях БСП₂ вдоль радиальных лучей гораздо лучше соответствуют квадрату функции Бесселя 2-го порядка, т. к. модифицированный коэффициент детерминации R^2 для ЛГН гораздо выше во всем исследуемом интервале z . Параметр постоянства $k_{ЛГН}^\sigma$ БСП₂ при использовании ЛГН также заметно выше, чем для ППЛМ, при малых z , хотя затем он постепенно уменьшается, и на расстоянии 85 мм от аксикона становится примерно равным параметру постоянства для ППЛМ. Во всем диапазоне z коэффициент круглости $k_{К}^\sigma$ БСП₂ от ППЛМ претерпевает значительные несистем-

ные колебания, в то время как круглость БСП₂ от ЛГН изменяется незначительно.

Таблица 2 – Сравнение вида зависимостей различных параметров качества БСП₂ от продольной координаты z для ППЛМ и ЛГН

Параметр	ППЛМ	ЛГН
k_{Π}^{σ}	<p>Кoeffициент постоянства k_{Π}^{σ}</p> <p>Продольная координата z, мм</p>	<p>Кoeffициент постоянства k_{Π}^{σ}</p> <p>Продольная координата z, мм</p>
k_K^{σ}	<p>Кoeffициент круглости k_K^{σ}</p> <p>Продольная координата z, мм</p>	<p>Кoeffициент круглости k_K^{σ}</p> <p>Продольная координата z, мм</p>
R^2	<p>Кoeffициент детерминации R^2</p> <p>Продольная координата z, мм</p>	<p>Кoeffициент детерминации R^2</p> <p>Продольная координата z, мм</p>

Заключение

В данной работе нами предложены дополнения к методологии оценки качества БСП₀, позволяющие производить анализ качества БСП₂. Экспериментально показано, что предложенная процедура позволяет характеризовать и сравнивать качество экспериментальных БСП₂. Построены экспериментальные зависимости параметров качества БСП₂ от продольной координаты для пучков, формируемых из

излучения ППЛМ и ЛГН с использованием кристалла KDP. Объективно определено, что БСП₂, сформированный из излучения ЛГН, по всем параметрам качественнее БСП₂ из излучения ППЛМ.

Работа выполнена в рамках задания 1.1 «Разработка методов и устройств диагностики материалов, процессов и изделий в оптическом и терагерцовом диапазонах спектра и их применение для оптической связи, микроскопии и определения характеристик различных объектов», № гос. рег. 20210300 от 23.03.2021 ГПНИ «Фотоника и электроника для инноваций» (2021–2025 г.г.)

Литература

1. Рыжевич, А. А. Параметры качества бесселевых световых пучков нулевого порядка / А. А. Рыжевич, И. В. Балыкин, Т. А. Железнякова // ЖПС. – 2018. – Т. 85, № 1. – С. 144–153.
2. Зависимость параметров качества неидеальных бесселевых световых пучков от продольной координаты / И. В. Балыкин [и др.] // «Современные проблемы физики», Междунар. школа-конф. молодых учёных и специалистов, Минск, 4–6 ноября 2020 г. / Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси. – Минск, 2020. – С. 41–42.
3. Bessel Light Beam of the Second Order Formation with Uniaxial Crystal / I. V. Balykin [et al.] // Журнал прикладной спектроскопии. – 2016. – Т. 83, спецвыпуск 6-16, ч. 3. – С. 453–454.

В. Н. Белый¹, С. Н. Курилкина¹, Н. С. Петров², А. Б. Зимин³
Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

²ИПК по новым направлениям развития техники, технологий и экономики БНТУ, Минск, Беларусь

³Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

ОСОБЫЕ НЕОДНОРОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ПОГЛОЩАЮЩИХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ

Введение

В течение последнего десятилетия появилось значительное число публикаций, посвященных исследованию новых искусственно синте-

зированных сред – метаматериалов, образованных путем упорядоченного внедрения в однородную матрицу наночастиц другой фазы [1–4]. Перспективы их использования для управления световыми пучками, получения изображений с субволновым разрешением, в литографии [5–7] обуславливают необходимость изучения электромагнитных свойств этих материалов. Для их описания могут быть использованы эффективные (усредненные) параметры – диэлектрическая ϵ и магнитная μ проницаемости, существенно зависящие от геометрических размеров нановключений и их взаимного расположения [8]. Одним из видов метаматериалов являются гиперболические метаматериалы (ГММ), для которых диагональный тензор диэлектрической проницаемости ϵ имеет главные значения, различающиеся знаком, и предполагается $\mu \approx 1$ [9–11]. Следует отметить, что ГММ наиболее технологичны и просты в описании.

Ряд важных практических применений метаматериалов (в частности, в сенсорике, ближнепольной микроскопии, в системах получения изображений) обусловлен особенностями формируемых на их поверхности электромагнитных волн. Наиболее изученными среди них являются поверхностные плазмон-поляритоны (ППП) – ТМ-поляризованные волны, формируемые на границе сред с различными по знаку диэлектрическими проницаемостями (гиперболического метаматериала и диэлектрика) [12–15]. Свойства ППП, генерируемых на границе ГММ с оптической осью, ортогональной границе, изучались, например, в работах [16–19]. При этом авторы, как правило, пренебрегали поглощением, которое может быть достаточно большим.

В работах [20, 21] показана возможность возбуждения на границе ГММ неоднородных волн, векторная амплитуда которых, наряду с экспоненциальной зависимостью от координат, содержит также линейную зависимость. Исследованию влияния поглощения гиперболического метаматериала на их свойства и посвящена настоящая статья.

1. Особые неоднородные волны в поглощающем гиперболическом метаматериале

Пусть изотропная среда с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 граничит с поглощающим гиперболическим метаматериалом (ГММ), характеризуемым тензором диэлектрической проницаемости $\epsilon = \epsilon'_o + \delta' \mathbf{c} \cdot \mathbf{c}$, где \mathbf{c} – единичный вещественный вектор вдоль оптической оси $\delta' = \epsilon'_e - \epsilon'_o$, $\epsilon'_{e,o}$ – являющиеся комплексными величинами собственные значения тензора проницаемости, соответствующие не-

обыкновенной и обыкновенной волнам; точка между векторами обозначает их диадное произведение.

Условие отсутствия в ГММ двупреломления для неоднородных волн как в непоглощающих, так и поглощающих гиперболических метаматериалах имеет вид [22]

$$[\mathbf{m}\mathbf{c}]^2 = 0, \quad (1)$$

где, \mathbf{m} – вообще говоря, нелинейный вектор рефракции, равный такому для обыкновенной (далее будем обозначать буквой o) и необыкновенной (далее будем обозначать буквой e) волны. При этом вследствие нелинейности \mathbf{m} получаем, что $[\mathbf{m}\mathbf{m}^*] \neq 0$. Используя (1), можно найти выражение для оптической оси в поглощающих ГММ. Для этого представим вектор \mathbf{c} в виде

$$\mathbf{c} = \gamma_1 \mathbf{m}_o + \gamma_2 \mathbf{m}_o^* + \gamma_3 [\mathbf{m}_o \mathbf{m}_o^*]. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{m}_o – нелинейный вектор рефракции обыкновенной волны, причем $\mathbf{m}_o^2 = \epsilon'_o = \epsilon_o + i\tau_o$, где ϵ_o – соответствующее обыкновенной волне собственное значение тензора диэлектрической проницаемости без учета поглощения, $\tau_o = 4\pi\sigma_o / \omega$ – описывающий поглощение параметр, связанный с проводимостью среды σ_o . Так как \mathbf{c} – вещественный вектор, то из (2) следует $\gamma_2^* = \gamma_1$, $\gamma_3 = -\gamma_3^* = i\gamma$ (γ – вещественный параметр). Тогда для вектора \mathbf{c} получим

$$\mathbf{c} = \gamma_1 \mathbf{m}_o + \gamma_1^* \mathbf{m}_o^* + i\gamma [\mathbf{m}_o \mathbf{m}_o^*]. \quad (2a)$$

Подставляя (2a) в условие $[\mathbf{m}_o \mathbf{c}]^2 = 0$, приходим к соотношению

$$(\gamma_1^{*2} - \gamma^2 \mathbf{m}_o^2) [\mathbf{m}_o \mathbf{m}_o^*]^2 = 0. \quad (3)$$

Отсюда следует, что $(\gamma_1 \pm \gamma \sqrt{\mathbf{m}_o^{*2}}) = 0$. В результате выражение для вектора \mathbf{c} принимает вид

$$\underline{\mathbf{c}} = \pm \gamma (\sqrt{\mathbf{m}_o^{*2}} \cdot \mathbf{m}_o + \sqrt{\mathbf{m}_o^2} \cdot \mathbf{m}_o^* \pm i [\mathbf{m}_o \mathbf{m}_o^*]). \quad (4)$$

При этом параметр γ , который находится из условия, что \mathbf{c} – единичный вектор, оказывается равным величине

$$\gamma = \pm 1 / (|\mathbf{m}_o|^2 + |\mathbf{m}_o^2|). \quad (4a)$$

Таким образом, окончательное выражение для вектора \mathbf{c} имеет вид

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{\pm} = \frac{\sqrt{\mathbf{m}_o^{*2} \cdot \mathbf{m}_o} + \sqrt{\mathbf{m}_o^2 \cdot \mathbf{m}_o^*} \pm i[\mathbf{m}_o \mathbf{m}_o^*]}{|\mathbf{m}_o|^2 + |\mathbf{m}_o^2|}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражение для вектора рефракции $\mathbf{m}_o = \xi \mathbf{b} + \eta_o \mathbf{q}$ и учитывая, что $\mathbf{m}_o^2 = \xi^2 + \eta_o^2 = \varepsilon'_o$, выражение для \mathbf{c} можно представить в виде

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{\pm} = \frac{1}{Q} (M\mathbf{b} + N\mathbf{q} + P\mathbf{s}). \quad (6)$$

Здесь $M = 2\xi \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon'_o}$, $N = 2 \operatorname{Re}(\eta_o^* \sqrt{\varepsilon'_o})$, $P = i\xi(\eta_o^* - \eta_o)$, $Q = \xi^2 + |\eta_o|^2 + |\varepsilon'_o|$, где $\xi = n_1 \sin \alpha$ (α – угол падения, $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ – показатель преломления изотропной среды, граничащей с кристаллом), $\eta_o = \sqrt{\varepsilon'_o - \xi^2}$, $\mathbf{b}, \mathbf{q}, \mathbf{s}$ – единичные взаимно перпендикулярные векторы ($\mathbf{b}^2 = \mathbf{q}^2 = \mathbf{s}^2 = 1$, $\mathbf{b}\mathbf{q} = \mathbf{b}\mathbf{s} = \mathbf{q}\mathbf{s} = 0$), вектор \mathbf{b} ориентирован вдоль границы ГММ, \mathbf{q} – перпендикулярен ей и направлен вглубь анизотропной среды, \mathbf{s} – нормаль к плоскости падения. Их взаимная ориентация показана на рисунке 1.

Для нахождения вектора напряженности электрического поля волны \mathbf{E} исходим из известного волнового уравнения

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} - k^2 \varepsilon' \mathbf{E} = 0. \quad (7)$$

Здесь $k = \omega/c$. Решение этого уравнения в нашем случае вырожденного решения, соответствующего отсутствию дупреломления, будем искать в виде

$$\mathbf{E} = (\mathbf{f}_1 + \zeta' \mathbf{f}_2) \bar{e}^{i(\omega t - k\mathbf{m}_o \mathbf{r})}. \quad (8)$$

$$\zeta' = k\mathbf{q}\mathbf{r} = kz. \quad (9)$$

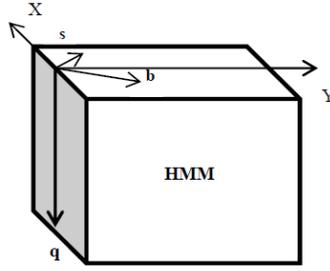


Рисунок 1 – Схема рассматриваемой структуры в приближении эффективной среды. \mathbf{q} – вектор, ортогональный границе раздела, (\mathbf{b}, \mathbf{q}) – плоскость падения световой волны

Подставляя (9) в (8), приходим к следующему уравнению

$$\theta\mathbf{f}_1 - i\beta\mathbf{f}_2 + \zeta'\theta\mathbf{f}_2 = 0, \quad (10)$$

где $\theta = \mathbf{m}_o \cdot \mathbf{m}_o - \mathbf{m}_o^2 + \varepsilon'_o = \mathbf{m}_o \cdot \mathbf{m}_o + \delta\mathbf{c} \cdot \mathbf{c}$, $\beta = \mathbf{m}_o \cdot \mathbf{q} + \mathbf{q} \cdot \mathbf{m}_o - 2\eta_o$. Так как соотношение (10) должно выполняться тождественно, т.е. при любых ζ' , то отсюда следует $\theta\mathbf{f}_2 = 0$, и уравнение для определения вектора \mathbf{f}_2 принимает вид:

$$(\mathbf{m}_o \cdot \mathbf{m}_o + \delta\mathbf{c} \cdot \mathbf{c})\mathbf{f}_2 = 0. \quad (11)$$

Отсюда следует, что $\mathbf{f}_2 \parallel [\mathbf{m}_o\mathbf{c}]$, т.е.

$$\mathbf{f}_2 = t[\mathbf{m}_o\mathbf{c}], \quad (12)$$

где t – некоторый скалярный параметр. Таким образом, уравнение (10) для вектора \mathbf{f}_1 принимает вид

$$(\mathbf{m}_o\mathbf{f}_1)\mathbf{m}_o + \delta(\mathbf{c}\mathbf{f}_1)\mathbf{c} - i((\mathbf{q}[\mathbf{m}_o\mathbf{c}])\mathbf{m}_o - 2\eta_o[\mathbf{m}_o\mathbf{c}])t = 0. \quad (13)$$

Для нахождения вектора \mathbf{f}_1 представим его в виде суммы слагаемых воль взаимно перпендикулярных ортов $\mathbf{s}, \mathbf{b}, \mathbf{q}$, а именно,

$$\mathbf{f}_1 = t_1\mathbf{s} + t_2\mathbf{b} + t_3\mathbf{q}, \quad (14)$$

где t_1, t_2, t_3 – скалярные параметры. Подставляя \mathbf{f}_1 в уравнение (13) и приравнявая коэффициенты при $\mathbf{s}, \mathbf{b}, \mathbf{q}$ к нулю, можно выразить t_2 и t_3 через t_1 и t , следовательно, получить их явные выражения. В результате вычислений находим

$$t_2 = \pm i((\eta_o / \sqrt{\varepsilon'_o})t_1 + Kt),$$

$$t_3 = \mp i(\xi / \sqrt{\varepsilon'_o})t_1 \pm (i / \eta_o)[2\sqrt{\varepsilon'_o}N/Q + i\xi(P/Q - K)]t, \quad (15)$$

где

$$K = \frac{Q/P}{\delta\sqrt{\varepsilon'_o}}[2\eta_o^2\sqrt{\varepsilon'_o} + \delta N(2\sqrt{\varepsilon'_o}N + i\xi P)/Q^2]. \quad (15a)$$

При этом выражение для \mathbf{f}_1 принимает вид

$$\mathbf{f}_1 = \frac{iGt_1}{P\sqrt{\varepsilon'_o}}[\mathbf{m}_o\mathbf{c}] \pm \frac{t}{\eta_o} \{iK[\mathbf{m}_o\mathbf{s}] + \frac{1}{Q}(2\sqrt{\varepsilon'_o}N + i\xi P)\mathbf{q}\}. \quad (16)$$

Тогда для вектора электрического поля волны \mathbf{E} в рассматриваемом случае получаем выражение

$$\mathbf{E} = C_1[\mathbf{m}_o\mathbf{c}] \pm C_2(\mathbf{F} \pm \delta\zeta'[\mathbf{m}_o\mathbf{c}])e^{-i\varphi}, \quad (17)$$

где приняты обозначения $\varphi = \omega t - k\mathbf{m}_o\mathbf{r}$,

$$C_1 = \frac{iGt_1}{P\sqrt{\varepsilon'_o}}, \quad C_2 = t/\delta, \quad \mathbf{F} = \frac{\delta}{\eta_o}(iK[\mathbf{m}_o\mathbf{s}] + \frac{1}{Q}(2\sqrt{\varepsilon'_o}N + i\xi P)\mathbf{q}). \quad (18)$$

Для вектора магнитного поля волны \mathbf{H} , который находится из второго уравнения Максвелла $\mathbf{H} = \frac{1}{ik}rot\mathbf{E}$, имеем следующее выражение

$$\mathbf{H} = \{C_1[\mathbf{m}_o[\mathbf{m}_o\mathbf{c}]] \pm C_2([\mathbf{m}_o\mathbf{F}] \pm \delta\zeta'[\mathbf{m}_o[\mathbf{m}_o\mathbf{c}]]\} \exp(-i\varphi). \quad (19)$$

Нетрудно убедиться, что полученные для \mathbf{E} и \mathbf{H} выражения совпадают с таковыми при переходе к случаю непоглощающего гиперболического метаматериала [22].

Для решения соответствующей граничной задачи используем известные условия непрерывности тангенциальных составляющих векторов поля падающей $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$, отраженной $(\mathbf{E}'_1, \mathbf{H}'_1)$ и прошедшей (\mathbf{E}, \mathbf{H}) волн на границе раздела $(z=qr=0)$. В инвариантной записи они имеют вид

$$[\mathbf{q}_1, \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}'_1 - \mathbf{E}] = 0, \quad \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}'_1 - \mathbf{H} = 0. \quad (\text{при } \mu = 1). \quad (20)$$

Представим соответствующие векторы $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$ и $(\mathbf{E}'_1, \mathbf{H}'_1)$ в виде суммы составляющих перпендикулярной (A_1, A'_1) и параллельной (B_1, B'_1) плоскости падения \underline{s} - и p поляризаций следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= A_1 \mathbf{s} + \frac{1}{n_1} B_1 [\mathbf{m}_1 \mathbf{s}], & \mathbf{E}'_1 &= A'_1 \mathbf{s} + \frac{1}{n_1} B'_1 [\mathbf{m}'_1 \mathbf{s}], & \mathbf{H}_1 &= A_1 [\mathbf{m}_1 \mathbf{s}] - n_1 B_1 \mathbf{s}, \\ \mathbf{H}'_1 &= A'_1 [\mathbf{m}'_1 \mathbf{s}] - n_1 B'_1 \mathbf{s}, & \mathbf{H} &= [\mathbf{m} \mathbf{E}], \end{aligned} \quad (21)$$

где векторы рефракции падающей и отраженной волн \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}'_1 соответственно равны $\mathbf{m}_1 = n_1 \mathbf{n}_1, \mathbf{m}'_1 = n_1 \mathbf{n}'_1$ (\mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 – единичные векторы фазовых нормалей волн, n_1 – показатель преломления изотропной среды). Подставив (21) в уравнения (20), получаем:

$$\begin{aligned} [\mathbf{q}, (A_1 + A'_1) \mathbf{s} + (1/n_1)(B_1 [\mathbf{m}_1 \mathbf{s}] + B'_1 [\mathbf{m}'_1 \mathbf{s}] - C_1 [\mathbf{m}_o \mathbf{c}] - C_2 \mathbf{F})] &= 0, \\ A_1 [\mathbf{m}_1 \mathbf{s}] + A'_1 [\mathbf{m}'_1 \mathbf{s}] - n_1 (B_1 + B'_1) - C_1 [\mathbf{m}_o [\mathbf{m}_o \mathbf{c}]] - C_2 ([\mathbf{m}_o \mathbf{F}]) &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Из (22) можно определить амплитуды A'_1, B'_1 отраженной и C_1, C_2 прошедшей волны, что достигается путем умножения первого из векторных уравнений (22) последовательно на \mathbf{s}, \mathbf{b} и \mathbf{q} , в результате чего получаем систему четырех уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} \eta_1 (A_1 - A'_1) + i \eta_o \sqrt{\varepsilon'_o} P/Q C_1 + \delta \sqrt{\varepsilon'_o} (P/Q) C_2 &= 0, \\ A_1 + A'_1 + i \sqrt{\varepsilon'_o} (P/Q) C_1 &= 0, \\ \eta_1 (B_1 - B'_1) \mp n_1 \eta_o (P/Q) C_1 \mp i n_1 \delta K C_2 &= 0, \\ \eta_1 (B_1 + B'_1) \mp \varepsilon'_o (P/Q) C_1 + C_2 \Phi &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $\Phi = \mathbf{s}[\mathbf{m}_o \mathbf{F}] \pm i\eta_o \delta P/Q = \mp \frac{\delta \sqrt{\varepsilon'_o}}{\eta_o} [i\sqrt{\varepsilon'_o} (K - P/Q) - 2\xi N/Q]$.

В результате решения этой системы находим

$$\begin{aligned} A'_1 &= \frac{1}{\Delta} \{[(\eta_1 - \eta_o)(\eta_1 \Phi \mp i\delta\varepsilon_1 K) \pm i\delta(\varepsilon_o \eta_1 - \varepsilon_1 \eta_o)P/Q]A_1 - 2n_1 \eta_1 \sqrt{\varepsilon'_o} (P/Q)B_1\}, \\ B'_1 &= \frac{1}{\Delta} \{[(\eta_1 + \eta_o)(\eta_1 \Phi \pm i\delta\varepsilon_1 K) \mp i\delta(\varepsilon_o \eta_1 - \varepsilon_1 \eta_o)P/Q]B_1 + 2n_1 \eta_1 \sqrt{\varepsilon'_o} (P/Q)A_1\}, \\ C_1 &= \frac{2i\eta_1}{\Delta \sqrt{\varepsilon'_o}} [(\eta_1 \Phi \mp i\varepsilon_1 \delta K)(Q/P)A_1 - n_1 \delta \sqrt{\varepsilon'_o} B_1], \\ C_2 &= \pm \frac{2i\eta_1}{\Delta \sqrt{\varepsilon'_o}} [(\varepsilon_o \eta_1 + \varepsilon_1 \eta_o)A_1 \pm in_1 (\eta_1 + \eta_o) \sqrt{\varepsilon'_o} B_1], \end{aligned} \quad (24)$$

где $\Delta = (\eta_1 + \eta_o)(\eta_1 \Phi \mp i\varepsilon_1 \delta K) \mp i\delta(\varepsilon_o \eta_1 + \varepsilon_1 \eta_o)P/Q$.

Из выражений для A'_1 и B'_1 видно, что амплитуды отраженной и прошедшей волн являются комплексными величинами. Это значит, что как отраженная, так и прошедшая в ГММ волны оказываются эллиптически поляризованными.

2. Энергетические характеристики особой неоднородной волны в поглощающем гиперболическом метаматериале

Для средних по времени величин потока $\bar{\mathbf{S}}$ и плотности электрической \bar{W}_e и магнитной \bar{W}_m энергии имеем

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi} \text{Re}[\mathbf{E}\mathbf{H}^*], \quad \bar{W}_e = \frac{1}{16\pi} \text{Re}(\mathbf{E}\mathbf{D}^*), \quad \bar{W}_m = \frac{1}{16\pi} |\mathbf{H}|^2. \quad (25)$$

Здесь $\mathbf{D} = \varepsilon' \mathbf{E}$.

Подставляя в (25) выражения для векторов электрической и магнитной напряженности с учетом приведенных выше формул, можно определить энергетические характеристики отраженной и прошедшей волны. Далее рассмотрим их особенности на конкретном примере гиперболического метаматериала, сформированного на основе слоисто-периодической металлодиэлектрической структуры ИТО/Ag. В приближении эффективной среды многослойная структура может рассматриваться как эффективная оптически одноосная среда. При этом тензор диэлектрической проницаемости ее имеет собственные значения, определяемые выражениями:

$$\varepsilon_o = (1-f)\varepsilon_d + f\varepsilon_m, \quad \varepsilon_e = \left[\frac{1-f}{\varepsilon_d} + \frac{f}{\varepsilon_m} \right]^{-1}. \quad (26)$$

Здесь $f=d_m/(d_m+d_d)$ – фактор заполнения (объемная доля, занимаемая в структуре металлом), $\varepsilon_d, \varepsilon_m$ – соответственно проницаемости диэлектрического и металлического слоя. При этом величина ε_m описывается известной формулой Друде. Расчет согласно выражения (26) для слоисто-периодической среды ИТО/Ag ($d_m=15$ nm, $f=0,3$), при длине падающей световой волны 320 нм дает значения $\varepsilon_o = 1,8748 + 0,0232i$, $\varepsilon_e = -2,3395 + 0,6403i$. Для граничащей с ГММ изотропной среды (оптическое стекло BK7) $\varepsilon_i = n_i^2 = 2,3914$.

Учет поглощения в выражении для ε_o обуславливает корректировку в оценке положения оптической оси: в данном случае, как следует из (6), $\mathbf{c} = 0,155\mathbf{s} + 0,987\mathbf{b} + 0,039\mathbf{q}$, что свидетельствует о выходе оптической оси из плоскости раздела (\mathbf{sb}) (без учета поглощения оптическая ось \mathbf{c} расположена в этой плоскости: $\mathbf{c} = 0,150\mathbf{s} + 0,989\mathbf{b}$) и изменении условий возбуждения особой неоднородной волны (8).

Пусть световая волна, поляризованная под углом 45° ($A_i = B_i$), падает на границу раздела ГММ под углом $\alpha = 64,0^\circ$, превышающем угол полного отражения. При этом плоскость падения совпадает с плоскостью (\mathbf{bq}) (рисунок 1). На рисунке 2 представлены рассчитанные в соответствии с (24), (25) зависимости плотностей энергии электрического W_e и магнитного W_h полей особой неоднородной волны, которые нормированы на плотность энергии падающей волны.

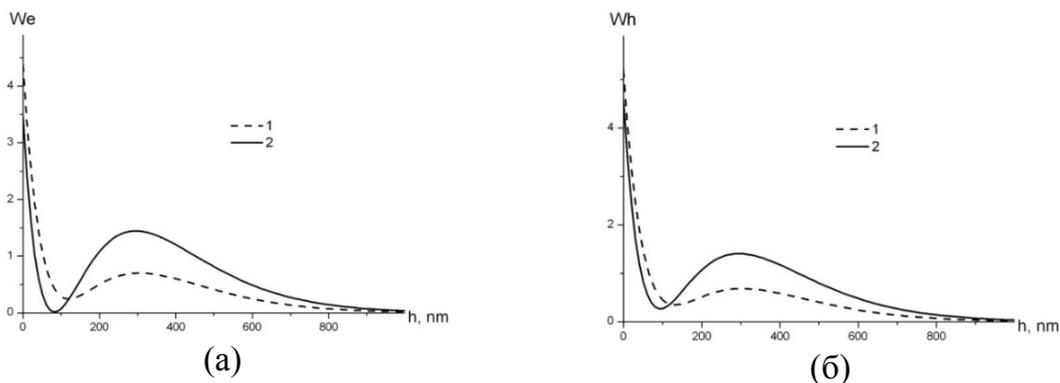


Рисунок 2 – Зависимость от расстояния h до границы раздела со стеклом BK7 плотности энергии электрического W_e (а) и магнитного W_h (б) поля особой неоднородной волны, возбуждаемой в метаматериале на основе слоисто-периодической наноструктуры ИТО/Ag с учетом (кривая 1) и без учета (кривая 2) поглощения метаматериала. Величины W_e и W_h нормированы на плотность энергии падающей волны. $d_m = 15$ nm, $f = 0,3$, $\lambda = 320$ nm, $\alpha = 64,0^\circ$

Численные расчеты проведены для случая, когда особая волна возбуждается на границе раздела стекла BK7 и гиперболического метаматериала на основе слоисто-периодической металлодиэлектрической наноструктуры ИТО/Ag. Кривые на рисунке 2 соответствуют случаям учета поглощения (1) и пренебрежения им (2). Видно, что неэкспоненциальная зависимость затухания амплитуды особой неоднородной волны сохраняется, однако максимумы кривых уменьшаются, а минимумы возрастают, что приводит к сглаживанию кривых $W_e(h)$, $W_h(h)$.

На рисунке 3 представлены компоненты вектора Умова-Пойнтинга S_b , S_s как в плоскости границы раздела, так и в ортогональном q ей направлении (S_q).

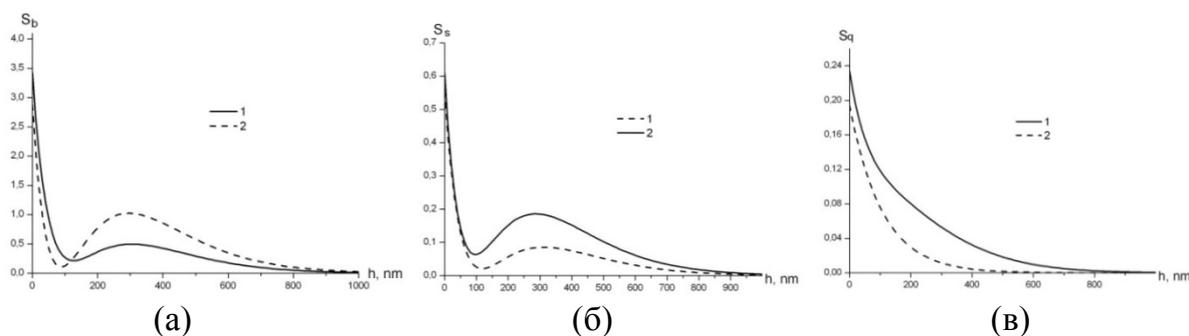


Рисунок 3 – Зависимость от расстояния h до границы раздела со стеклом BK7 компонент вектора Умова-Пойнтинга (S_b (а), S_s (б), S_q (в)), нормированных на плотность энергии падающей волны, для поля особой неоднородной волны, возбуждаемой в метаматериале на основе слоисто-периодической наноструктуры ИТО/Ag с учетом (кривая 1) и без учета (кривая 2) поглощения в метаматериале. $d_m=15$ nm, $f=0,3$, $\lambda=320$ nm, $\alpha=64,0^\circ$

Видно, что при учете поглощения ГММ как максимумы, так и минимумы зависимостей $S_b(h)$, $S_s(h)$ уменьшаются. В результате продольная составляющая энергетического потока S_b , лежащая в плоскости падения, оказывается минимальной на глубине 90 нм. В свою очередь, составляющая S_s , перпендикулярная плоскости падения, достигает минимума на расстоянии 120 нм. При этом продольный S_b и поперечный S_s потоки с учетом поглощения в 2 раза меньше таковых в пренебрежении поглощением.

Заключение

В данной работе показано, что в условиях полного отражения света на границе изотропной среды и поглощающего гиперболического метаматериала может распространяться особая неоднородная волна.

Установлено, что данная волна характеризуется неэкспоненциальным уменьшением плотностей энергии и энергетических потоков и, как следствие, появлением его четко выраженного максимума вблизи отражающей поверхности метаматериала. При этом учет поглощения ГММ приводит к уменьшению величины этого максимума. Кроме того, имеет место сдвиг плоскости, параллельной отражающей поверхности, в которой продольный и поперечный к плоскости падения поток минимален, при этом величины этих потоков существенно уменьшаются.

Полученные результаты имеют перспективы применения при создании высокочувствительных сенсоров, основанных на использовании особых световых неоднородных волн. Они могут быть использованы также при разработке новых методов зондирования приповерхностных дефектов различных материалов.

Литература

1. Cai, W. Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications / W. Cai, V. Shalaev. – Springer, 2010. – 200 pp.
2. Metamaterials Handbook 1: Theory and Phenomena of Metamaterials / F. Capolino (Ed.). – CRC Press, 2009. – 926 pp.
3. Wire metamaterials. Physics and applications / C. R. Simovski, P. A. Belov, A. V. Atrashchenko, Y. S. Kivshar // Adv. Mater. – 2012. – Vol. 24. – Article 4229.
4. Metamaterials and Plasmonics: Fundamentals, Modelling, Applications / S. Zouhdi, A. Sihvola, A. P. Vinogradov (Eds.). – Netherlands: Springer Science + Business Media B.V, 2009. – 305 pp.
5. Pendry, J. B. Negative refraction makes a perfect lens/ J. B. Pendry // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 3966–3969.
6. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens / N. Fang, H. Lee, C. Sun, X. Zhang // Science. – 2005. – Vol. 308. – P. 534–537.
7. Pendry, J. B. Controlling electromagnetic fields/ J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith // Science. – 2006. – Vol. 312. – P. 1780–1782.
8. Kidwai, O. Effective-medium approach to planar multilayer hyperbolic metamaterials: Strengths and limitations / O. Kidwai, S. V. Zhukovsky, J. E. Sipe // Phys. Rev. – 2012. – Vol. A 85. – Article 053842.

9. Shekhar, P. Hyperbolic metamaterials: fundamentals and applications/ P. Shekhar, J. Atkinson, Z. Jacob // Nano Convergence. – 2014. – Vol. 1. – Article 14.
10. Features of hyperbolic metamaterials with extremal optical characteristics / S. N. Kurilkina, M. A. Binhussain, V. N. Belyi, N. S. Kazak // J. Opt. – 2016. – Vol. 18. – Article 085102.
11. Hyperbolic metamaterials / A. Poddubny, I. Iorsh, P. Belov, Y. Kivshar // Nature photonics. – 2013. – Vol. 7. – P.948–957.
12. Gramotnev, D. K. Plasmonics beyond the diffraction limit / D. K. Gramotnev, S. I. Bozhevolnyi // Nature Photon. – 2010. – Vol. 4. – P. 83–91.
13. MacDonald, K. F. Active plasmonics. Current status/ K. F. MacDonald, N. I. Zheludev // Laser Photon. Rev. – 2010. – Vol. 4. – P. 562–567.
14. Kauranen, M. Nonlinear plasmonics / M. Kauranen, A. V. Zayats // Nature Photon. – 2012. – Vol. 6. – P.737–748.
15. Han, Z. Radiation guiding with surface plasmon polaritons/ Z. Han, S. I. Bozhevolnyi // Rep. Prog. Phys. – 2013. – Vol. 76. – Article 016402.
16. Zhu, P. SPPs coupling induced interference in metal/dielectric multilayer waveguides and its application for plasmonic lithography/ P. Zhu, H. Shi, J. L. Guo // Optics Express. – 2012. – Vol. 20. – P. 12521–12529.
17. Sreekanth, K. V. Experimental demonstration of surface and bulk plasmon polaritons in hypergratings / K. V. Sreekanth, A. Luca, G. Strangi // Scientific Reports. – 2013. – Vol. 3. – Article 3291.
18. Near-infrared surface plasmon polariton dispersion control with hyperbolic metamaterials / Ting S. Luk [et al.] // Optics Express. – 2013. – Vol. 21. – P. 11107–11114.
19. From surface to volume plasmons in hyperbolic metamaterials: General existence conditions for bulk high- k waves in metal-dielectric and graphene-dielectric multilayers /S. V. Zhukovsky, A. Andryieuski, J. E. Sipe, A. V. Lavrinenko // Phys. Rev. B. – 2014. – Vol. 90. – Article 155429.
20. Special inhomogeneous electromagnetic waves in hyperbolic metamaterials / S. N. Kurilkina, N. S. Petrov, A. B. Zimin, V. N. Belyi // J. Opt. – 2017. – Vol. 19. – Article 125102.
21. Отражение света слоем гиперболического метаматериала в случае распространения в нем особых неоднородных волн / Н. С. Петров [и др.] // Оптика и спектроскопия. – 2019. – Т. 126. – С. 319–323.

22. Федоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Федоров. – Минск, Наука и техника, 1976. – 456 с.

С. С. Гиргель

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

МАГНИТНАЯ СИММЕТРИЯ И ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

Введение

Классическая магнитооптика – раздел оптики, изучающий явления, возникающие в результате взаимодействия оптического излучения с веществом, находящимся в магнитном поле [1]. При этом поляризация волн может быть линейной, циркулярной и, в общем случае, эллиптической [2]. Разность комплексных показателей преломления $\Delta n = \Delta n' + i \Delta n''$, где $\Delta n'$ – двупреломление, $\Delta n''$ – оптический дихроизм. В кристаллах с упорядоченной магнитной структурой (магнитоупорядоченных) возможны качественно новые магнитооптические явления [3–5]. Ферромагнетики характеризуются параллельной ориентацией магнитных моментов отдельных атомов, антиферромагнетики – антипараллельной. Также существуют кристаллы с более сложной неколлинеарной и некомпланарной магнитной структурой.

1. Магнитная симметрия и оптические явления в магнитоупорядоченных кристаллах

В магнитоупорядоченных кристаллах, по сравнению с немагнитными, добавляется новая симметрия операция \underline{I} – операция обращения во времени магнитной структуры. В итоге существуют 122 точечные группы магнитной симметрии [3]. Макроскопические свойства магнитоупорядоченных кристаллов, в том числе и оптические, описываются точечными магнитными группами симметрии.

Обсудим возможности различных магнитооптических явлений в магнитоупорядоченных кристаллах. Будем базироваться на линейных материальных уравнениях связи вида [2]

$$\mathbf{E} = \varepsilon^{-1} \cdot \mathbf{D} + \alpha_1 \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H} + \beta_1 \cdot \mathbf{D}, \quad (1)$$

для плоских гармонических волн, где используется безиндексная форма записи. Точка (\cdot) означает свертку по двум индексам. Вследствие частотной и пространственной дисперсии все тензоры могут зависеть от частоты ω и волнового вектора \mathbf{k} . В настоящее время применяются различные типы линейных материальных уравнений, описывающих оптические явления в кристаллах. Все они эквивалентны с точностью до членов второго порядка [2, 5]. Уравнения (1) не требуют изменения стандартных граничных условий при решении граничных задач. На оптических частотах магнитную проницаемость μ можно также полагать равной единице, однако в других диапазонах частот $\mu \neq 1$.

Обобщенный принцип Онзагера [4, 5] накладывает ограничения на материальные тензоры ε , α_l , β_l , μ уравнений связи, т. е.

$$\varepsilon^{-1} = \underline{\tilde{\varepsilon}}^{-1}, \quad \mu = \underline{\tilde{\mu}}, \quad \alpha_l = -\underline{\tilde{\beta}}_l \quad (2)$$

для анизотропных поглощающих сред с упорядоченной магнитной структурой при учете частотной и пространственной дисперсии. Здесь тильда (\sim) означает транспонирование, а подчеркивание снизу – применение операции магнитной симметрии $\underline{1}$. Разложим комплексные тензоры ε , μ , α_l , β_l на i - и c -тензоры [3, 4, 6]. По определению, компоненты c -тензора под действием операции обращения магнитной структуры $\underline{1}$ изменяют свои знаки на противоположные, а компоненты i -тензора остаются неизменными. В областях прозрачности $\varepsilon = \varepsilon^+$, $\mu = \mu^+$, $\alpha_l = -\beta_l^+$, где верхний индекс (+) означает комплексное сопряжение. Поэтому можно записать, что

$$\varepsilon^{-1} = \chi + i\mathbf{G}^\times, \quad \mu = \eta - i\mathbf{g}^\times, \quad \alpha_l = \beta + i\alpha, \quad \beta_l = -\tilde{\beta} - i\tilde{\alpha}, \quad (3)$$

где $\chi = \tilde{\chi}$, $\eta = \tilde{\eta}$, α – i -тензоры, а β , \mathbf{G}^\times , \mathbf{g}^\times – c -тензоры 2 ранга. Вектор генерации \mathbf{G} дуален антисимметричному тензору второго ранга $(\mathbf{G}^\times)_{ik} = \varepsilon_{ikn} G_n$. Мнимая единица $i = \sqrt{-1}$ в (3) выделена для удобства так, чтобы в отсутствие диссипации энергии все материальные тензоры χ , η , \mathbf{G}^\times , \mathbf{g}^\times , β , α становились вещественными. При наличии поглощения все эти тензоры становятся комплексными. Их мнимые части описывают эффекты поглощения и дихроизма.

Тензоры χ и η – симметричные полярные i -тензоры 2 ранга. Изотропные составляющие их вносят вклад в средние показатели пре-

ломления и поглощения собственных волн, а анизотропные составляющие – в анизотропию комплексных показателей преломления, т.е. в линейное двупреломление и линейный дихроизм. Если кристалл находится во внешнем магнитном поле \mathbf{H}° , то все оптические тензоры можно разложить в ряды по его компонентам. Так, разложение симметричной части χ тензора ε^{-1} в магнитоупорядоченных средах может содержать как четные, так и нечетные [4, 7] по внешнему полю \mathbf{H}° части.

$$\chi_{ij} = \chi_{ij}^{(0)} + \chi_{ijk}^{(1)} H_k^\circ + \chi_{ijkl}^{(2)} H_k^\circ H_l^\circ + \dots \quad (4)$$

Здесь тензор $\chi^{(0)}$ вносит вклад в спонтанное линейное двупреломление. Квадратичные по \mathbf{H}° добавки в χ описывают хорошо известный классический эффект Коттона-Мутона – возникновение линейного двупреломления света в направлении, перпендикулярном магнитному полю \mathbf{H}° . Линейные по \mathbf{H}° добавки, характеризуемые аксиальным s -тензором 3 ранга $\chi_{ijk}^{(1)}$, симметричным по двум индексам – сравнительно новый [7] линейный магнитооптический эффект, приводящий к линейному двупреломлению света.

Аксиальный s -вектор гирации \mathbf{G} , дуальный антисимметричной части тензора ε^{-1} , приводит к невзаимному вращению плоскости поляризации света на угол, пропорциональный напряженности внешнего магнитного поля \mathbf{H}° и длине пути света в веществе l (эффект Фарадея). При наличии поглощения – также к магнитному циркулярному дихроизму [1]. Вектор гирации \mathbf{G} можно разложить по \mathbf{H}° :

$$G_i = G_i^{(0)} + G_{ij}^{(1)} H_j^\circ + G_{ijk}^{(2)} H_j^\circ H_k^\circ + \dots \quad (5)$$

Вектор $\mathbf{G}^{(0)}$ и тензор $\mathbf{G}^{(1)}$ характеризуют спонтанный и индуцированный линейный по \mathbf{H}° эффекты Фарадея соответственно. Последний возможен в кристаллах в поперечном магнитном поле (поперечный эффект Фарадея), что получило экспериментальное подтверждение.

Из принципа Онзагера вытекает, что в магнетиках возможно также наблюдать новое явление – четный (квадратичный) по магнитному полю \mathbf{H}° эффект Фарадея [5, 8]. Из (5) видно, что четный эффект Фарадея описывается аксиальным s -тензором 3 ранга $G_{ijk}^{(2)}$, симметричным по паре индексов (j, k) . Было показано [4], что четный эффект

Фарадея, меняющий знак при перемагничивании образца, может наблюдаться в кристаллах 6б магнитных групп (в пьезомагнетиках). Нами было отмечено также [4], что поскольку четный эффект Фарадея меняет знак при перемагничивании кристалла, то представляется интересным использовать его, как и линейный магнитооптический эффект [7], для визуализации и изучения антиферромагнитной доменной структуры. Позже [7] это явление и соответствующие доменные структуры визуально наблюдались и исследовались экспериментально в кристаллах CoF_2 , FeF_2 , $Ca-Mn-Ge$ граната и др. С симметричной точки зрения оба явления – линейный магнитооптический эффект и четный эффект Фарадея – описываются тензорами 3 ранга одинаковой внутренней и внешней магнитной симметрии.

Аксиальный i -тензор 2 ранга α описывает естественную оптическую активность и ей соответствующий циркулярный дихроизм. В разложении α_{ij} по внешнему полю H°

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^{(0)} + \alpha_{ijk}^{(1)} H_k^\circ + \alpha_{ijkl}^{(2)} H_k^\circ H_l^\circ + \dots \quad (6)$$

тензоры $\alpha_{ij}^{(0)}$, $\alpha_{ijk}^{(1)}$ и $\alpha_{ijkl}^{(2)}$ характеризуют соответственно спонтанную естественную оптическую активность, линейную и квадратичную магнитогирацию. Под магнитогирацией понимают **обратимый** эффект вращения плоскости поляризации света, пропорциональный первой степени приложенного постоянного внешнего магнитного поля H° . Напомним, что известный эффект Фарадея является необратимым и накапливается при прохождении света туда–назад через пластинку. Иначе говоря, магнитогирация – это линейное изменение (или возникновение) естественной оптической активности под воздействием магнитного поля. Тензор естественной гиротропии α_{ij} , вообще говоря, несимметричен. Однако вклад в показатели преломления собственных волн вносит только симметричная часть матрицы α_{ij} . Антисимметричные же компоненты матрицы α_{ij} могут вносить вклад лишь в поляризацию волн, что может проявиться при наклонном отражении и преломлении света на границах раздела оптических сред. Это явление, впервые предсказанное Федоровым [2] – слабая оптическая активность, экспериментально, по-видимому, еще не наблюдалось. Поэтому антисимметричную часть тензора оптической активности учитывать далее не будем, полагая $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$. В (2.6) $\alpha_{ij}^{(0)}$ – компоненты матрицы оптической гиротропии в отсутствие внешнего поля H° . Пренебрегая слабой оптической активностью заключаем, что линей-

ную магнитогирацию, которую будем называть просто магнитогирацией, можно описывать полярным c -тензором третьего ранга $\alpha_{ijk}^{(1)}$, симметричным по перестановке двух индексов (i, j) – тензором магнитоэлектрического типа. Следовательно, по симметричным соображениям, в кристаллах 66 магнитных классов, допускающих также явления невзаимного линейного гиротропного двупреломления [6], магнитогирация может иметь место [5]. Аксиальные c -тензоры 3 ранга, характеризующие линейный магнитооптический эффект, линейную магнитогирацию, пьезомагнетизм и четный эффект Фарадея, обладают одинаковой внутренней симметрией и отличны от нуля в пьезомагнетиках. Далее, аксиальный i -тензор 4 ранга $\alpha_{ijkl}^{(2)}$, симметричный по перестановке индексов внутри пар (i, j) и (k, l) , характеризует значительно более слабый эффект квадратичной магнитогирации. Чтобы явно учесть влияние магнитной структуры на оптическую активность можно разложить α по векторам ферромагнетизма \mathbf{m} , антиферромагнетизма \mathbf{l} и внешнего поля \mathbf{H}° , [4–6]:

Таким образом, оптическая активность может вызываться следующими причинами: а) нецентросимметричностью среды, которая приводит к кристаллографической гиротропии или естественной оптической гиротропии и характеризуется тензором $\alpha_{ij}^{(0)}$; б) магнитным упорядочением, приводящим к спонтанной магнитогирации в) внешним магнитным полем \mathbf{H}° , которое индуцирует вынужденную магнитогирацию, билинейную векторам \mathbf{H}° и \mathbf{m} или \mathbf{H}° и \mathbf{l} . Оптическая гиротропия, индуцированная магнитным упорядочением, может проявляться во всех магнетиках, где симметрично разрешена естественная оптическая активность. Проще всего наблюдать спонтанную магнитогирацию при переключении доменной структуры магнитоэлектриков.

Магнитоэлектрический эффект обычно проявляется как возникновение магнитной поляризации в средах (магнитоэлектриках) при приложении внешнего постоянного или низкочастотного электрического поля и экспериментально исследовался неоднократно [1, 3, 6]. Наряду с прямым возможен также и обратный магнитоэлектрический эффект. Понятно, что во всех средах, где регистрировался обычный магнитоэлектрический эффект, возможно проявление также и магнитоэлектрического эффекта на **оптических** частотах, проявляющегося в невзаимном линейном двупреломлении. Оптический магнитоэлектрический эффект описывается аксиальным несимметричным тензором второго ранга β_{ij} , который отличен от нуля в 58 магнитных классах.

Его вещественная часть β'_{ij} дает вклад в показатели преломления и может приводить к невзаимному магнитному линейному двупреломлению или магнитоэлектрическому эффекту на оптических частотах, а β''_{ij} – к соответствующему невзаимному магнитному линейному дихроизму. В разложении

$$\beta_{ij} = \beta_{ij}^{(0)} + \beta_{ijk}^{(1)} H_k^o + \beta_{ijkl}^{(2)} H_k^o H_l^o + \dots; \quad (7)$$

$\beta_{ij}^{(0)}$ характеризует спонтанный оптический магнитоэлектрический эффект, а тензор $\beta_{ijk}^{(1)}$ описывает оптический магнитоэлектрический эффект, индуцируемый внешним полем [4], которые пока, вероятно, не исследовались.

Термодинамический анализ показал [4], что для каждого магнитооптического явления в непоглощающих кристаллах в присутствии постоянного магнитного поля H^o должен существовать ему обратное фотомагнитное явление. Так, тензор описывающий эффект Фарадея, ответственен также за обратный эффект Фарадея – намагничивание вещества циркулярно поляризованным светом [1, 4, 7]. Например, тензоры линейной $\alpha_{(ik)n}^{(1)}$ и квадратичной $\alpha_{(ik)np}^{(2)}$ магнитогирации, симметричные по индексам (i, k) , характеризуют возможности [4] намагничивания среды **линейно** поляризованным светом. Полярный i -тензор 4 ранга $\alpha^{(2)}$ возможен во всех средах и отвечает за слабый обратный эффект Коттона-Мутона – индуцирование намагниченности линейным светом в присутствии постоянного поля H^o . Аксиальный s -тензор 3 ранга $\alpha^{(1)}$ описывает, как уже указывалось, наблюдавшееся в ряде кристаллов линейное двупреломление света, нечетное по магнитному полю H^o [7]. Намагничивание линейно поляризованным светом, возможное только в магнитоупорядоченных средах (пьезомагнетиках), обусловлено также тензором $\alpha^{(1)}$ и является термодинамически обратным линейному магнитооптическому эффекту.

2. Применение магнитоупорядоченных кристаллов

На практике применяются [1] различные магнитооптические эффекты. Например, на эффекте Фарадея работают магнитооптические модуляторы света; созданы невзаимные устройства, пропускающие свет в одном направлении (оптические изоляторы). Часто используется доменная структура магнетиков. Наряду с приборами для термомагнитной записи информации созданы также различные магнитооп-

тические устройства, использующие магнитные домены, например запоминающие устройства для записи и обработки информации. Разработаны оптический дефлектор, магнитооптические дисплеи, создан лазерный гироскоп с магнитооптическими элементами. В целом, разработаны различные элементы интегральной магнитооптики. Достоинства магнитооптических устройств по сравнению с электрооптическими и другими – большая устойчивость к воздействию радиации.

Заключение

На основе принципов магнитной симметрии и принципа Онзагера установлены возможности существования новых магнитооптических эффектов в магнитоупорядоченных кристаллах. Некоторые из предсказанных автором явлений, например, поперечный и четный эффекты Фарадея, намагничивание кристаллов линейно поляризованным светом, позже исследовались экспериментально [4]. Установлено также, что каждому магнитооптическому эффекту соответствует некоторый фотомагнитный эффект. Кратко перечисляются возможности практического применения магнитоупорядоченных кристаллов.

Литература

1. Звездин, А. К. Магнитооптика тонких пленок / А. К. Звездин, А. К. Котов. – М.: Наука, 1988.
2. Федоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Федоров. – Мн.: Наука и техника, 1976. – 456 с.
3. Сиротин, Ю. М. Основы кристаллофизики / Ю. М. Сиротин, М. П. Шаскольская. – М.: Наука, 1979.
4. Гиргель, С. С. Основы теоретической кристаллооптики магнитоупорядоченных сред / С. С. Гиргель. – Гомель, ГГУ, 1991.
5. Сердюков, А. Н. К феноменологической теории оптических и акустических свойств кристаллов / А. Н. Сердюков // Кристаллография. – 1976. – Т.21, №2. – С. 275–282.
6. Писарев, Р. В. Оптическая гиротропия и двупреломление магнитоупорядоченных кристаллов / Р. В. Писарев // ЖЭТФ. – 1970. – Т.58, №4. – С. 1421–1427.
7. Магнитооптика и спектроскопия антиферромагнетиков / В. В. Еременко [и др.]. – Киев: Наукова думка, 1989.

Ю. А. Гришечкин, В. Н. Капшай
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

РЕШЕНИЯ ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ БИИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Введение

В данной работе рассмотрено распространение плоских монохроматических электромагнитных волн в движущейся биизотропной среде. Получено дисперсионное уравнение и найдены его точные решения.

Пусть биизотропная среда движется в инерциальной системе отсчёта K с постоянной скоростью $V = V\tau$, где τ – единичный вектор, определяющий направление движения среды. Заданные в системе покоя среды K' векторные величины будем обозначать штрихами, а в лабораторной системе отсчёта K будем записывать без штрихов. В системе отсчёта K' материальные уравнения биизотропной среды в системе единиц Хевисайда-Лоренца имеют вид [1]

$$\mathbf{D}' = \varepsilon \mathbf{E}' + \xi \mathbf{H}'; \quad \mathbf{B}' = \xi^* \mathbf{E}' + \mu \mathbf{H}'; \quad \xi = \chi + i\alpha, \quad (1)$$

где ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемость среды соответственно, χ – параметр Теллегена, α – киральный параметр, символом «*» обозначена операция комплексного сопряжения.

1. Дисперсионное уравнение для движущейся биизотропной среды

Выразим из уравнений (1) векторы электрической индукции \mathbf{D}' и магнитной напряжённости \mathbf{H}' через векторы электрической напряжённости \mathbf{E}' и магнитной индукции \mathbf{B}' и представим полученные равенства в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}' \\ \mathbf{H}' \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon - |\xi|^2/\mu & \xi/\mu \\ -\xi^*/\mu & 1/\mu \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}' \\ \mathbf{B}' \end{bmatrix}. \quad (2)$$

При переходе из лабораторной системы отсчёта в систему покоя законы преобразования векторов электромагнитного поля имеют вид [2]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}' \\ \mathbf{H}' \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda & \beta\gamma\boldsymbol{\tau}^\times \\ -\beta\gamma\boldsymbol{\tau}^\times & \Lambda \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{E}' \\ \mathbf{B}' \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda & \beta\gamma\boldsymbol{\tau}^\times \\ -\beta\gamma\boldsymbol{\tau}^\times & \Lambda \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В выражениях (3) использованы следующие обозначения: $\beta = V/c$, c – скорость электромагнитной волны в вакууме, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\Lambda = \gamma + (1 - \gamma)(\boldsymbol{\tau} \circ \boldsymbol{\tau})$ – матрица размера 3×3 , символом « \circ » обозначена операция тензорного произведения, $\boldsymbol{\tau}^\times$ – дуальный вектору $\boldsymbol{\tau}$ тензор, компоненты которого определяются по формуле $(\boldsymbol{\tau}^\times)_{nm} = \varepsilon_{nkm}\tau_k$, где ε_{nkm} – компоненты псевдотензора Леви-Чивиты. Из уравнений (2) с учётом преобразований (3) получим материальные уравнения для движущейся в инерциальной системе отсчёта K биизотропной среды

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} P & L \\ M & Q \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} P &= \mu^{-1}\gamma^2 \left[\varepsilon\mu - |\xi|^2 - \beta^2 - \beta^2 (\varepsilon\mu - |\xi|^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \circ \boldsymbol{\tau}) - 2i\alpha\beta\boldsymbol{\tau}^\times \right]; \\ L &= \mu^{-1}\gamma^2 \left[\xi - \beta^2\xi^* - 2i\alpha\beta^2(\boldsymbol{\tau} \circ \boldsymbol{\tau}) + (\varepsilon\mu - |\xi|^2 - 1)\beta\boldsymbol{\tau}^\times \right]; \\ M &= \mu^{-1}\gamma^2 \left[\beta^2\xi - \xi^* - 2i\alpha\beta^2(\boldsymbol{\tau} \circ \boldsymbol{\tau}) + (\varepsilon\mu - |\xi|^2 - 1)\beta\boldsymbol{\tau}^\times \right]; \\ Q &= \mu^{-1}\gamma^2 \left[1 - \beta^2 (\varepsilon\mu - |\xi|^2) + (\varepsilon\mu - |\xi|^2 - 1)\beta^2(\boldsymbol{\tau} \circ \boldsymbol{\tau}) + 2i\alpha\beta\boldsymbol{\tau}^\times \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Материальные уравнения (4) содержат шестимерные векторы и матрицу размера 6×6 , состоящую из блоков – матриц P , L , M , Q размера 3×3 . Выражения (5) были получены с учётом свойств матриц Λ и $\boldsymbol{\tau}^\times$:

$$\boldsymbol{\tau}^\times \Lambda = \Lambda \boldsymbol{\tau}^\times = \gamma \boldsymbol{\tau}^\times; \quad \boldsymbol{\tau}^\times \boldsymbol{\tau}^\times = \boldsymbol{\tau} \circ \boldsymbol{\tau} - 1; \quad \Lambda^2 = \gamma^2 (1 - \beta^2(\boldsymbol{\tau} \circ \boldsymbol{\tau})). \quad (6)$$

Нетрудно убедиться, что матрицы P , L , M , Q удовлетворяют условиям

$$P^+ = P; \quad Q^+ = Q; \quad (iL)^+ = iM, \quad (7)$$

где символом «+» обозначена операция эрмитова сопряжения.

Рассмотрим распространение в движущейся биизотропной среде плоских монохроматических волн

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_0 \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t); \quad \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t). \quad (8)$$

Подставляя выражения (8) в уравнения Максвелла без источников, получим алгебраические уравнения

$$n_0(i\mathbf{n})^\times \mathbf{H} = -i\mathbf{D}; \quad n_0(i\mathbf{n})^\times \mathbf{E} = i\mathbf{B}, \quad (9)$$

в которых единичный вектор \mathbf{n} связан с волновым вектором \mathbf{k} согласно выражению $\mathbf{k} = \mathbf{n}\omega n_0/c$ и введено обозначение для показателя преломления n_0 . Используя (9), исключим векторы \mathbf{D} и \mathbf{B} из системы уравнений (4). Исключая затем и вектор \mathbf{H} , получим следующее алгебраическое уравнение для вектора \mathbf{E} :

$$\left[P - iL(\mathbf{in}^\times)n_0 - (\mathbf{in}^\times)(iL)^+n_0 - (\mathbf{in}^\times)Q(\mathbf{in}^\times)n_0^2 \right] \mathbf{E} = 0. \quad (10)$$

При записи уравнения (10) мы также учли третье из равенств (7). Из (10) следует, что дисперсионное уравнение для величины n_0 имеет форму

$$\det \left[P - iL(\mathbf{in}^\times)n_0 - (\mathbf{in}^\times)(iL)^+n_0 - (\mathbf{in}^\times)Q(\mathbf{in}^\times)n_0^2 \right] = 0. \quad (11)$$

В случае произвольного направления распространения волны относительно направления движения среды вычисление определителя в (11) и решение полученного в результате алгебраического уравнения четвёртой степени относительно величины n_0 – весьма громоздкая задача. В следующем разделе с целью упрощения её решения мы преобразуем матрицу, входящую в уравнения (10) и (11).

2. Решение дисперсионного уравнения

Преобразуем уравнение (10) к следующей форме:

$$\mu^{-1}\gamma^2 \left[B_{-1} + (in^\times)A_{-1}n_0 \right] \left[B_{+1} - A_{+1}(in^\times)n_0 \right] \mathbf{E} = 0, \quad (12)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} A_{+1} &= 1 - \beta + \beta n_{+1}(i\tau^\times) + \beta(i\tau^\times)^2; \quad A_{-1} = 1 + \beta - \beta n_{-1}(i\tau^\times) - \beta(i\tau^\times)^2, \quad (13) \\ B_{+1} &= n_{+1}(1 - \beta) + \beta(i\tau^\times) + \beta n_{+1}(i\tau^\times)^2; \\ B_{-1} &= n_{-1}(1 + \beta) - \beta(i\tau^\times) - \beta n_{-1}(i\tau^\times)^2. \end{aligned}$$

Величины $n_{\pm 1}$ в выражениях (13) определены по формулам [3]

$$n_{+1} = \sqrt{\varepsilon\mu - \chi^2} + \alpha; \quad n_{-1} = \sqrt{\varepsilon\mu - \chi^2} - \alpha \quad (14)$$

и являются показателями преломления для неподвижной биизотропной среды, в которой распространяется плоская монохроматическая волна – правоциркулярно поляризованная и левоциркулярно поляризованная соответственно. Таким образом, дисперсионное уравнение (11) расщепляется на два уравнения:

$$\det \left[B_{-1} + (in^\times)A_{-1}n_0 \right] = 0; \quad \det \left[B_{+1} - A_{+1}(in^\times)n_0 \right] = 0. \quad (15)$$

С целью упрощения нахождения определителей воспользуемся следующей формулой [4]:

$$\det(a + b) = \det(a) + \det(b) + \text{tr}(\bar{a}b) + \text{tr}(a\bar{b}), \quad (16)$$

в которой a и b – некоторые матрицы одинакового размера, символом « $\text{tr}(\dots)$ » обозначена операция нахождения следа матрицы, \bar{a} и \bar{b} – взаимные матрицы, определяемые по формуле [4]

$$\bar{a}_{ck} = \frac{1}{2} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{dfk} a_{da} a_{fb}. \quad (17)$$

Применение формулы (16) к первому из уравнений (15) приводит к следующему равенству:

$$\det(B_{-1}) + \det(in^\times) \det(A_{-1}n_0) + \text{tr}(\overline{B_{-1}}(in^\times)A_{-1}n_0) + \text{tr}(B_{-1}(\overline{(in^\times)A_{-1}n_0})) = 0. \quad (18)$$

Учитывая, что $\det(\mathbf{in}^\times) = 0$, а также свойство следа матрицы $\text{tr}(\alpha M) = \alpha \cdot \text{tr}(M)$ [4], где α – константа, упростим уравнение (18) и представим его в форме

$$\det(B_{-1}) + \text{tr}\left(\overline{(B_{-1})}(\mathbf{in}^\times)A_{-1}\right)n_0 + \text{tr}\left(B_{-1}(\overline{(\mathbf{in}^\times)A_{-1}})\right)n_0^2 = 0. \quad (19)$$

Входящие в уравнение (19) величины имеют вид

$$\begin{aligned} \text{tr}\left(B_{-1}(\overline{(\mathbf{in}^\times)A_{-1}})\right) &= -(1 + \beta)n_{-1} \left[1 - \beta^2 - \beta^2(n_{-1}^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})^2\right]; \\ \text{tr}\left(\overline{(B_{-1})}(\mathbf{in}^\times)A_{-1}\right) &= -2\beta n_{-1}(1 + \beta)(n_{-1}^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}); \\ \det(B_{-1}) &= n_{-1}(1 + \beta)(n_{-1}^2 - \beta^2). \end{aligned} \quad (20)$$

При получении выражений (20) были использованы формулы (16) и (17). С учётом (20) представим уравнение (19) в виде

$$\left[1 - \beta^2 - \beta^2(n_{-1}^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})^2\right]n_0^2 + 2\beta(n_{-1}^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})n_0 - (n_{-1}^2 - \beta^2) = 0. \quad (21)$$

Аналогичным образом может быть преобразовано второе из уравнений (15). Результат имеет форму

$$\left[1 - \beta^2 - \beta^2(n_{+1}^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})^2\right]n_0^2 + 2\beta(n_{+1}^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})n_0 - (n_{+1}^2 - \beta^2) = 0. \quad (22)$$

Решения уравнений (21) и (22) представим в следующем виде:

$$n_{0(\nu)} = \frac{-\beta(n_\nu^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) \pm \left[(1 - \beta^2)(n_\nu^2 - \beta^2 - \beta^2(n_\nu^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})^2) \right]^{1/2}}{1 - \beta^2 - \beta^2(n_\nu^2 - 1)(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})^2}, \quad (23)$$

где значение индекса $\nu = -1$ соответствует решениям уравнения (21), а значение индекса $\nu = +1$ – решениям уравнения (22).

Заключение

Таким образом, в данной работе получено дисперсионное уравнение в случае распространения плоской монохроматической волны в движущейся биизотропной среде в произвольном направлении отно-

сительно направления движения среды. Найдены точные решения этого уравнения.

Литература

1. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media / I. V. Lindell [et al.]. – Boston and London: Artech House, 1994. – 500 pp.
2. Теоретическая физика: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 4-е изд. – Москва: Физматлит, 2005. – Т. 8: Электродинамика сплошных сред. – 656 с.
3. Капшай, В. Н. Рассеяние электромагнитных волн на биизотропном шаре в биизотропной среде / В. Н. Капшай, В. В. Кондратюк // Проблемы физики, математики и техники. – 2010. – № 3 (4). – С. 7–21.
4. Фёдоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Фёдоров. – Минск: Наука и техника, 1976. – 456 с.

В. В. Давыдовская, В. Н. Навныко, А. А. Бушко, В. А. Величко
УО «Мозырский государственный педагогический
университет имени И. П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУМЕРНЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ КЛАССА СИММЕТРИИ $4mm$ С УЧЕТОМ ВСЕХ КОМПОНЕНТ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА

Введение

При изучении распространения и взаимодействия световых пучков часто используются фоторефрактивные материалы, так как они обладают подходящими для этого электрооптическими свойствами. К настоящему времени уже известно большое количество различных фоторефрактивных материалов [1, 2], но поиск новых, более перспективных сред продолжается. К наиболее изученным фоторефрактивным материалам относятся фоторефрактивные кристаллы, в частности кристаллы средних сингоний, к которым относится сегнетоэлектрический кристалл ниобата бария-стронция (SBN) класса симметрии $4mm$ [2].

Благодаря таким особенностям этого кристалла, как высокие значения диэлектрической проницаемости и электрооптических коэффи-

циентов, он часто используется в динамической голографии и при создании волноводных структур [3].

Несмотря на то, что кристаллы ниобата бария-стронция впервые были синтезированы еще в 1960 году [4], интерес к ним не ослабевает. Различные световые явления в этих кристаллах изучаются (например, [5–11]), и их физические свойства активно изучаются (например, [12–16]).

1. Теоретическая модель

Преимущественно в статьях при исследовании двумерных световых пучков в фоторефрактивном кристалле SBN, относящемся к классу симметрии $4mm$, в расчетах используются только компоненты r_{33} и r_{13} электрооптического тензора $\hat{\epsilon}$. Следует отметить, что здесь используется система координат, в которой ось ox направлена вдоль кристаллографической оси \vec{c} , которая является оптической осью кристалла, а приложенное электрическое поле также направлено параллельно оптической оси \vec{c} .

Ось oy направлена вдоль кристаллографической оси \vec{b} кристалла, а oz – вдоль кристаллографической оси \vec{a} (рисунок 1) [17–23].

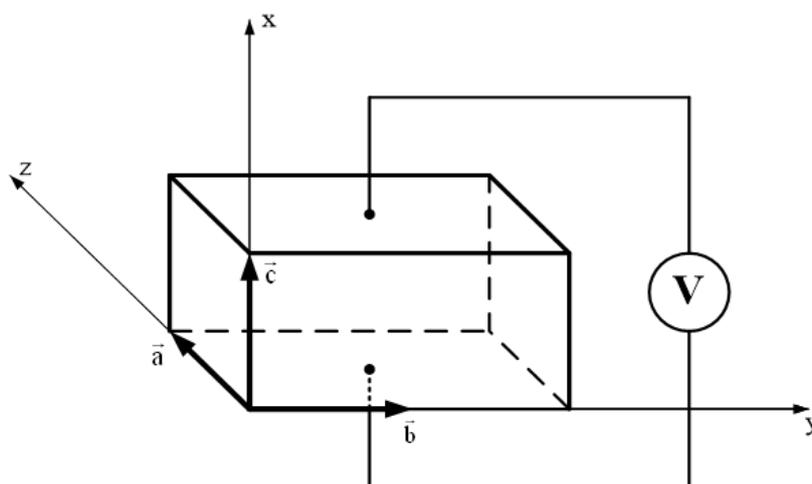


Рисунок 1 – Используемая система координат относительно кристаллографических направлений

Представленная ниже система уравнений получена на базе уравнений Максвелла и основных уравнений фоторефрактивного эффекта в параксиальном приближении [24]:

$$\left\{ \begin{array}{l} i \frac{\partial A_{1x}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_e} \left(\frac{\partial^2 A_{1x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{1x}}{\partial y^2} \right) - \frac{k_0 n_e^3}{2} A_{1x} r_{33} \left(E_{0x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0, \\ i \frac{\partial A_{1y}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_o} \left(\frac{\partial^2 A_{1y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{1y}}{\partial y^2} \right) + \frac{k_0 n_o^3}{2} A_{1x} r_{42} \left(E_{0y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0, \\ i \frac{\partial A_{2y}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_o} \left(\frac{\partial^2 A_{2y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{2y}}{\partial y^2} \right) - \frac{k_0 n_o^3}{2} A_{2y} r_{13} \left(E_{0x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0, \\ i \frac{\partial A_{2x}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_e} \left(\frac{\partial^2 A_{2x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{2x}}{\partial y^2} \right) + \frac{k_0 n_e^3}{2} A_{2y} r_{42} \left(E_{0y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где

$$\phi = \varphi + E_{0x}x + E_{0y}y, \quad (2)$$

(см., например, [25, 26]).

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi + \nabla \ln(1+I) \cdot \nabla \phi - \frac{K_B T}{q} \left[\nabla^2 \ln(1+I) + (\nabla \ln(1+I))^2 \right] = \\ = E_{0x} \frac{\partial}{\partial x} \ln(1+I) + E_{0y} \frac{\partial}{\partial y} \ln(1+I) \end{aligned} \quad (3)$$

$$I = \frac{n_e |A_{1,2x}|^2 + n_o |A_{1,2y}|^2}{2\eta_0 I_d} \quad (4)$$

относительная интенсивность светового поля при распространении x - или y -поляризованных световых пучков.

Система уравнений (1) в представленной работе будет использоваться для описания распространения двумерных световых пучков в фоторефрактивном кристалле SBN; однако его также можно использовать для изучения взаимодействия ортогонально поляризованных двумерных световых пучков; в этом случае первые два уравнения системы (1) будут описывать распространение x -поляризованного пучка, а вторые два - y -поляризованного пучка.

В данной работе показано, что в ряде случаев для получения более корректных результатов необходимо учитывать все компоненты электрооптического тензора. Учет только двух компонент r_{33} и r_{13} электрооптического тензора \hat{r} , может быть использован только при приложении внешнего электрического поля к кристаллу вдоль его оптической оси, что показано на рисунке 1.

Предположим, что двумерный гауссов световой пучок на лицевую грань фоторефрактивного кристалла SBN падает нормально, оптическая ось \vec{c} кристалла лежит в плоскости лицевой грани кристалла. Ось ox рабочей системы координат направим вдоль кристаллографической оси \vec{c} , являющейся оптической осью кристалла. Пусть внешнее электрическое поле \vec{E}_0 направлено под углом θ к оптической оси \vec{c} . Ось oz направлена вдоль кристаллографической оси \vec{a} , ось oy – вдоль кристаллографической оси \vec{b} кристалла (рисунок 2, а). Рассмотрим случай, поле \vec{E}_0 направлено под углом θ к оптической оси \vec{c} (рисунок 2, б).

Учитывая все компоненты электрооптического тензора \hat{r} при различных направлениях приложенного внешнего электрического поля, т.е. изменяющемся угле θ , рассмотрим распространение двумерных гауссовых световых пучков с x - и y -поляризациями в фоторефрактивном кристалле SBN

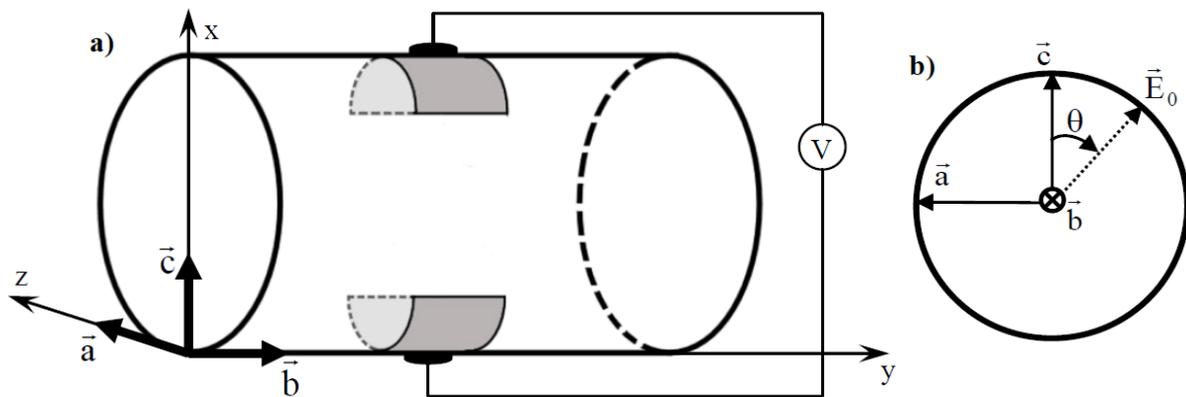


Рисунок 2 – а) – Используемая система координат относительно кристаллографических направлений; б) – лицевая грань кристалла

Изменение направления внешнего электрического поля приложенного к кристаллу в плоскости лицевой грани кристалла может осуществляться с использованием различных методов (напр., [28]). Например, может использоваться фоторефрактивный кристалл, вырезанный в цилиндрической форме, а внешнее электрическое поле приложено к нему с применением, так называемых скользящих контактов [29], (рисунок 2, а).

2. Обсуждение результатов

Для моделирования использовалась система (1), уравнения (2)–(4) параметры кристалла SBN, приведенные в [2], радиус перетяжки гауссова светового пучка 12 мкм, значение напряженности внешнего электрического поля 1,2 кВ/см, толщина кристалла 10 мм.

Из рисунка 3 следует, что при значении угла $\theta=0^\circ$ и $\theta=180^\circ$ (рисунок 3, а), б): точки A_1 и A_2), т.е. в случае когда приложенное к кристаллу электрическое поле ориентировано вдоль оптической оси кристалла, рассчитанные составляющие интенсивности световых пучков, появляющиеся при учете компоненты электрооптического тензора r_{42} (рисунок 3, а), б): кривые 3) не вносят значительных изменений в суммарную интенсивность световых пучков (рисунок 3, а), б): кривые 1), а максимальный вклад вносят составляющие интенсивности пучков за счет учета компонент r_{33} и r_{13} электрооптического тензора \hat{r} для x - и y -поляризованных гауссовых световых пучков соответственно (рисунок 3, а), б): кривые 2), поэтому допустима теоретическая модель с учетом только этих двух компонент.

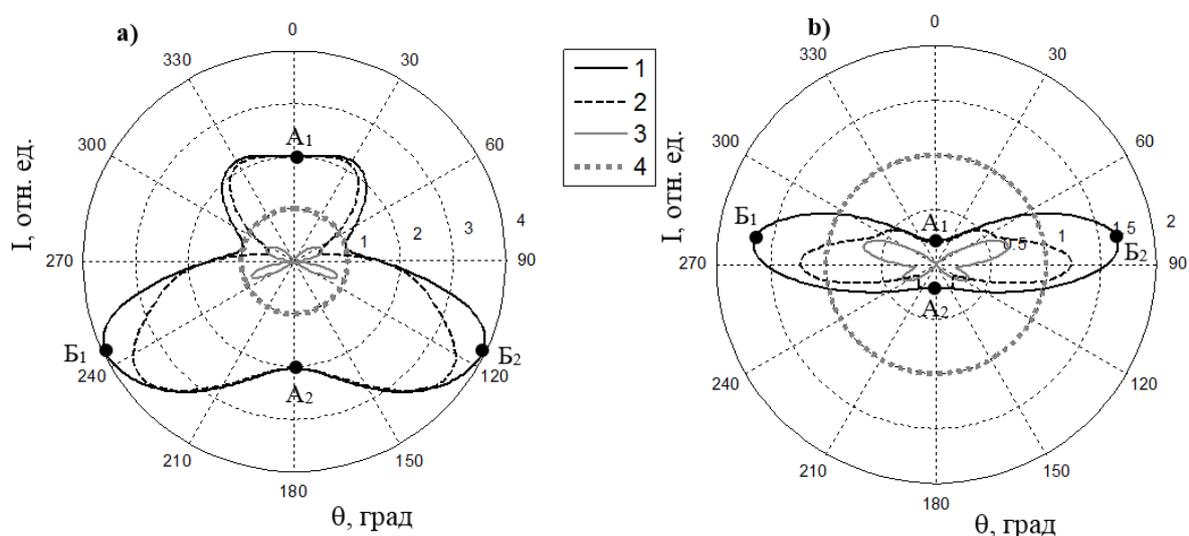


Рисунок 3 – Распределение степени самофокусировки двумерного гауссова светового пучка в кристалле SBN в направлении приложенного к кристаллу электрического поля с учетом всех компонент электрооптического тензора;

а), б) – гауссовы световые пучки с x - и y -поляризацией соответственно;

1 – суммарная относительная интенсивность пучка на выходе из кристалла, 2 – x -составляющая интенсивности пучка, 3 – y -составляющая интенсивности пучка, 4 – входная относительная интенсивность пучка

Однако при направлениях внешнего электрического поля, отличных от описанного выше, для получения более корректных результатов сле-

дует учитывать компоненту электрооптического тензора r_{42} , так как рассчитанные составляющие интенсивности световых пучков, появляющиеся за счет учета этой компоненты (рисунок 3, а), б): кривые 3) вносят существенный вклад в общую суммарную интенсивность световых пучков (рисунок 3, а), б): кривые 1).

Установлены значения угла $\theta=117^\circ$ и $\theta=247^\circ$, при которых наблюдается максимальная фокусировка x -поляризованного светового пучка (рисунок 3, а): точки B_1 и B_2), $I=3.96$ отн. ед., а для y -поляризованного светового пучка при значениях угла $\theta=87^\circ$ и $\theta=279^\circ$ (рисунок 3, б): точки B_1 и B_2), $I=1.6$ отн. ед.

Заключение

В представленной статье была разработана общая теоретическая модель для описания как взаимодействия ортогонально поляризованных двумерных гауссовых световых пучков, так и их распространения в фоторефрактивном кристалле SBN с полным учетом всех компонентов электрооптического тензора.

Получена зависимость степени самофокусировки двумерного гауссова светового пучка в кристалле SBN от направления приложенного к кристаллу электрического поля, которая может быть использована при выполнении теоретической оптимизации условий управления двумерными гауссовыми световыми пучками при их распространении и взаимодействии в кристалле SBN.

Литература

1. Solymar, L. The physics and applications of photorefractive materials / L. Solymar, D. J. Webb, A. Grunnet-Jepsen. – Oxford: Clarendon Press, 1996. – 494 pp.
2. Петров, М. П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М. П. Петров, С. И. Степанов, А. В. Хоменко. – СПб.: Наука, 1992. – 320 с.
3. Cuniot-Ponsard, M. Strontium Barium Niobate Thin Films for Dielectric and Electro-Optic Applications. Ferroelectrics - Material Aspects / M. Cuniot-Ponsard. – InTech. – 2011. – P. 498–518.
4. Francombe, M. H. The relation between structure and ferroelectricity in lead barium and strontium niobates / M. H. Francombe / Acta Cryst. – 1960. – Vol. 13. – Pt. 2. – P. 131–140.

5. Initiating self-focusing of beams carrying spatial phase singularities / L. Stoyanov, G. Maleshkov, I. Stefanov, A. Dreischuh / *JOSA B*. – 2014. – Vol. 31. – P. 1159–1164.
6. Keshavarz, A. Propagation of Incoherently Coupled Soliton Pairs in Photorefractive Crystals and their Self-Deflection / A. Keshavarz, Z. Abbasib, M. Hatamia / *International Journal of Optics and Photonics*. – 2012. – Vol. 6, № 1. – P. 13–20.
7. Measuring the relation between pulse front tilt angle and beam size for ultrashort pulses / N. Dimitrov [et al.] / *Bulgarian Journal of Physics*. – 2016. – Vol. 43. – P. 21–29.
8. Soliton formation by decelerating interacting Airy beams / F. Diebel [et al.] / *Optics Express*. – 2015. – Vol. 23. – Is.19 – P. 24351–24361.
9. Observation of spatially oscillating solitons in photonic lattices / F. Diebel, P. Rose, M. Boguslawski, C. Denz / *New J. Phys.* – 2016. – Vol. 18. – P. 053038:8.
10. Photorefractive writing and probing of anisotropic linear and non-linear lattices / R. Allio [et al.] / *Journal of Optics* – 2015. – Vol. 17, №. 2 – P. 049601:10.
11. Stimulated Raman scattering of 18 picosecond laser pulses in strontium barium niobate crystal / T. T. Basiev [et al.] / *Laser Phys. Lett.* – 2012. – Vol. 9, № 7. – P. 519–523.
12. Investigations on Fe-doped strontium barium niobate, single phase ferroelectric and magnetodielectric compounds / S. H. Kshirsagar [et al.] / *Journal of advanced dielectrics*. – 2015. – Vol. 5, № 1. – P. 1550001:8.
13. Effect of Ni doping on ferroelectric, dielectric and magneto dielectric properties of strontium barium niobate ceramics / S. H. Kshirsagar [et al.] / *Indian Journal of Pure & Applied Physics*. – 2015. – Vol. 53. – P. 119–124.
14. Electronic and Optical Properties of Strontium Barium Niobate Single Crystals / B. Andriyevsky [et al.] / *Ferroelectrics*. – 2012. – Vol. 426. – P. 194–205.
15. Двухфотонное межзонное поглощение в кристаллах ниобата бария-стронция / П. Г. Зверев [и др.] / *Квантовая электроника*. – 2012. – Т. 42, № 7. – С. 595–599.
16. Ferroelectric and dielectric characterization studies on relaxor-and ferroelectric-like strontium-barium niobates / K. Matyjasek, J. Dec, S. Miga, T. Łukasiewicz / *Condensed Matter Physic*. – 2013. – Vol. 16., № 3 – P. 31701:1
17. Krylikowski, W. Photorefractive solitons / W. Krylikowski, B. Luther-Davies, C. Denz // *IEEE Journal of Quantum Electron*. – 2003. – Vol. 39. – P. 3–12.

18. Tiemann, M. Photorefractive spatial solitons as waveguiding elements for optical telecommunication / M. Tiemann, T. Halfmann, T. Tschudi // *Opt. Commun.* – 2009. – Vol. 282. – P. 3612–3619.
19. Wesner, M. Electrical fixing of waveguide channels in strontium-barium niobate crystals / M. Wesner, C. Herden, D. Kip // *Appl. Phys. B.* – 2001. – Vol. 72. – P. 733–736.
20. Discrete solitons in photorefractive optically induced photonic lattices / N. K. Efremidis [et al.] // *Physical Review E.* – 2002. – Vol. 66. – P. 602–607.
21. Two Dimensional Counterpropagating Spatial Solitons in Photorefractive Crystals / M. Petrović [et al.] // *Physical Review Letters.* – 2005. – Vol. 95. – P. 901–904.
22. Imbrock, J. C. Spatial photorefractive solitons with picosecond laser pulses / J. Imbrock, C. Heese, C. Denz // *Appl. Phys. B.* – 2009. – Vol. 95. – P. 261–268.
23. Interactions between spatial screening solitons propagating in opposite directions / C. Rotschild [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2004. – Vol. 21, № 7. – P. 1355–1357.
24. Holographic storage in electrooptic crystals: 1. Steady state / N. V. Kukhtarev [et al.] // *Ferroelectrics.* – 1979. – Vol. 22. – P. 949–960.
25. Motzek, K. Dipole-mode vector solitons in anisotropic photorefractive media / K. Motzek // *Opt. Commun.* – 2001. – Vol. 197. – P. 161–168.
26. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 616 с.
27. Барковский, Л. М. Ковариантная форма электрооптического тензора в кристаллах высшей и средних сингоний при векторном взаимодействии / Л. М. Барковский, Ф. И. Федоров // *Кристаллография.* – 1965. – Т. 10, № 2. – С. 174–180.
28. Барсуков, С. Д. Экспериментальные исследования фазовых переходов в сегнетокерамике на основе титаната-бария-стронция / С. Д. Барсуков, С. А. Хахомов, И. В. Семченко // *Известия ГГУ имени Ф. Скорины.* – 2011. – Т. 6. – С. 34–39.
29. Материаловедение. Технология конструкционных материалов: Учебное пособие для студентов вузов / А. В. Шишкин, В. С. Чередниченко, А. Н. Черепанов, В. В. Марусин. – М.: Омега-Л, 2009. – 752 с.

В. Н. Капшай, Е. Д. Головин, А. А. Шамына
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ В ЗАДАЧЕ О ГЕНЕРАЦИИ СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ В НЕЛИНЕЙНОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ, ОБЛАДАЮЩЕМ КИРАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ, НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ВЕНТЦЕЛЯ – КРАМЕРСА – БРИЛЛЮЭНА

Введение

Генерация суммарной частоты активно используется при исследовании поверхностей и тонких слоев, нелинейных оптических свойств частиц, а также для исследования физических и химических процессов, происходящих на поверхностях частиц малых размеров. В данной работе рассмотрим явление генерации суммарной частоты в приближении Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна (ВКБ) и проведем графический анализ полученных результатов. Альтернативными моделями для описания нелинейной генерации излучения являются модель на основе приближения Релея – Ганса – Дебая (РГД) и модель на основе точного решения задачи Ми.

1. Постановка задачи и теоретическая часть

Пусть на сферическую частицу радиуса a , покрытую нелинейным слоем толщиной d_0 , падает две плоские электромагнитные волны с циклическими частотами ω_1 и ω_2 и волновыми векторами $\mathbf{k}^{(1)}$ и $\mathbf{k}^{(2)}$ в плоскости Oyz под углами γ_1 и γ_2 к оси Oz соответственно (рисунок 1). Пусть $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}^{(2)}$ – единичные векторы, характеризующие поляризацию падающего излучения; σ_1 и σ_2 – величины, характеризующие эллиптичность падающих волн и равные отношению длины меньшей полуоси эллипса поляризации к длине большей для частот ω_1 и ω_2 соответственно. Отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды на частоте ω_1 обозначим η_1 , на частоте ω_2 – η_2 .

В результате прохождения через частицу электромагнитных волн в поверхностном слое будет генерироваться излучение с частотой ω_{12} и волновым вектором $\mathbf{k}^{(12)}$. Отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды на частоте ω_{12} обозначим через η_{12} . Компоненты вектора напряжённости электрического поля генерируемой волны можно найти из следующего выражения:

$$E_i^{(12)}(\mathbf{x}) = \mu_{12} \frac{(\omega_{12})^2 \exp(ik_{12}r)}{c^2 r} d_0 a^2 E_1 E_2 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) X_{mjk}^{(12)} e_j^{(1)} e_k^{(2)}, \quad (1)$$

где $X_{ijk}^{(12)}$ – тензор эффективной восприимчивости, который можно определить с помощью выражения

$$\begin{aligned} X_{ijk}^{(12)} = & \left(\frac{2}{\eta_1 + 1} \right) \left(\frac{2}{\eta_2 + 1} \right) \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{x}' + i(\eta_{12} - 1)(-\mathbf{k}^{(12)}\mathbf{x}' + |\mathbf{k}^{(12)}\mathbf{x}'|)) \times \\ & \times \exp(i(\eta_1 - 1)(\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{x}' + |\mathbf{k}^{(1)}\mathbf{x}'|) + i(\eta_2 - 1)(\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{x}' + |\mathbf{k}^{(2)}\mathbf{x}'|)) \times \\ & \times \chi_{ijk}^{(2)}(\theta', \varphi') d\Omega_{\mathbf{x}'}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \mathbf{q} – вектор рассеяния, который может быть вычислен по формуле $\mathbf{q} = \mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}^{(2)} - \mathbf{k}^{(12)}$, $\chi_{ijk}^{(2)}$ – тензор диэлектрической восприимчивости второго порядка, который для данной задачи задается следующим выражением [1]:

$$\begin{aligned} \chi_{ijk}^{(2)} = & \chi_1^{(2)} n_i n_j n_k + \chi_2^{(2)} n_i \delta_{jk} + \chi_3^{(2)} n_j \delta_{ki} + \chi_4^{(2)} n_k \delta_{ij} + \\ & + \chi_5^{(2)} n_m n_i \varepsilon_{mjk} + \chi_6^{(2)} n_m n_k \varepsilon_{ijm} + \chi_7^{(2)} n_m n_j \varepsilon_{imk}. \end{aligned} \quad (3)$$

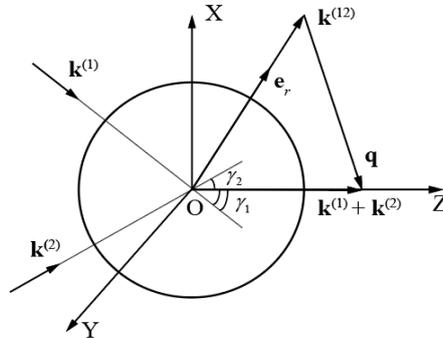


Рисунок 1 – Схема задачи о генерации суммарной частоты

Введем вектор $\mathbf{f}^{(12)}$ (θ, φ), квадрат модуля которого пропорционален вектору Умова-Пойтинга. Компоненты вектора $\mathbf{f}^{(12)}$ (θ, φ) рассчитываются по формуле

$$f_1^{(12)} = (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) X_{ijk}^{(12)} e_j^{(1)} e_k^{(2)}. \quad (4)$$

2. Графический анализ полученного решения

Для графического анализа построим трехмерную диаграмму направленности мощности генерируемого излучения для приближения ВКБ, а также двумерную диаграмму направленности для приближений РГД и ВКБ, когда тензор диэлектрической восприимчивости $\chi_{ijk}^{(2)}$ содержит только киральные слагаемые: $\chi_{1-4}^{(2)} = 0$, $\chi_{5-7}^{(2)} \neq 0$. Выберем следующие значения параметров: $k_1a = 0,1$; $k_2a = 0,1$; $\gamma = 0,5$; $\sigma_1 = 0,5$; $\sigma_2 = 0,5$; $\varphi_1 = 1$; $\varphi_2 = -1$; $\xi = 1,34/1,33$; $\eta_1 = 1,3$; $\eta_2 = 1,3$; $\eta_{12} = 1,3$. Диаграммы направленности представлены на рисунке 2.

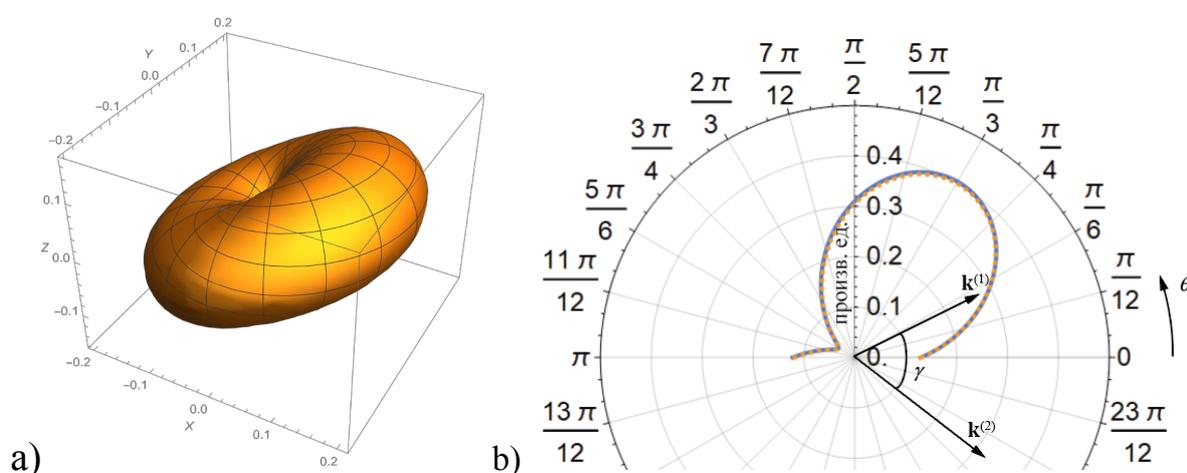


Рисунок 2 – а) трехмерный график зависимости функции $|\mathbf{f}^{(12)}|^2$ от углов θ и φ в сферических координатах; б) двумерный график зависимости функции $|\mathbf{f}^{(12)}|^2$ от угла наблюдения θ в полярных координатах: штриховая линия – зависимость для модели ВКБ, сплошная линия – для модели РГД; азимутальный угол: $\varphi = 0$

Форма трехмерной диаграммы направленности распределения мощности генерируемого излучения для модели ВКБ (рисунок 2, а)) подобна форме диаграммы направленности, соответствующей модели РГД [2]. Двумерные диаграммы направленности для указанных моделей (рисунок 2, б)) также имеют близкую форму. Максимальные значения плотности мощности на графиках практически совпадают. Отношение этих значений для моделей ВКБ и РГД приблизительно равны 0,98 во всех направлениях. Причиной различия полученных диаграмм является разница в показателях преломления среды и частицы.

Далее рассмотрим частицы большего размера: $k_1a = 1,0$; $k_2a = 1,0$. Построим трехмерные диаграммы направленности для моделей ВКБ и РГД. Значения остальных параметров выберем такими же, как и для

предыдущих диаграмм. Соответствующие диаграммы направленности представлены на рисунке 3.

В этом случае формы диаграмм направленности для обеих моделей различаются более существенно, чем в случае частицы меньшего размера. Отсюда можно заключить, что при увеличении размера частицы, а также при увеличении отношения показателей преломления, отличия в диаграммах для обеих моделей становятся более выраженными.

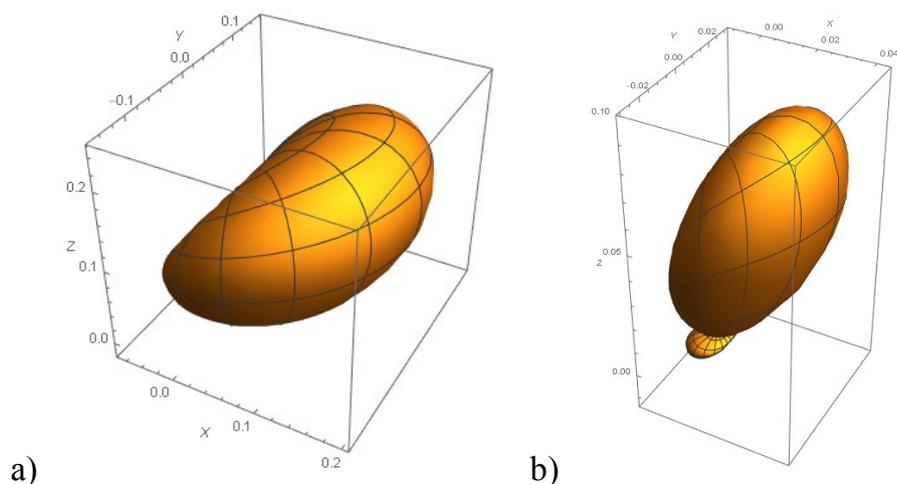


Рисунок 3 – а) трехмерный график зависимости функции $|f^{(12)}|^2$ от углов θ и φ в сферических координатах для модели РГД; б) трехмерный график зависимости функции $|f^{(12)}|^2$ от углов θ и φ в сферических координатах для модели ВКБ

Заключение

В работе рассмотрено явление генерации суммарной частоты в поверхностном слое диэлектрической сферической частицы для приближения ВКБ, построены трехмерные и двумерные диаграммы направленности генерируемого излучения для моделей РГД и ВКБ. Выявлено, что факторами, влияющими на степень различия полученных диаграмм, являются размер частицы и разница в показателях преломления частицы и окружающей среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф20М–011).

Литература

1. Шамына, А. А. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. I. Аналитическое решение / А. А. Шамына,

В. Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 6. – С. 795–803.

2. Капшай, В. Н. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. II. Анализ решения / В. Н. Капшай, А. А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 125, № 1. – С. 71–78.

**А. Ю. Кравченко, И. В. Семченко,
А. Л. Самофалов, С. А. Хахомов**
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРОШЕДШЕЙ СВЧ ВОЛНЫ В БИАНИЗОТРОПНОМ МЕТАМАТЕРИАЛЕ НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНЫХ СПИРАЛЕЙ

Бианизотропные структуры, в частности, гиротропные кристаллы, в течение длительного времени являлись объектом исследований Ф. И. Фёдорова, Б. В. Бокутя, А. Н. Сердюкова и учеников [1, 2]. В настоящее время эти исследования получили логическое продолжение в области метаматериалов. Например, в работе [3] опубликованы результаты исследования поглощающей, но при этом слабо отражающей метаповерхности, созданной с помощью технологий печатных плат и проявляющей резонансные свойства на частоте около 2,5 ГГц. Показано, что спроектированная и изготовленная метаповерхность имеет одновременно одинаково значимые диэлектрические и магнитные свойства в поле падающей СВЧ волны. Следовательно, изготовленная искусственная структура может быть охарактеризована как бианизотропная и имеющая волновое сопротивление, близкое к импедансу свободного пространства. В результате полученная метаповерхность имеет низкий коэффициент отражения и позволяет поглощать до 88% энергии падающей электромагнитной волны вблизи резонансной частоты. Разработанная метаповерхность фактически представляет собой двустороннюю печатную плату, элементами которой являются двухвитковые планарные спирали, форма которых, как и структуры на их основе, были предложены в работе [4]. Каждая такая спираль состоит из четырёх металлических полосок, расположенных на двух сторонах печатной платы, по две полоски на каждой стороне, и трёх соединительных металлизированных отверстий. Длина спирали в выпрямленном состоянии приблизительно равна половине длины

волны электромагнитного поля, что обеспечивает резонансное возбуждение электрического тока в спирали. В то же время размеры спирали в свёрнутом состоянии, которое имеет место в печатной плате, значительно уступают длине волны, что позволяет рассматривать каждую спираль как малую бианизотропную частицу, поляризуемую как электрическим, так и магнитным полем. Метод вычисления поляризуемостей таких частиц был предложен в статье [5]. Важная задача заключается в определении оптимальной формы планарной спирали, при которой создаваемый метаматериал имеет равные значения диэлектрической и магнитная проницаемости. Несмотря на малую толщину печатной платы, каждая спираль является трёхмерным объектом, что позволяет магнитному полю падающей волны пронизывать витки спирали и возбуждать в ней ток. Одновременно электрическое поле падающей волны создаёт ток в металлических полосках на двух сторонах платы, следовательно, во всей спирали. Хотя печатная плата фактически состоит из трёх слоёв – двух проводящих поверхностей и подложки, однако её полная толщина является очень малой по сравнению с длиной волны. Кроме того, имеется только один слой планарных спиралей, что позволяет рассматривать искусственную структуру как метаповерхность.

В представленной работе показано, что на основе двухвитковых планарных спиралей может быть создана метаповерхность, позволяющая преобразовать падающую линейно поляризованную СВЧ волну в прошедшую волну с эллиптической поляризацией, близкой к циркулярной. Предложенный ранее поглотитель СВЧ волн состоит из одинакового числа правосторонних и левосторонних спиралей, то есть киральные свойства в нём компенсированы. В отличие от поглотителя волн, преобразователь поляризации должен содержать планарные спирали только одного направления закручивания, то есть обладать киральными свойствами.

Исследуемая ячейка состоит из правозакрученных двухвитковых планарных спиралей, представленных на рисунке 1. Параметры спирали подбираются таким образом, чтобы для них выполнялось условие главного частотного резонанса, определяемого по формуле (1). Резонанс такой структуры наблюдается на частоте около 2,2 ГГц.

В формуле (1) l – длина полоски планарной спирали на одной стороне печатной платы, h – толщина печатной платы, c – скорость света в вакууме, ν – частота СВЧ волны, ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости подложки:

$$4l + 3h \approx \frac{c}{2\nu\sqrt{\varepsilon\mu}}. \quad (1)$$

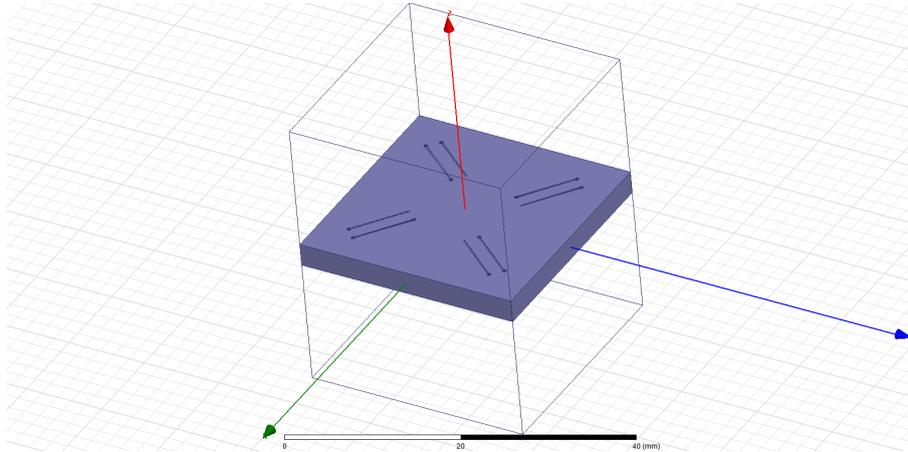


Рисунок 1 – Элементарная ячейка метаповерхности, состоящая из четырёх планарных спиралей с правосторонним закручиванием

Для нахождения угла поворота главной оси эллипса поляризации и эллиптичности прошедшей волны использовались соотношения (2) и (3) [4].

$$\theta = \frac{1}{2} [\arg(T_{RCP}) - \arg(T_{LCP})], \quad (2)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{|T_{RCP}|^2 - |T_{LCP}|^2}{|T_{RCP}|^2 + |T_{LCP}|^2} \right), \quad (3)$$

где $T_{RCP} = T_{co} + jT_{cr}$ и $T_{LCP} = T_{co} - jT_{cr}$ – амплитудные коэффициенты прохождения право- и левозакруженно поляризованных волн соответственно, j – мнимая единица, T_{co} и T_{cr} – амплитудные коэффициенты прохождения для волн, имеющих параллельную и поперечную поляризацию относительно падающей волны. Угол θ представляет собой угол между главной осью эллипса поляризации прошедшей волны и плоскостью поляризации падающей волны, а эллиптичность ψ характеризует поляризационное состояние прошедшей волны и изменяется в диапазоне от 0° для линейно поляризованной волны до $\pm 45^\circ$ для циркулярно поляризованной волны.

На основе проведенного моделирования можно сделать следующие выводы:

1. На резонансной частоте 2,2 ГГц найденная структура способна пропускать до 52,26% падающего излучения (рисунок 2). При этом

коэффициент отражения равен 4,34%, а коэффициент поглощения равен 43,41%.

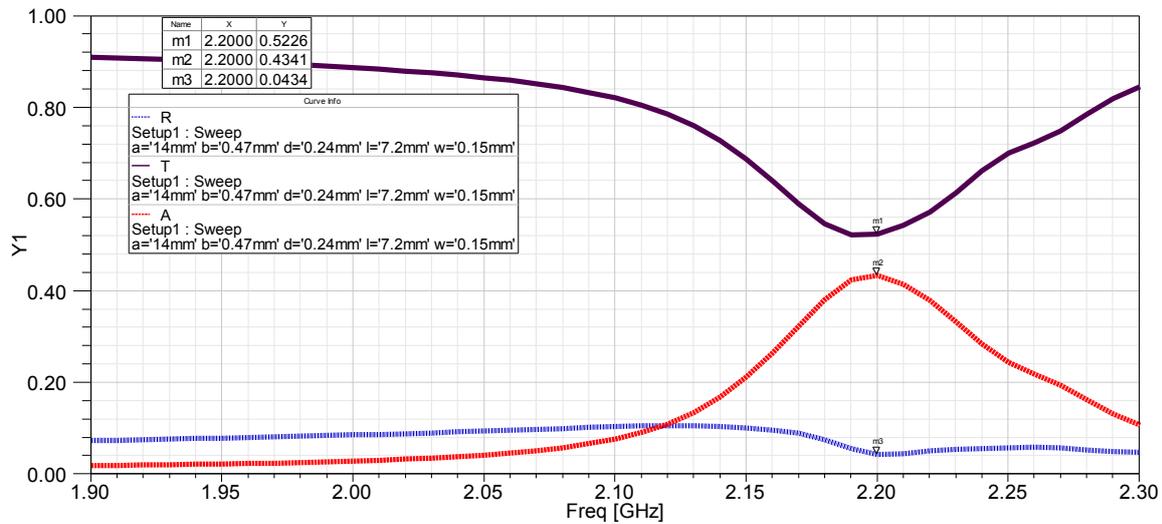


Рисунок 2 – Зависимость коэффициентов поглощения, отражения и прохождения СВЧ волны от её частоты, рассчитанных для интенсивности волны

2. Эллиптичность прошедшей волны вблизи резонанса принимает значение $\psi=32,9^\circ$, что соответствует эллиптически поляризованной волне, близкой к циркулярно-поляризованной, а угол поворота главной оси её эллипса поляризации равен $\Theta=4,1^\circ$ (рисунок 3).

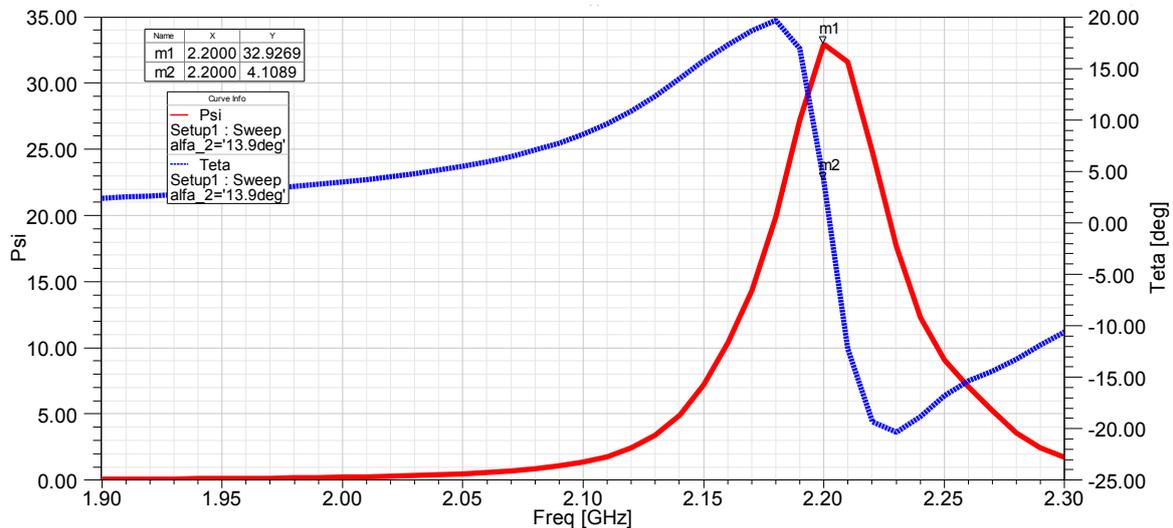


Рисунок 3 – Зависимость эллиптичности прошедшей волны и угла поворота главной оси эллипса поляризации от частоты

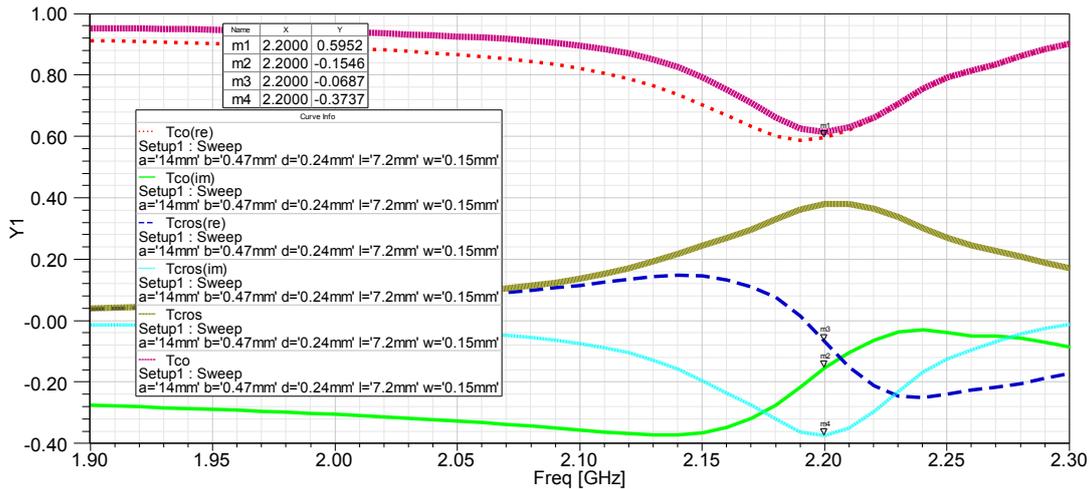


Рисунок 4 – Зависимость действительных и мнимых частей линейных компонент прошедшей волны от частоты при единичной амплитуде падающей волны

3. На рисунке 4 показаны действительные и мнимые части линейных компонент прошедшей волны, параллельных и перпендикулярных вектору поля падающей волны. При совместном использовании с формулами (2) и (3) данный рисунок подтверждает, что прошедшая волна является эллиптически поляризованной, близкой к волне с круговой поляризацией.

Литература

1. Фёдоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Фёдоров // Минск: Наука и техника, 1976. – 456 с.
2. Бокуть, Б. В. К феноменологической теории естественной оптической активности / Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1971. – Т. 61, № 5. – С. 1808–1813.
3. Проектирование метаматериалов на основе планарных спиралей в СВЧ диапазоне / И. В. Семченко, А. Ю. Кравченко, А. Л. Самофалов, И. А. Фаняев // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2020. – №3 (120). – С. 154–160.
4. Planar broadband Huygens' metasurfaces for wave manipulations / F. S. Cuesta, I. A. Faniayeu, V. S. Asadchy, S. A. Tretyakov // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2018. – Vol. 66 (12). – P. 7117–7127.
5. Determining polarizability tensors for an arbitrary small electromagnetic scatterer / V. S. Asadchy, I. A. Faniayeu, Younes Ra'di,

А. В. Макаревич, В. Н. Навныко

УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПРЕДМЕТНОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛЕ ГЕРМАНОСИЛЛЕНИТА ВИСМУТА

Введение

Из литературы известно (см., например, [1, 2]) насколько существенным оказывается вклад пьезоэффекта в энергетический обмен световых пучков в фоторефрактивном кристалле при его различных пространственных ориентациях. Однако, несомненно, наибольший интерес для практических применений представляет рассмотрение влияния пьезоэффекта на оптимизацию этого энергообмена, когда достигается наибольший перенос энергии из опорного пучка в предметный. Такая оптимизация, в частности, может быть выполнена за счет выбора оптимальных значений азимута линейной поляризации Ψ_0^{opt} световых пучков, при которых для фиксированных величин ориентационного угла θ и значений толщины кристалла d достигается поляризационно оптимизированный коэффициент усиления $\gamma_{\Psi_0}^{\text{opt}}$ предметной световой волны. Детально подобная теоретическая оптимизация для кристалла BSO среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ с учетом пьезоэффекта была выполнена в [3]. Оптимизация усиления предметной световой волны в кристаллах BSO и BTO среза $(1\bar{1}0)$ для различных значений их толщины с учетом пьезоэффекта представлена в [4]. Насколько известно, данные исследования для кристалла BGO ранее не проводились.

1. Теоретическое и экспериментальное изучение коэффициента усиления предметной световой волны в кристалле BGO

При проведении теоретического анализа по получению поверхностей $\gamma_{\Psi_0}^{\text{opt}}(\theta, d)$ для кристалла BGO с вариациями значений толщины от

0 до 16 мм было выявлено, что такие зависимости без учета и с учетом пьезоэффекта реализуются при аналогичных значениях $\Psi_0^{\text{opt.}}$. Эти значения $\Psi_0^{\text{opt.}}$ для различных θ и d представлены на рисунке 1, *a*.

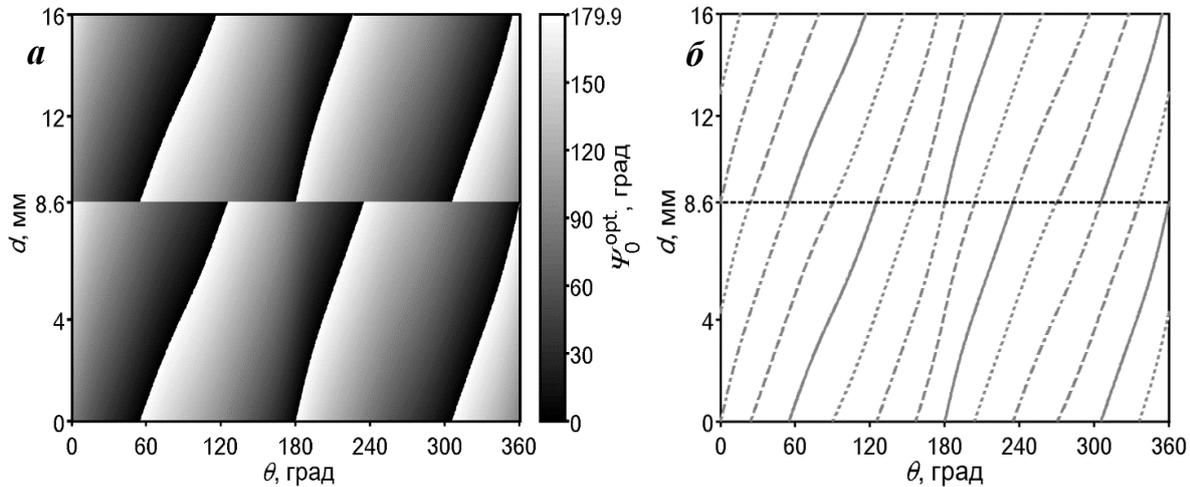


Рисунок 1 – *a* – зависимости поляризационно оптимизированных значений $\Psi_0^{\text{opt.}}$ от ориентационного угла θ и толщины d кристалла BGO, рассчитанные без учета и с учетом пьезоэффекта;

b – контурное отображение значений $\Psi_0^{\text{opt.}} = 0$ (сплошная линия), 45° (штриховая линия), 90° (штрихпунктирная линия) и 135° (пунктирная линия)

Из анализа это рисунка следует, что при достижении толщины кристалла BGO равной 8,6 мм происходит скачек значений $\Psi_0^{\text{opt.}}$ на 180° . Подтверждением сказанному служит график, представленный на рисунке 2, *b*, на котором сплошной, штриховой, штрихпунктирной и пунктирной линиями отмечены линии поляризации $\Psi_0^{\text{opt.}} = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ и 135° .

Значения толщины кристалла, при которых происходят данные скачки, определяются согласно выражению

$$d = (\pi m \cos \varphi) / \rho, \quad (1)$$

где φ – угол Брэгга внутри кристалла, $m = 1, 2, 3, \dots$, а ρ – удельное вращение плоскости поляризации световой волны.

Отметим, что на рисунке 1 при построении графиков для достижения их наиболее плавного изменения расчет производился с шагами ориентационного угла $\Delta\theta$ и толщины кристалла Δd соответственно

равными $0,1^\circ$ и $0,01$ мм. При этом для фиксированных θ и d перебор Ψ_0 осуществлялся от 0 до $179,9^\circ$ с шагом $\Delta\Psi_0 = 0,1^\circ$.

Непосредственно сами поляризационно оптимизированные поверхности, рассчитанные для кристалла ВГО среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ без учета и с учетом пьезоэффекта, представлены на рисунке 2, из которого видно их существенное качественное и количественное различие.

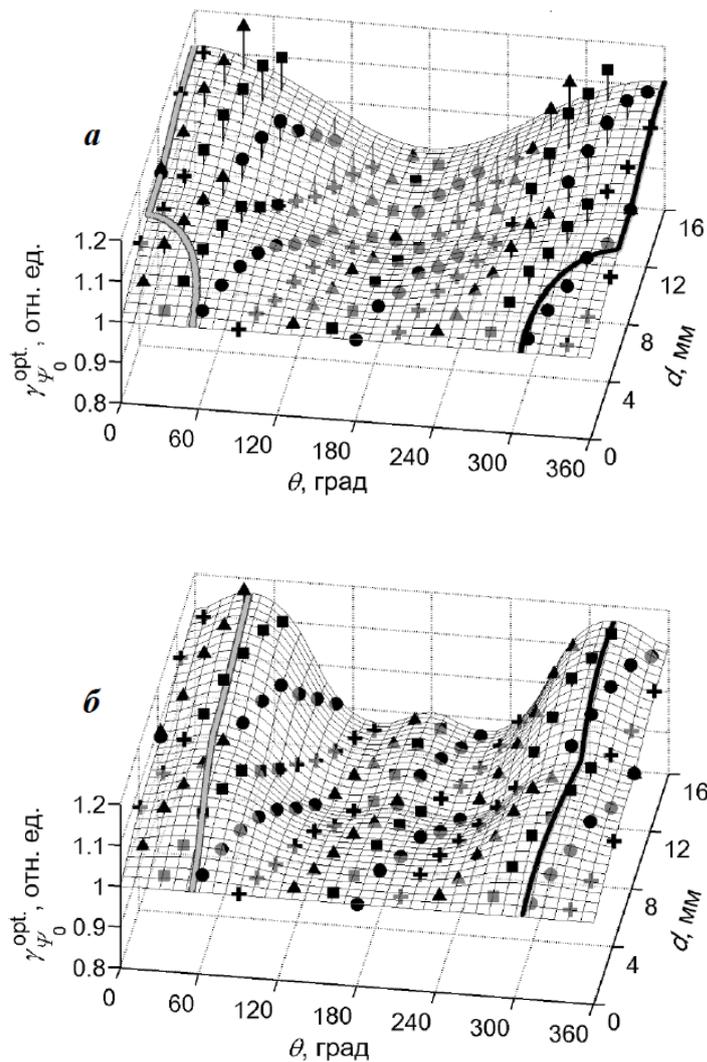


Рисунок 2 – Зависимости $\gamma_{\Psi_0}^{\text{opt.}}(\theta, d)$, рассчитанные без учета пьезоэффекта (*a*) и с его учетом (*б*); «●», «■», «▲» и «+» – экспериментальные значения $\gamma_{\Psi_0}^{\text{opt.}}$, полученные при $\Psi_0^{\text{opt.}} = 0, 45^\circ, 90^\circ$ и 135° соответственно; серая и черная линии указывают наибольшие значения $\gamma_{\Psi_0}^{\text{opt.}}$ при различных толщинах кристалла

На этом рисунке также произведено сравнение теоретически рассчитанных зависимостей $\gamma_{\Psi_0}^{\text{opt.}}(\theta, d)$ с экспериментальными данными, полученными с использованием методики, описанной в [5].

Как видно из рисунка 2 поверхность, построенная с учетом лишь электрооптического эффекта (рисунок 2, а), не согласуется с экспериментальными данными, чего нельзя сказать об аналогичной поверхности, при построении которой дополнительно учитывался пьезоэффект (рисунок 2, б).

Также на этих графиках линиями серого и черного цветов выделены абсолютные максимумы перекачки энергии из опорного пучка в предметный, которые достигаются за счет специального выбора не только Ψ_0 , но и θ .

Без учета пьезоэффекта (рисунок 2, а) при толщине образца менее примерно 5,8 мм такие абсолютные максимумы коэффициента усиления могут быть достигнуты при двух ориентационных углах кристалла. В случае достижения и превышения этого значения толщины кристаллического образца максимум перекачки энергии из опорного пучка в предметный имеет место уже только при одном ориентационном угле $\theta = 0$ (360°).

При учете пьезоэффекта максимально возможные значения коэффициента усиления на всем исследованном интервале толщины кристалла достигаются уже при двух его ориентационных углах, что должно быть принято во внимание при практических применениях этого представителя силленитов.

Заключение

Таким образом, установлена зависимость оптимальных значений азимута линейной поляризации $\Psi_0^{\text{opt.}}$ взаимодействующих в кристалле ВГО световых пучков от его ориентационного угла θ и толщины d , при использовании которой могут быть получены поляризационно оптимизированные зависимости коэффициента усиления предметной световой волны без учета и с учетом пьезоэффекта. Выполнена экспериментальная апробация зависимостей $\gamma_{\Psi_0}^{\text{opt.}}(\theta, d)$, в результате которой показана необходимость обязательного учета пьезоэффекта для предсказания максимумов перекачки энергии из опорного пучка в предметный.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования Республики Беларусь (задание 6.1.14 Государственной программы научных исследований «Фотоника и ее применения»).

Литература

1. Solymar, L. The physics and applications of photorefractive materials / L. Solymar, D. J. Webb, A. Grunnet-Jepsen. – Oxford: Clarendon Press, 1996. – 494 pp.
2. Шепелевич, В. В. Запись и считывание голограмм в кубических гиротропных фоторефрактивных кристаллах (Обзор) / В. В. Шепелевич // ЖПС. – 2011. – Т. 78, № 4. – С. 493–515.
3. Optimization of two-wave interaction efficiency in cubic photorefractive sillenite-type crystals with optical rotary power and piezoeffect in diffusion regime / V. V. Shepelevich [et al.] // Ferroelectrics. – 1999. – Vol. 234, № 1. – P. 289–309.
4. Gain optimization with respect to the thickness of a sillenite crystal / V. V. Shepelevich [et al.] // Appl. Phys. B. – 1999. – Vol. 68. – P. 923–929.
5. Макаревич, А. В. Влияние пространственной ориентации и толщины кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ на коэффициент усиления предметной световой волны: теория и эксперимент / А. В. Макаревич, В. В. Шепелевич, С. М. Шандаров // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – № 4 (37). – С. 35–43.

**В. Н. Навныко¹, А. В. Макаревич¹, В. В. Давыдовская¹,
С. М. Шандаров²**

¹УО «Мозырский государственный педагогический университет
имени И. П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

²ФГБОУ ВО «Томский государственный университет систем
управления и радиоэлектроники», Томск, Россия

ОСОБЕННОСТИ ОБРАЩЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПРИ ВСТРЕЧНОМ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ В ФОТОРЕФРАКТИВНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ InP СРЕЗА (111)

Введение

В классической схеме встречного четырехволнового взаимодействия (ВЧВВ) в регистрирующей среде может формироваться одновременно шесть голографических решеток: две пропускающие и четыре отражательные [1]. При изучении закономерностей обращения волнового фронта при ВЧВВ в кубических фоторефрактивных кри-

сталлах в основном рассматриваются случаи, когда в регистрирующей среде формируются голографические решетки пропускающего либо отражательного типов (см., например, [2–5]). В работах [2, 3, 5] выбор голографических решеток пропускающего типа обусловлен рассмотрением кристаллических образцов среза (110). В таких кристаллах связь между световыми волнами возникает при их взаимодействии в пропускающей геометрии. В работе [4] полагалось, что при ВЧВВ формируются отражательные голографические решетки, поскольку рассматривались кристаллы среза (100), в которых экспериментально наблюдается запись голограмм этого типа. Однако такой подход ограничивает возможности анализа закономерностей ВЧВВ в кубических фоторефрактивных кристаллах среза (111). Это обусловлено тем, что в таких кристаллах возможно формирование как пропускающих, так и отражательных голографических решеток, а формирование обращенного волнового фронта при ВЧВВ в кристаллах среза (111) является результатом совокупности дифракционных процессов, происходящих одновременно на нескольких голографических решетках различных типов. Поэтому определение парциальных вкладов каждого дифракционного процесса позволяет более точно определить условия, при которых достигается наибольшая интенсивность обращенной световой волны.

Целью данной работы является исследование зависимости интенсивности обращенной световой волны, возникающей при ВЧВВ, от ориентационного угла полупроводника InP среза (111) и азимута поляризации сигнальной волны. Для этого кристалла будут изучены вклады дифракционных процессов, происходящих на голографических решетках различных типов, и установлены условия достижения наибольшей интенсивности обращенной волны.

1. Схема обращения волнового фронта при ВЧВВ

Предположим, что на кубический фоторефрактивный кристалл падают три монохроматические линейно поляризованные световые волны, волновые векторы которых попарно коллинеарны и лежат в одной плоскости (рисунок 1).

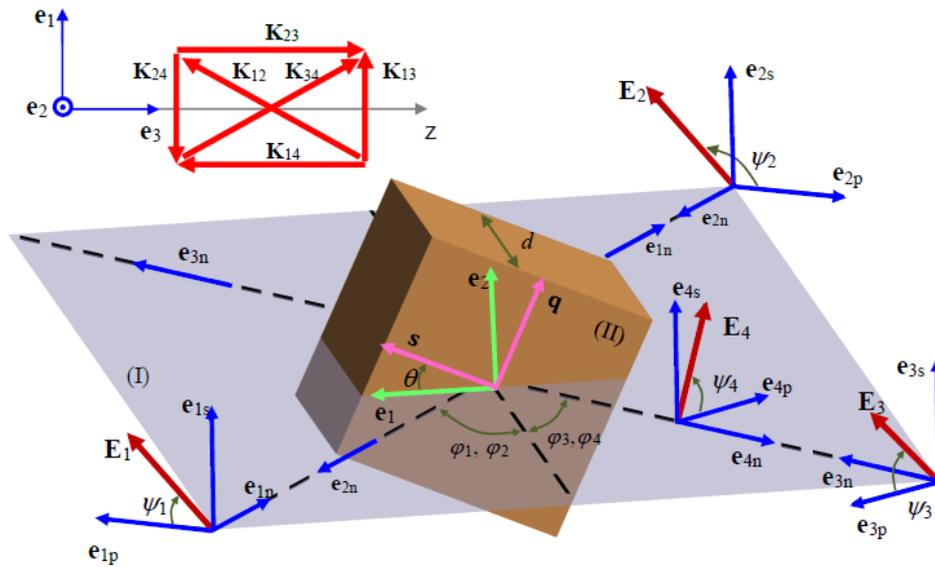


Рисунок 1 – Схема встречного четырехволнового взаимодействия в кубическом фоторефрактивном кристалле

Волны накачки 1 и 2 с волновыми нормальными, совпадающими по направлению с единичными векторами \mathbf{e}_{1n} и \mathbf{e}_{2n} , падают на кристалл с противоположных сторон. Волновая нормаль сигнальной волны 3 совпадает по направлению с единичным вектором \mathbf{e}_{3n} . В результате взаимодействия световых волн на формируемых в кристалле фоторефрактивных голографических решетках может появляться волна 4, которая имеет обращенный по отношению к сигнальной волне 3 волновой фронт [1]. Волновая нормаль волны 4 совпадает по направлению с единичным вектором \mathbf{e}_{4n} .

Пропускающие решетки 13 и 24 образуются в результате попарной интерференции волны накачки 1 и сигнальной волны 3, а также волны накачки 2 с обращенной волной 4. Отражательные решетки с векторами \mathbf{K}_{14} и \mathbf{K}_{23} формируются при взаимодействии волны накачки 1 с обращенной волной 4 и волны накачки 2 с сигнальной волной 3. Интерференция волн накачки 1 и 2 обуславливает формирование отражательной решетки с вектором \mathbf{K}_{12} . При формировании волны 4 за счет ее взаимодействия с сигнальной волной 3 возможно образование отражательной решетки с волновым вектором \mathbf{K}_{34} .

Для задания световых волн и описания состояния поляризаций используется ортонормированный базис $(\mathbf{e}_{jp}, \mathbf{e}_{js}, \mathbf{e}_{jn})$, где $\mathbf{e}_{jn} = [\mathbf{e}_{jp} \mathbf{C} \mathbf{e}_{js}]$ ($j = 1, 2, 3, 4$). Вектор \mathbf{e}_{jn} совпадает по направлению с волновой нормалью j -й волны и лежит в плоскости падения (I). Векторная амплитуда \mathbf{E}_j совпадает по направлению с вектором напряженности j -й волны и лежит в плоскости, содержащей векторы \mathbf{e}_{jp} и \mathbf{e}_{js} . Азимут поляри-

зации ψ_j является мерой углового расстояния между векторами \mathbf{e}_{jp} , \mathbf{E}_j . Угол φ_j равен углу Брэгга в кристалле. При расчётах принималось, что на входе в кристалл световые пучки имели следующие интенсивности: $I_1 = 150 \text{ mW/cm}^2$, $I_2 = 60 \text{ mW/cm}^2$, $I_3 = 75 \text{ mW/cm}^2$.

Единичные векторы \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 являются осями рабочей системы координат (\mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_3), где $\mathbf{e}_3 = [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2]$ (единичный вектор \mathbf{e}_3 направлен внутрь кристалла и на рисунке 1 не показан). Плоскость (II) параллельна поверхности среза кристаллического образца, пересекается с плоскостью падения (I) вдоль прямой, проходящей через вектор \mathbf{e}_1 , образуя двугранный угол, равный 90° . Единичные векторы \mathbf{s} и \mathbf{q} используются для задания ориентации кристаллографической системы координат относительно рабочей системы координат. Ориентационный угол θ используется для задания поворота кристалла относительно оси, совпадающей по направлению с вектором \mathbf{e}_3 , и отсчитывается по часовой стрелке в плоскости (II) от вектора \mathbf{e}_1 к вектору \mathbf{s} .

2. Обращение волнового фронта при ВЧВВ

На рисунке 2 представлен график зависимости $I_4(\theta, \psi_3)$, рассчитанной с учетом вкладов голографических решеток 14, 24 и 34.

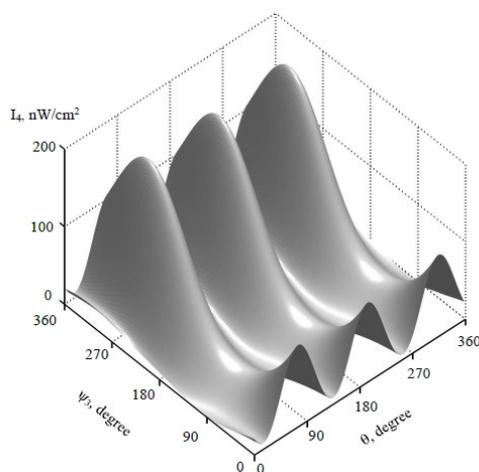


Рисунок 2 – График зависимости интенсивности I_4 обращенной световой волны от ориентационного угла θ и азимута поляризации ψ_3 , рассчитанный для голографических решеток 14, 24 и 34

Как видно из построения, максимумы поверхности $I_4(\theta, \psi_4)$ (200 nW/cm^2) для s-поляризованной сигнальной волны ($\psi_3 = 270^\circ$) достигаются при различных значениях ориентационного угла θ : 56° , 180° и 296° . В соответствии с принципом Неймана наличие трех максимумов

мов графика зависимости $I_4(\theta)$ при $\psi_3 = 90^\circ$ отвечает симметрии поворотной оси третьего порядка [111].

На рисунке 3 представлены графики зависимости $I_4(\theta, \psi_3)$, рассчитанные для ВЧВВ на решетках 14 (a) и 24 (b). При дифракции на решетке 14 интенсивность I_4 может достигать 28 nW/cm^2 (рисунок 3, a) и практически не изменяется при варьировании значений θ и ψ_3 . Это может быть обусловлено оптической изотропностью отражательной решетки с волновым вектором, параллельным оси [111]. При ВЧВВ на пропускающей решетке 24 интенсивность I_4 в зависимости от ориентационного угла θ изменяется более чем в 4 раза (рисунок 3, b) и может достигать 23 nW/cm^2 .

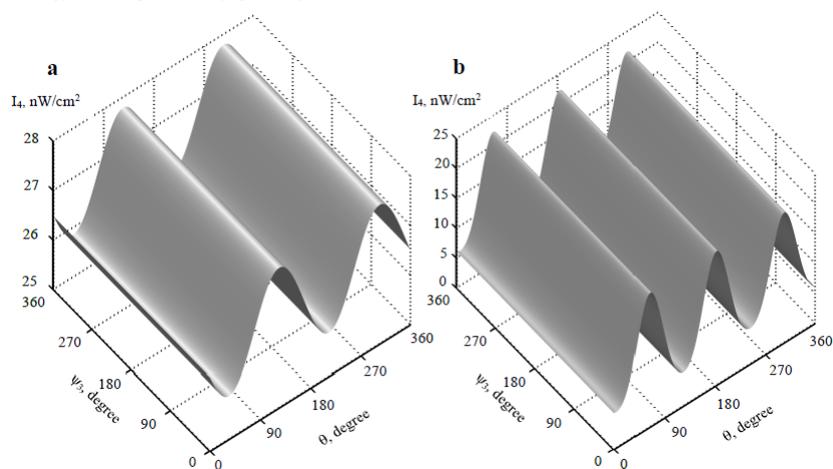


Рисунок 3 – Графики зависимости интенсивности I_4 обращенной световой волны от ориентационного угла θ и азимута поляризации ψ_3 , рассчитанные для голографических решеток 14 (a) и 24 (b)

На рисунке 4 представлен график зависимости $I_4(\theta, \psi_3)$, рассчитанный при ВЧВВ на отражательной решетке 34. Максимум интенсивности I_4 (20 nW/cm^2) на поверхности $I_4(\theta, \psi_4)$ достигается при следующих значениях параметров ψ_3 и θ : $(90^\circ, 56^\circ)$, $(90^\circ, 180^\circ)$, $(90^\circ, 296^\circ)$, $(270^\circ, 56^\circ)$, $(270^\circ, 180^\circ)$, $(270^\circ, 296^\circ)$.

При $\psi_3 = 270^\circ$ максимумы поверхности $I_4(\theta, \psi_4)$ на рисунках 2 и 4 достигаются для одинаковых значений θ , причем максимальные значения I_4 на этих рисунках отличаются примерно в 10 раз. Это возможно при когерентном суммировании парциальных волн, возникающих при дифракции света на решетках 14, 24 и 34. При $\psi_3 = 90^\circ$ для $\theta = 56^\circ, 180^\circ$ и 296° на рисунке 2 достигаются значения I_4 , близкие к минимальным (26 nW/cm^2). Значительное уменьшение I_4 по сравнению с максимумом на поверхности $I_4(\theta, \psi_4)$ (рисунок 2) может быть

связано с деструктивной интерференцией парциальных световых волн.

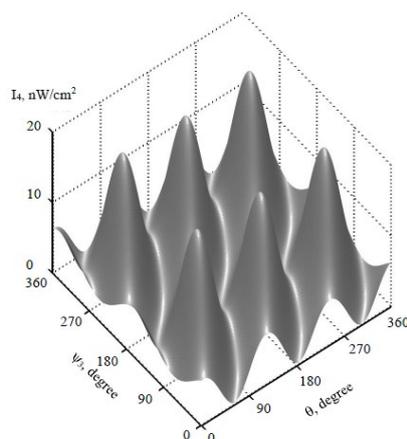


Рисунок 4 – График зависимости интенсивности I_4 обращенной световой волны от ориентационного угла θ и азимута поляризации ψ_3 , рассчитанный для голографической решетки 34

Заключение

Получены графики зависимости интенсивности обращенной волны при ВЧВВ на пропускающей и отражательных голографических решетках, сформированных в кристалле InP среза (111). Найдены значения параметров ψ_3 и θ , при которых достигаются максимальные значения интенсивности обращенной волны. Обсуждены дифракционные вклады голографических решеток в ВЧВВ.

Литература

1. Одулов, С. Г. Лазеры на динамических решетках: оптические генераторы на четырехволновом смешении / С. Г. Одулов, М. С. Соскин, А. И. Хижняк. – М.: Наука, 1990. – 272 с.
2. Erdmann, A. Feedback effects of degenerate four-wave mixing in crystals of the sillenite family / A. Erdmann, R. Kowarschik, L. Wenke // J. Soc. Opt. Am. B. – 1989. – Vol. 6, № 10. – P. 1845–1850.
3. Hall, T. J. Vector four-wave mixing in cubic, optically active photo-refractive media / T. J. Hall, A. K. Powell, C. Stace // Opt. Comm. – 1990. – Vol. 75, № 2. – P. 159–164.
4. Векторное четырехволновое взаимодействие света на отражательных голографических решетках в кристаллах титаната висмута / А. В. Гусельникова [и др.] // Оптический журнал. – 2006. – Т. 73, № 11. – С. 22–27.

5. Вырожденное четырехволновое взаимодействие на пропускающих голографических решетках в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ среза (110) / В. Н. Навныко, С. Ф. Ничипорко, А. В. Макаревич, С. М. Шандаров // ЖТФ. – 2021. – Т. 91. – № 5. – С. 832–839.

**И. В. Семченко, А. Л. Самофалов, Е. Д. Пискунова,
П. В. Клименко**

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ДВОЙНОЙ СПИРАЛИ МОЛЕКУЛЫ ДНК КАК НАНОРАЗМЕРНОГО ПРОВОДНИКА

Введение

Электропроводность молекулы ДНК и её механизмы постоянно привлекают внимание исследователей, но в настоящее время изучены ещё не полностью [1–5]. Водяная оболочка, в которой находится реальная молекула ДНК, может влиять на её электропроводность. Кроме того, в молекуле ДНК может возникать не только ток проводимости, но и поляризационный ток. Выявление механизмов проводимости молекулы ДНК и их деталей остаётся все ещё не до конца решённой задачей. В практическом плане, электропроводимость ДНК создаёт интересные перспективы при возможном использовании ДНК в качестве молекулярного нанопроводника. В наноразмерной электронике могут быть разработаны интегральные схемы нового поколения, использующие молекулу ДНК как элемент наноустройств. При этом актуальным является исследование распределения электрического тока вдоль двойной спирали и вычисление длины сегмента молекулы, который может быть активирован при возбуждении тока.

Анализ электрических токов в двойной спирали ДНК важен также в плане исследования равновесия молекулы и опасности её повреждений [6].

1. Постановка задачи исследования

Необходимо исследовать распределение электрического тока вдоль двойной спирали при различных механизмах возбуждения этого тока. Для этого необходимо провести расчёт и построение эквивалентной электрической схемы для двойной спирали молекулы ДНК с

учётом электрического сопротивления нуклеотидов и водородных связей между азотистыми основаниями. При этом используются результаты эксперимента, приведённые в статье [1].

Чтобы повысить наглядность результатов, в программе Blender спроектирована 3D модель двойной спирали молекулы дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК), которая показана на рисунке 1.



Рисунок 1 – 3D модель двойной спирали молекулы дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК), спроектированная в программе Blender

В работе [1] изучены основы переноса заряда в монослое ДНК на золотой поверхности и исследованы 17 пар азотистых оснований в отдельных точках с помощью редокс датчика (рисунок 2). Исследования проводились с помощью циклической и прямоугольной вольтамперометрии. Таким образом, были измерены микротоки в 5-ти точках двойной спирали молекулы ДНК.

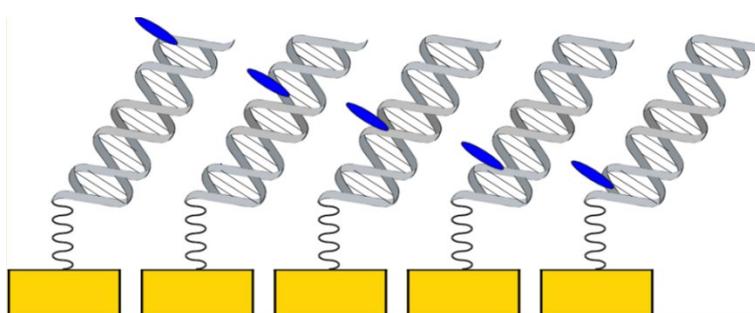


Рисунок 2 – Исследование переноса заряда в монослое молекулы ДНК [1]

Редокс датчик имел пять возможных точек присоединения к ДНК, чтобы зондировать зависимость тока от расстояния без изменения промежуточной последовательности нуклеотидов. Были исследованы

пары нуклеотидов с номерами 17, 13, 9, 4 и 1 (положения датчика показаны на рисунке 2 слева направо).

Нами предложена электрическая эквивалентная схема молекулы ДНК, которая в первом приближении описывает перенос носителей заряда вдоль двойной спирали (рисунок 3). Здесь R_{\parallel} – эффективное электрическое сопротивление, усреднённое для всех нуклеотидов, R_{\perp} – эффективное усреднённое электрическое сопротивление водородной связи между нуклеотидами, образующими пары.

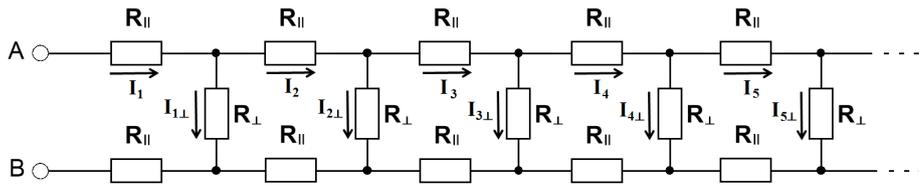


Рисунок 3 – Упрощенный вариант эквивалентной электрической схемы молекулы ДНК как наноразмерного проводника. Электрическое напряжение приложено между двумя нитями двойной спирали (между точками А и В)

В применении к молекуле ДНК можно рассматривать такую цепь как бесконечную. В рамках такого приближения все звенья, начиная со второго, могут быть заменены эффективным сопротивлением, равным полному сопротивлению всей цепи между точками А и В [7]. Тогда полное сопротивление двойной спирали можно определить по формуле [7]

$$R_{AB} = R_{\parallel} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2R_{\perp}}{R_{\parallel}}} \right). \quad (1)$$

Как следует из экспериментов, в ДНК происходит преимущественный перенос электрического заряда вдоль одной и той же спиральной нити [2–5]. Следовательно, выполняется неравенство $2R_{\perp} \gg R_{\parallel}$, при котором формула (1) приобретает вид $R_{AB} \approx \sqrt{2R_{\parallel}R_{\perp}}$. Тогда можно получить выражения для силы тока в одной нити в нуклеотиде с номером k (при $k=2, 3, 4, \dots$)

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{\sqrt{2R_{\parallel}R_{\perp}}}, \quad I_k = I_1 \left(1 - (k-1) \sqrt{\frac{2R_{\parallel}}{R_{\perp}}} \right). \quad (2)$$

Аналогично, сила тока в водородной связи между двумя нитями в паре нуклеотидов с номером k равна

$$I_{1\perp} = I_1 \cdot \sqrt{\frac{2R_{\parallel}}{R_{\perp}}}, \quad I_{k\perp} = I_1 \cdot \sqrt{\frac{2R_{\parallel}}{R_{\perp}}} \left(1 - k \sqrt{\frac{2R_{\parallel}}{R_{\perp}}}\right) \approx I_{1\perp}. \quad (3)$$

Эта сила тока практически не зависит от номера нуклеотида k .

Значения силы тока I_k , $I_{k\perp}$ на различных участках двойной спирали ДНК могут быть получены экспериментально с помощью методик, описанных в работах [1–5]. Формулы (1–3), при их совместном использовании с измеренными токами, позволяют вычислить эффективные электрические сопротивления различных участков молекулы ДНК. Полученные результаты могут быть полезны при проектировании устройств, содержащих молекулу ДНК в качестве нанопроводника.

Заключение

В работе предложена упрощённая электрическая схема молекулы ДНК как наноразмерного проводника, которая в первом приближении описывает перенос носителей заряда вдоль двойной спирали. Введено эффективное электрическое сопротивление, усреднённое для всех нуклеотидов, а также эффективное усреднённое электрическое сопротивление водородной связи между нуклеотидами, образующими пары. Получены выражения для полного сопротивления двойной спирали и для силы тока на различных участках ДНК, если электрическое напряжение приложено между двумя нитями. Результаты могут быть использованы в нанoeлектронике при проектировании интегральных схем нового поколения.

Литература

1. Wohlgamuth, Chris H. DNA as a Molecular Wire: Distance and Sequence Dependence / Chris H. Wohlgamuth, Marc A. McWilliams, Jason D. Slinker // *Analytical Chemistry*. – 2013. – Vol. 85. – P. 8634–8640.
2. Kelley, S. O. Electron transfer between bases in double helical DNA / S. O. Kelley, J. K. Barton // *Science*. – 1999. – Vol. 283. – P. 375–381.
3. Genereux, J. C. DNA-mediated Charge Transport in Redox Sensing and Signaling / J. C. Genereux, A. K. Boal, J. K. Barton // *Journal of American Chemical Society*. – 2010. – Vol. 132. – P. 891–905.

4. Genereux, J. C. Single-step Charge Transport through DNA over Long Distances / J. C. Genereux, S. M. Wuerth, J. K. Barton // Journal of American Chemical Society. – 2011. – Vol. 133. – P. 3863–3868.

5. Direct Measurement of the Dynamics of Hole Hopping in Extended DNA G-Tracts. An Unbiased Random Walk / S. M. Mickley Conron [et al.] // Journal of American Chemical Society. – 2010. – Vol. 132. – P. 14388–14390.

6. Semchenko, I. V. Optical Forces Acting on a Double DNA-Like Helix, Its Unwinding and Strands Rupture / I. V. Semchenko [et al.] // Photonics. – 2020. – Vol. 7, № 83, doi:10.3390/photonics7040083.

7. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов // М.: Наука, 1988. – 416 с.

А. И. Серый

УО «Брестский государственный университет
имени А. С. Пушкина», Брест, Беларусь

ЭФФЕКТ БАРЫШЕВСКОГО – ЛЮБОШИЦА ПРИ НИЗКИХ ОТЛИЧНЫХ ОТ НУЛЯ ТЕМПЕРАТУРАХ

Введение

Эффект Барышевского – Любошица представляет собой вращение плоскости линейной поляризации фотонов вследствие различия между амплитудами комптоновского рассеяния фотона на электроны для сонаправленных и противоположно направленных спинов фотона и электрона. Эффект был теоретически предсказан В. Г. Барышевским и В. Л. Любошицем [[1, с. 89](#)] в 1965 г., а в начале 1970-х гг. обнаружен экспериментально в жестком рентгеновском диапазоне.

Для магнитных полей с малыми значениями индукции, когда можно пренебречь квантующим воздействием магнитного поля на волновые функции и уровни энергии электронов, эффект Барышевского – Любошица возникает во втором порядке теории возмущений по электромагнитной константе связи α [[1, с. 92](#)]. Для квантующих магнитных полей данный эффект возникает уже в первом порядке теории возмущений по α ; результаты соответствующих исследований были опубликованы, в частности, в [[2, 3](#)], причем усреднение по импульсам электронов либо не проводилось, либо осуществлялось в приближении абсолютного нуля температуры.

В настоящей работе выполнено усреднение полученных ранее результатов при низкой, но отличной от нуля температуре. Часть идей, лежащих в основе данной работы, принадлежат В. Г. Барышевскому и В. В. Тихомирову.

1. Исходные соотношения

Пусть плоскополяризованный фотон с частотой ω движется в поляризованном по спину электронном газе в магнитном поле с индукцией B под углом θ к силовым линиям магнитного поля, направлены по оси z . Обозначая массу электрона через m_e , импульс электрона через p_z , магнетон Бора через μ_B , элементарный заряд через e , запишем выражение для угла $d\varphi$ поворота плоскости поляризации фотона на единицу пройденного пути dl для случая, когда $\hbar\omega < m_e c^2$ [3, с. 39–41]:

$$\frac{d\varphi}{dl} = \frac{\alpha m_e c \mu_B B}{4\hbar^2 \omega} \exp\left(-\frac{\hbar\omega^2 \sin^2 \theta}{2cBe}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\hbar\omega^2 \sin^2 \theta}{cBe}\right)^{n-1} \int_{-w_1}^{+w_1} (\tilde{R}_n(w) - \tilde{S}_n(w)) dw, \quad (1)$$

$$\tilde{R}_n(w) = \frac{\Omega_1(w)(\Omega_2(w)\cos\theta - 2\sqrt{2nw}\sin^2\theta)}{\Omega_3(w)\left(\Omega_1^2(w) + \frac{\Gamma_n^2}{\hbar^2\omega^2}\left(1 + 4n\frac{\mu_B B}{m_e c^2} + \left(w + \frac{\hbar\omega}{m_e c^2}\cos\theta\right)^2\right)\right)}, \quad (2)$$

$$\tilde{S}_n(w) = (-\Omega_2(w)\cos\theta + 2\sqrt{2nw}\sin^2\theta)/(\tilde{\Omega}_1^{(-)}(w)\Omega_3(w)), \quad (3)$$

$$w = p_z/(m_e c), \quad \Omega_1(w) = \tilde{\Omega}_1^{(+)}(w) + \Gamma_n^2/(4\hbar\omega m_e c^2), \quad \tilde{\Omega}_1^{(\pm)}(w) = Q_n \pm \Omega_2(w),$$

$$\Omega_2(w) = 2\left(\sqrt{1+w^2} - w\cos\theta\right), \quad \Omega_3(w) = \sqrt{1+w^2} + \hbar\omega/(m_e c^2),$$

$$Q_n = \hbar\omega \sin^2\theta/(m_e c^2) - 4n\mu_B B/(\hbar\omega), \quad \Gamma_n \approx 16(2n-1)\alpha(\mu_B B)^2/(3m_e c^2). \quad (4)$$

2. Усреднение по импульсам при конечной температуре

Соотношения (1–4) были получены в приближении абсолютного нуля температуры в пределе полной спиновой поляризации электронов, причем значение w_1 в (1) соответствует предельному (конечному) значению импульса. При конечной температуре T электроны могут

находиться на возбужденных уровнях, поэтому полная спиновая поляризация, строго говоря, невозможна.

Вместе с тем, можно учесть вклад во вращение со стороны только тех электронов, спиновая поляризация которых ничем не скомпенсирована. Для этого запишем энергию электрона в пренебрежении его аномальным магнитным моментом во внешнем квантующем магнитном поле [4, с. 41]:

$$\varepsilon = \sqrt{c^2 p_z^2 + m_e^2 c^4 + 2m_e c^2 \mu_B B(2n + 1 + 2s)}, \quad (5)$$

где n – номер уровня Ландау, $s = \pm 1/2$ – спиновое квантовое число. Учитывая, что при одинаковом $|p_z|$ равны значения энергии у электронов с $n = n_0$, $s = +1/2$, и $n = n_0 + 1$, $s = -1/2$, получаем, что в эффект Барышевского–Любошица при любой температуре вносят вклад только электроны с $n = 0$, $s = -1/2$, для которых

$$\varepsilon = \sqrt{c^2 p_z^2 + m_e^2 c^4}, \quad (6)$$

поскольку суммарный спин остальных электронов близок к нулю. Тогда усреднение по импульсам в (1) должно осуществляться только для этих электронов на основе вычисления интеграла (k – постоянная Больцмана, χ – химический потенциал электронного газа)

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} (\tilde{R}_n(w) - \tilde{S}_n(w)) (\exp((\varepsilon - \chi)/(kT)) + 1)^{-1} dw, \quad w = \sqrt{\varepsilon^2 - m_e^2 c^4} / (m_e c^2). \quad (7)$$

Для интеграла в (7) при выполнении замен

$$\varepsilon' = \varepsilon - m_e c^2 = \sqrt{c^2 p_z^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2, \quad \chi' = \chi - m_e c^2 \quad (8)$$

выполняются условия применимости приближенной формулы [5, с. 596–597]

$$\int_0^{+\infty} \frac{\varphi(\varepsilon') d\varepsilon'}{(\exp((\varepsilon' - \chi')/(kT)) + 1)} \approx \int_0^{\chi'} \varphi(\varepsilon') d\varepsilon' + \frac{(\pi kT)^2}{6} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon'} \right)_{\varepsilon' = \chi'}, \quad kT/\chi' \ll 1. \quad (9)$$

Тогда при $kT/\chi' \ll 1$ для интеграла в (7) можно приближенно записать

$$\begin{aligned}
I &\approx \int_{-w_1}^{+w_1} (\tilde{R}_n(w) - \tilde{S}_n(w)) dw + \frac{(\pi k T)^2}{6} \left(\frac{d(\tilde{R}_n(w) - \tilde{S}_n(w))}{dw} \right)_{w=w_1} \left(\frac{dw}{d\varepsilon'} \right)_{\varepsilon'=\chi'} = \\
&= \int_{-w_1}^{+w_1} (\tilde{R}_n(w) - \tilde{S}_n(w)) dw + \frac{(\pi k T)^2 \chi}{6 m_e c^2 \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4}} \left(\frac{d(\tilde{R}_n(w) - \tilde{S}_n(w))}{dw} \right)_{w=w_1}, \\
w_1 &= \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} / (m_e c^2). \tag{10}
\end{aligned}$$

Общее аналитическое выражение для интеграла в (10) было получено в [2, с. 34; 3, с. 41–42] (с последующей подстановкой другого значения w_1 , соответствующего $T = 0$ К). Для производной с учетом (2)–(4) получаем

$$\begin{aligned}
(d\tilde{R}_n(w)/dw)_{w=w_1} &= (AE_n + C_n(A \cos \theta - 2\sqrt{2n} \sin^2 \theta)) / (DE_n) - \\
&- B_n C_n D^{-2} E_n^{-2} (E_n \chi^{-1} \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} + 2D\Gamma_n^2 (\sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} + \hbar \omega \cos \theta) (\hbar^2 \omega^2 m_e c^2)^{-1}), \tag{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(d\tilde{S}_n(w)/dw)_{w=w_1} &= -\chi^{-1} D^{-1} \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} \cos \theta + \\
&+ (2\sqrt{2n} \sin^2 \theta (F_n D - G_n (m_e c^2)^{-1} \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4}) + Q_n G_n \cos \theta) / (F_n^2 D^2), \tag{12}
\end{aligned}$$

$$A = 2 \left(\frac{\sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4}}{\chi} - \cos \theta \right),$$

$$B_n = \frac{2(\chi \cos \theta - \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} (\cos^2 \theta + \sqrt{2n} \sin^2 \theta))}{m_e c^2},$$

$$C_n = Q_n + 2(\chi - \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} \cos \theta) (m_e c^2)^{-1} + \Gamma_n^2 (4\hbar \omega m_e c^2)^{-1},$$

$$D = (\chi + \hbar \omega) (m_e c^2)^{-1},$$

$$E_n = C_n^2 + \Gamma_n^2 \hbar^{-2} \omega^{-2} \left(1 + 4n\mu_B B (m_e c^2)^{-1} + \left(\sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} + \hbar \omega \cos \theta \right)^2 (m_e c^2)^{-2} \right),$$

$$F_n = Q_n - 2 \left(\chi - \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} \cos \theta \right) (m_e c^2)^{-1}, \quad G_n = F_n \chi^{-1} \sqrt{\chi^2 - m_e^2 c^4} - 2DA. \quad (13)$$

При этом взаимосвязь χ с концентрацией электронов n_e при низких температурах можно выразить в виде [6, с. 11]

$$n_e \approx \frac{m_e \mu_B B}{6\pi^2 \hbar^3 c} \sum_{n=0}^j (2 - \delta_{0n}) \left(6\sqrt{\chi^2 - H} - (\pi k T)^2 H (\chi^2 - H)^{-3/2} \right), \quad (14)$$

$$j = \left[\left(\chi^2 - m_e^2 c^4 \right) / \left(4m_e c^2 \mu_B B \right) \right], \quad H = H(n, B) = m_e^2 c^4 + 4m_e c^2 \mu_B B n. \quad (15)$$

3. Обсуждение результатов

Вычисление угла поворота $d\varphi/dl$ можно осуществлять следующим образом. При фиксированных значениях T , B , ω , θ задавать χ и вычислять n_e в соответствии с (14) и (15), а $d\varphi/dl$ – в соответствии с (1), (10-13) и с результатами [2, с. 34; 3, с. 41–42]. Это позволит найти в параметрическом виде $d\varphi/dl$ как функцию аргументов T , B , ω , θ , n_e .

Вопрос об экспериментальной проверке полученных результатов заслуживает дальнейших исследований.

Заключение

В данной работе получена формула для угла поворота плоскости поляризации фотона на единицу пройденного пути в поляризованном по спину электронном газе в квантующем магнитном поле при низких конечных температурах путем усреднения полученных ранее в [2, 3] результатов по импульсам электронов с применением приближенных формул вычисления интегралов при низких температурах. По сравнению с результатами, полученными в приближениях нулевого импульса электронов и абсолютного нуля температуры, данные результаты представляют больший интерес с точки зрения их будущей экспериментальной проверки.

Литература

1. Барышевский, В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В. Г. Барышевский. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 320 с.
2. Серый, А. И. О комптоновском вращении в магнитном поле с учетом ширины резонанса. / А. И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». – 2012. – № 2. – С. 30–36.
3. Серый, А. И. О некоторых поляризационных эффектах в астрофизической плазме. / А. И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». – 2014. – № 1. – С. 30–43.
4. Секержицкий, В. С. Равновесные системы фермионов и бозонов в магнитных полях: монография / В. С. Секержицкий; Брест. гос. ун-т имени А. С. Пушкина. – Брест: Издательство БрГУ, 2008. – 198 с.
5. Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика: учеб. пособие. / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 2000. – 608 с.
6. Серый, А. И. О вычислении степени спиновой поляризации релятивистского электронного газа в квантующем магнитном поле при низких отличных от нуля температурах / А. И. Серый // Наука, образование, инновации: актуальные вопросы современные аспекты: сборник статей VII Международной научно-практической конференции. В 2 ч. Ч. 1. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2021. – 224 с. – С. 9–12.

А. И. Толкачѳв, В. Н. Капшай, А. А. Шамына
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ТОНКОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ МАЛОГО РАДИУСА ДЛЯ ТРЕТЬЕГО ТИПА АНИЗОТРОПИИ

Введение

Использование явления генерации второй гармоники в поверхностных слоях диэлектрических микро- и наночастиц является одним из важнейших методов для изучения оптических свойств этих слоев. К настоящему времени разработано несколько теоретических моделей

для описания данного явления. Одной из наиболее простых и распространенных является модель Рэлея-Ганса-Дебая, в рамках которой пренебрегают рассеянием. В рамках данной модели в работе [1] решена задача о генерации второй гармоники эллиптически поляризованной электромагнитной волной в тонком сферическом слое оптически нелинейного вещества. Данная работа посвящена анализу плотности мощности и полной мощности генерируемого излучения и нахождению параметров задачи, обуславливающих наиболее эффективную генерацию.

1. Оптимизационный анализ плотности мощности

Проведем аналитический поиск глобального максимума пространственной плотности генерируемой мощности удвоенной частоты в тонком сферическом слое для третьего типа анизотропии [2]. Радиальная компонента вектора Умова-Пойнтинга генерируемого излучения в дальней зоне имеет вид [1]

$$\begin{aligned} S_r^{(2\omega)} &= \frac{c}{8\pi} \frac{n_{2\omega}}{\mu_{2\omega}} \left| \mathbf{E}^{(2\omega)} \right|^2 = 32\pi c \frac{\mu_{2\omega} n_{2\omega}}{n_\omega^4} \frac{d_0^2}{r^2} (k_\omega a)^4 |E_1|^4 \cdot \left| (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \mathbf{f}^{(2\omega)} \right|^2 = \\ &= S_0(k_\omega a) \cdot \left| (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \mathbf{f}^{(2\omega)} \right|^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь использована вспомогательная величина $S_0(k_\omega a) = 32\pi c \frac{\mu_{2\omega} n_{2\omega}}{n_\omega^4} \frac{d_0^2}{r^2} (k_\omega a)^4 |E_1|^4$. Вектор $\mathbf{f}^{(2\omega)}$ для рассматриваемого частного случая тензора нелинейной диэлектрической восприимчивости второго порядка, соответствующего третьему типу анизотропии ($\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_3^{(2)} (n_j \delta_{ik} + n_k \delta_{ij})$) [2], представим в форме

$$\mathbf{f}^{(2\omega)} = i \frac{2j_1(qa)}{q} \chi_3^{(2)} \mathbf{e}^{(\omega)} (\mathbf{q} \mathbf{e}^{(\omega)}), \quad (2)$$

где $j_1(qa)$ – сферическая функция Бесселя первого порядка, a – радиус частицы, $\mathbf{e}^{(\omega)}$ – единичный комплексный вектор поляризации падающей волны, \mathbf{q} – вектор рассеяния, $q = |\mathbf{q}|$.

Используя явный вид этих векторов, приведенный в работе [1], получим выражение для плотности генерируемой мощности:

$$S_r^{(2\omega)} = S_0(k_\omega a) \cdot \left(2j_1(qa)\chi_3^{(2)} \frac{\xi \sin \theta}{(1+\sigma^2)\sqrt{1+\xi^2-2\xi \cos \theta}} \right)^2 \times \quad (3)$$

$$\times (\cos^2 \varphi + \sigma^2 \sin^2 \varphi) \left[(\cos^2 \theta + \sigma^2) \cos^2 \varphi + (1 + \sigma^2 \cos^2 \theta) \sin^2 \varphi \right].$$

Здесь ξ – показатель дисперсии ($\xi = n_{2\omega}/n_\omega$), σ – величина, характеризующая эллиптичность падающей волны ($\sigma > 0$ – правая поляризация, $\sigma < 0$ – левая поляризация, $\sigma = 0$ – линейная поляризация), θ и φ – углы, характеризующие направление наблюдения генерируемого излучения.

В предельном случае малого радиуса частицы справедливо приближение $j_1(qa) \approx qa/3$. С точностью до 5% это справедливо при $k_\omega a \leq 0,174$. Применяв данное приближенное выражение для функции Бесселя, а также воспользовавшись явным видом модуля вектора рассеяния ($q = 2k_\omega \sqrt{1^2 + \xi^2 - 2\xi \cos \theta}$), получим окончательное выражение для радиальной компоненты вектора Умова–Пойнтинга:

$$S_r^{(2\omega)} = S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{4}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{(1+\sigma^2)^2} (\cos^2 \varphi + \sigma^2 \sin^2 \varphi) \times \quad (4)$$

$$\times \left[(\cos^2 \theta + \sigma^2) \cos^2 \varphi + (1 + \sigma^2 \cos^2 \theta) \sin^2 \varphi \right].$$

Найдем максимальное значение данного выражения при варьировании направления наблюдения θ , φ ($0 \leq \theta \leq \pi$, $-\pi < \varphi \leq \pi$). Для этого определим частные производные плотности мощности по данным переменным:

$$\frac{\partial S_r^{(2\omega)}}{\partial \theta} = S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{4}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} \right)^2 \frac{1}{(1+\sigma^2)^2} \times$$

$$\times \sin 2\theta (\cos^2 \varphi + \sigma^2 \sin^2 \varphi) \left[1 + \sigma^2 - 2 \sin^2 \theta (\sigma^2 + (1 - \sigma^2) \cos^2 \varphi) \right], \quad (5)$$

$$\frac{\partial S_r^{(2\omega)}}{\partial \varphi} = -S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{4}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} \right)^2 \frac{1}{(1+\sigma^2)^2} \times$$

$$\times \sin^2 \theta \sin 2\varphi (1 - \sigma^2) \left[1 + \sigma^2 - 2 \sin^2 \theta (\sigma^2 + (1 - \sigma^2) \cos^2 \varphi) \right]$$

и приравняем их к нулю. Из получившейся системы двух уравнений можно определить набор экстремумов для генерируемой плотности мощности (4):

1) $\theta = 0, \pi; \forall \varphi$ – минимумы, поскольку при этом $S_r^{(2\omega)} = 0$;

2) $\theta \in \left[\arcsin \sqrt{\frac{1+\sigma^2}{2}}; \pi - \arcsin \sqrt{\frac{1+\sigma^2}{2}} \right]$,

$\cos \varphi = \pm \sqrt{\frac{1+\sigma^2 \cos 2\theta}{2(1-\sigma^2) \sin^2 \theta}}$ (при переходе к частным случаям $\sigma = 0$ и

$\sigma = \pm 1$ эти пределы по θ равны $\theta \in [\pi/4; 3\pi/4]$ и $\theta = \pi/2$ соответственно) – это глобальный максимум, где функция $S_r^{(2\omega)}$ принимает значе-

ние $S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{2}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} \right)^2$.

3) $\theta = \pi/2, \varphi = -\pi/2, 0, \pi/2, \pi$ – являются локальными минимумами, плотность мощности $S_r^{(2\omega)} = S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{4}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} \right)^2 \frac{\sigma^2}{(1+\sigma^2)^2}$.

В частных случаях линейно и циркулярно поляризованных волн возможны некоторые изменения ввиду более простого распределения плотности мощности. Так в случае $\sigma = 0$ плотность мощности (4) имеет вид

$$S_r^{(2\omega)} = S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{4}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} \right)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi [\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi]. \quad (6)$$

В этом случае появляются дополнительные глобальные минимумы (генерация в данных направлениях не происходит):

1) $\forall \theta, \varphi = \pm \pi/2$;

2) $\theta = \pi/2; \varphi = -\pi/2, 0, \pi/2, \pi$.

При использовании циркулярно поляризованного излучения ($\sigma = \pm 1$) распределение плотности мощности имеет аксиальную симметрию:

$$S_r^{(2\omega)} = S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{2}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} \right)^2 \sin^2 \theta [1 + \cos^2 \theta]. \quad (7)$$

В направлениях $\theta = \pi/2$, $\forall \varphi$ генерируется максимальная плотность мощности.

Таким образом, в приближении малого радиуса частицы максимальное значение плотности мощности второй гармоники не зависит от эллиптичности падающего излучения и равно $S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{2}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)}\right)^2$. Это было ранее замечено в работе [3], где нахождение максимумов производилось численными методами.

2. Полная генерируемая мощность

Найдем полную генерируемую мощность в приближении малого радиуса частицы. Для этого проведем интегрирование плотности мощности (4) по поверхности сферы:

$$\begin{aligned}
 W^{(2\omega)} &= \int_{4\pi} S_r^{(2\omega)} r^2 d\Omega = S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{4}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} r\right)^2 \frac{1}{(1+\sigma^2)^2} \times \\
 &\times \int_{4\pi} \sin^2 \theta (\cos^2 \varphi + \sigma^2 \sin^2 \varphi) \left[(\cos^2 \theta + \sigma^2) \cos^2 \varphi + (1 + \sigma^2 \cos^2 \theta) \sin^2 \varphi \right] d\Omega = \\
 &= S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{4}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} r\right)^2 \frac{1}{(1+\sigma^2)^2} \cdot \frac{8\pi}{15} (1 + 4\sigma^2 + \sigma^4) = \\
 &= \frac{6\pi}{5} S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{8}{9} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} r\right)^2 \left(1 + \frac{2\sigma^2}{(1+\sigma^2)^2}\right).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Полная мощность второй гармоники $W^{(2\omega)}$ принимает минимальное значение при использовании линейно поляризованного возбуждающего излучения ($W^{(2\omega)} = \frac{6\pi}{5} S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{8}{9} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} r\right)^2$) и максимальное при использовании циркулярно поляризованного излучения ($W^{(2\omega)} = \frac{\pi}{5} S_0(k_\omega a) \cdot \left(\frac{8}{3} k_\omega a \xi \chi_3^{(2)} r\right)^2$).

Заключение

В данной работе аналитически найдены направления наблюдения θ , φ , обеспечивающие наиболее эффективную генерацию второй гармоники в тонком сферическом слое оптически нелинейного вещества малого радиуса с тензором нелинейной диэлектрической восприимчивости, соответствующим третьему типу анизотропии. Показано, что

максимальная генерируемая плотность мощности не зависит от эллиптичности возбуждающего излучения. Найдена зависимость полной генерируемой мощности удвоенной частоты от эллиптичности падающей волны. Обнаружено, что наибольшая мощность генерируется при использовании циркулярно поляризованной исходной волны, а наименьшая – при использовании линейно поляризованной волны.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта БРФФИ (проект Ф20М–011).

Литература

1. Капшай, В. Н. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя и условия отсутствия генерации / В. Н. Капшай, А. А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2017. – Т. 123, № 3. – С. 416-429.

2. Толкачëв, А. И. Оптимизация эффективности генерации второй гармоники–суммарной частоты в тонком сферическом слое / А. И. Толкачëв, В. Н. Капшай, А. А. Шамына // V Международная научная конф, посвященная академику Б.В. Бокутю: материалы: в 2 ч. – Гомель, 2018. – Ч. 1. – С. 126–32.

3. Толкачëв, А. И. Анализ эффективности плотности мощности поля второй гармоники–суммарной частоты в тонком сферическом слое для волн одинаковой эллиптичности / А. И. Толкачëв, В. Н. Капшай // Актуальные вопросы физики и техники: материалы X Республиканской научной конф. студентов, магистрантов и аспирантов: в 2 ч. – Гомель, 2021. – Ч. 1. – С. 334–339.

А. А. Шамына, В. Н. Капшай

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В ФОРМЕ ВЫТЯНУТОГО ЭЛЛИПСОИДА ВРАЩЕНИЯ. НЕКИРАЛЬНЫЙ СЛУЧАЙ

Введение

В медицине и физической химии нелинейная оптика занимает важное место ввиду многообразия методов исследований, в основе

которых лежит нелинейная генерация излучения, а наиболее часто рассматриваемым её случаем является генерация второй гармоники. Особенности данного явления, с высокой точностью описываемые в рамках дипольной модели, обуславливают его эффективность в применении к изучению тонких слоёв, локализованных на поверхности диэлектрических частиц. Пространственное распределение генерируемого излучения в значительной степени зависит от формы и размера частиц, от параметров возбуждающего излучения (эллиптичность, поляризация, направление распространения), от параметров среды частицы (показатель преломления, дисперсионные свойства) и т. д. Учёт большинства из этих параметров возможен при использовании модели, в которой не рассматривается рассеяние падающих и генерируемых электромагнитных волн на границах раздела сред: модели Рэлея-Ганса-Дебая.

В настоящей работе рассматривается генерация второй гармоники в поверхностном слое диэлектрической частицы в форме вытянутого вдоль оси симметрии эллипсоида вращения.

1. Постановка задачи

Для математического описания нелинейной генерации требуется использование одновременно двух систем координат:

- декартовой системы с координатами (x, y, z) и базисными векторами $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$;
- сферической системы с координатами (r, θ, φ) и базисными векторами $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi)$.

Ось Oz удобно направить вдоль оси симметрии частицы, имеющей форму вытянутого эллипсоида вращения (большая полуось эллипсоида расположена на оси его симметрии). Зададим большую и малую полуось эллипсоида вращения равными a_z и a_x соответственно, а толщину оптически нелинейного слоя d_0 ($d_0 \ll a_x, d_0 \ll a_z$).

Уравнение плоской волны возбуждающего излучения с циклической частотой ω и комплексной амплитудой E_0 можно записать в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = E_0 \mathbf{e}^{(\omega)} \exp(i\mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x} - i\omega t), \quad (1)$$

где в общем случае эллиптическая поляризация указанной электромагнитной волны характеризуется произвольным комплексным единичным вектором $\mathbf{e}^{(\omega)}$, а направление распространения волны характе-

ризуется вектором $\mathbf{k}^{(\omega)}$. Для удобства расчётов временная часть в последующих формулах не указывается. Схема задачи изображена на рисунке 1.

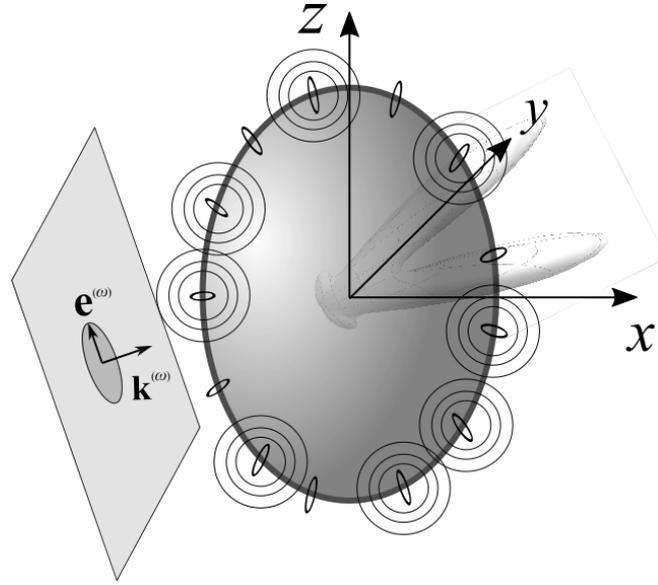


Рисунок 1 – Схема задачи о генерации второй гармоники в некиральном поверхностном слое вытянутой эллипсоидальной диэлектрической частицы

Требуется в векторной форме получить выражения, характеризующие электрическую напряжённость генерируемого излучения.

2. Решение

Для генерации второй гармоники тензор нелинейной диэлектрической восприимчивости $\chi_{ijk}^{(2)}$, входящий в состав выражения для нелинейной части вектора поляризации $P_i^{(2)} = \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k$ [2], включает четыре независимых компоненты $\chi_{1-4}^{(2)}$:

$$\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_1^{(2)} n_i n_j n_k + \chi_2^{(2)} n_i \delta_{jk} + \chi_3^{(2)} (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij}) + \chi_4^{(2)} n_m (n_k \varepsilon_{ijm} - n_j \varepsilon_{imk}). \quad (2)$$

Здесь δ_{ij} и ε_{ijm} – дельта-символ Кронекера и символ Леви-Чивита соответственно, а вектор нормали к элементарному участку поверхности характеризуется компонентами n_k . Рассмотрим частный случай задачи, когда слой не обладает киральными свойствами: при $\chi_{1,4}^{(2)} = 0$, $\chi_{2,3}^{(2)} \neq 0$. Тогда тензор нелинейной диэлектрической восприимчивости принимает более простой вид:

$$\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_2^{(2)} n_i \delta_{jk} + \chi_3^{(2)} (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij}). \quad (3)$$

Удобство такой формы тензора $\chi_{ijk}^{(2)}$ обусловлено наличием только одного множителя в виде компоненты вектора нормали в составе каждого из слагаемых.

Ранее было получено, что вектор напряжённости электрического поля генерируемого излучения можно записать с помощью выражения [2]

$$\mathbf{E}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \int_V \exp(-i\mathbf{k}^{(2\omega)}(\mathbf{x})\mathbf{x}') \mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{x}') d^2\mathbf{x}', \quad (4)$$

которое после подстановки явного вида выражения для вектора $\mathbf{P}^{(2)}$ преобразуется в следующую формулу в компонентной форме:

$$E_i^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} d_0 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) e_j^{(\omega)} e_k^{(\omega)} \times \int_S \exp(i\mathbf{q}(\mathbf{x})\mathbf{x}') \chi_{ijk}^{(2)}(\mathbf{x}') dS_{\mathbf{x}'}, \quad (5)$$

где $\mathbf{q}(\mathbf{x}) = 2\mathbf{k}^{(\omega)} - \mathbf{k}^{(2\omega)}(\mathbf{x})$ – вектор рассеяния, $\mathbf{k}^{(2\omega)}(\mathbf{x})$ – волновой вектор генерируемого излучения удвоенной частоты, а интегрирование производится по всей поверхности частицы.

Записывая интеграл в (5) более подробно, получим выражение, содержащее вектор \mathbf{I} :

$$\mathbf{I} = \frac{1}{a_x} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \exp(iq_x a_x \sin \theta \cos \varphi + iq_y a_x \sin \theta \sin \varphi + iq_z a_z \cos \theta) \times \sin \theta \sqrt{a_z^2 \sin^2 \theta + a_x^2 \cos^2 \theta} \mathbf{n}(\theta, \varphi) d\varphi d\theta. \quad (6)$$

С использованием вектора \mathbf{I} формулу для вектора напряжённости электрического поля генерируемого излучения можно записать в виде

$$\mathbf{E}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} d_0 a_x^2 (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \times \quad (7)$$

$$\times \left[\chi_2^{(2)} \mathbf{I}(\mathbf{e}^{(\omega)} \mathbf{e}^{(\omega)}) + 2\chi_3^{(2)} \mathbf{e}^{(\omega)} (\mathbf{Ie}^{(\omega)}) \right].$$

Вычисление интеграла в (6) является достаточно трудоёмким процессом, поэтому явный вид результирующих выражений для компонент вектора \mathbf{I} приведём без промежуточных преобразований:

$$I_x = 4\pi i \rho \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(-1)^g (2g-1)!!}{(2g)!} (q_z a_z)^{2g} (q_{\perp} a_x)^{-g} j_{g+1}(q_{\perp} a_x) \nu_x,$$

$$I_y = 4\pi i \rho \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(-1)^g (2g-1)!!}{(2g)!} (q_z a_z)^{2g} (q_{\perp} a_x)^{-g} j_{g+1}(q_{\perp} a_x) \nu_y, \quad (8)$$

$$I_z = 4\pi i \rho \frac{q_z}{q_{\perp}} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(-1)^g (2+2g-1)!!}{(2g+1)!} j_{1+g}(q_{\perp} a_x) (q_{\perp} a_x)^{-g} (q_z a_z)^{2g},$$

где $\rho = a_z / a_x$ – отношение длин полуосей эллипсоида вращения $q_z = \mathbf{q} \mathbf{e}_z$ – проекция вектора рассеяния на ось Oz , $q_{\perp} = |\mathbf{q} - \mathbf{e}_z (\mathbf{e}_z \mathbf{q})|$ – модуль составляющей вектора рассеяния, направленной перпендикулярно оси симметрии, j_g – сферические функции Бесселя порядка g , ν_x и ν_y – проекции единичного вектора, направленного вдоль вектора рассеяния, на оси Ox и Oy соответственно.

Заключение

Полученные в векторном виде формулы для напряжённости электрического поля генерируемого излучения могут быть использованы для последующего анализа пространственного распределения излучения удвоенной частоты и при моделировании явления генерации второй гармоники–суммарной частоты [3]. Также разработанная математическая модель генерации может найти применение при описании результатов экспериментальных исследований генерации второй гармоники и поверхностном слое диэлектрических частиц в форме эллипсоида вращения.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф20М–011).

Литература

1. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya, V. Kapshai, P. van der Meulen, T. Hansson // *Phys. Rev. A.* – 2010. – № 81. – P. 053850.

2. Капшай, В. Н. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя и условия отсутствия генерации / В. Н. Капшай, А. А. Шамына // *Оптика и спектроскопия.* – 2017. – Т. 123, № 3. – С. 416–429.

3. Толкачёв, А. И. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя при наличии двух источников / А. И. Толкачёв, В. Н. Капшай // *Актуальные вопросы физики и техники: материалы VII Респ. научной конф. студентов, магистрантов и аспирантов.* – Гомель, 2018. – Ч. 1. – С. 287–290.

Секция 2 «Акустика кристаллов (упругие волны, фотоакустика, акустооптика)»

Председатель:

Кулак Геннадий Владимирович, д-р физ.–мат. наук, профессор

А. Р. Баев¹, Г. В. Кулак², А. И. Митьковец³, А. Л. Майоров¹

¹Институт прикладной физики НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

²УО «Мозырский государственный педагогический университет
имени И. П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

³Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

ИМПУЛЬСНО-ЛАЗЕРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ ВОЛН РЭЛЕЯ И ЛЭМБА НА ДЕФЕКТАХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Введение

В последние десятилетия значительное число работ посвящено вопросам возбуждения и приема упругих волн в твердых телах на основе использования импульсно-лазерной техники, обзорные работы по которым представлены, например, в источниках [1–3]. Ранее значительные усилия были направлены именно на проведение бесконтактного оптоакустического контроля твердых и жидких сред [4–7]. Однако, несмотря на перспективы использования этого метода, реализующего бесконтактную диагностику различных объектов, его основным недостатком является низкая чувствительность приемной оптической аппаратуры, громоздкость, высокая стоимость. Имеются также значительные сложности в формировании и управлении полями объемных мод в объектах, что ограничивает за некоторым исключением, применение таких систем рамками лабораторий. С другой стороны, наблюдается тенденция использования комбинированных методов импульсно-лазерного ультразвукового контроля сочетающих использование источника импульсно-лазерного излучения и приемников – ультразвуковых пьезоэлектрических преобразователей [3, 6, 8–13]. При этом в объекте генерируется мощный и короткий (до ~1 нс) импульс, что перспективно для решения комплекса задач

дефектоскопии объектов сложного рельефа, размещенных в трудно-доступных местах.

В данной работе акцентируется внимание на проведение исследований в условиях, когда режим возбуждения ультразвуковых колебаний (УЗК) линейный, т. е. интенсивность поглощаемого объектом потока энергии $J < J_0$, где J_0 – ее пороговое значение. В этом случае при прямом воздействии на исследуемый объект лазерного излучения (без промежуточной среды) наибольшая эффективность и стабильность измерений достигается при выявлении поверхностных дефектов в твердых телах различной геометрии, включая пластинчатые, а также при их диагностике поверхностными и пластинчатыми модами. Что касается вопросов выявления поверхностных трещин, то наиболее интересные результаты были впервые получены в работе [3], где продемонстрирован эффект существенного изменения амплитуды сигнала-отклика $A(X)$ при пересечении пятном луча лазерного излучения (ЛИ) границы несплошности (модельной трещины).

Ниже для прояснения особенностей этого эффекта проведены теоретические и экспериментальные исследования не только на искусственных, но и на реальных дефектах. Кроме того, экспериментально изучаются особенности рассеяния поверхностных акустических волн (ПАВ) на дефекте, имитирующем пору, а также длинную трещину, выполненную в пластине. Причем в последнем случае предметом исследования являются процессы формирования акустических полей и рассеяния волн Лэмба на несплошностях материала.

1. Теоретический анализ проблемы

Рассмотрена теоретическая модель, поясняемая рисунком 1, позволяющая качественно описать особенности распространения и рассеяния поверхностной волны (ПАВ), возбуждаемой импульсно-лазерным излучением, на несплошности (или искусственного дефекта) в виде паза прямоугольного сечения. Область возбуждения УЗК – прямоугольник площадью $S_{пол} = ab$, где $a \ll b$, находящегося на расстоянии ρ от центра лазерного луча и на расстоянии ρ' от приемника рассеянной ПАВ (рисунок 1).

В общем случае лазерный импульс длительностью τ возбуждает высокочастотные УЗ волны разной поляризации и пространственно-углового распределения. Предполагаем, что реализуется термоупругий (линейный) режим ОА-возбуждения, а лазерный импульс имеет гауссово амплитудное распределение во времени – $f(t) = \exp(-t^2 / \tau^2)$, причем длительность гауссового акустического импульса $\tau_a \gg \tau$.

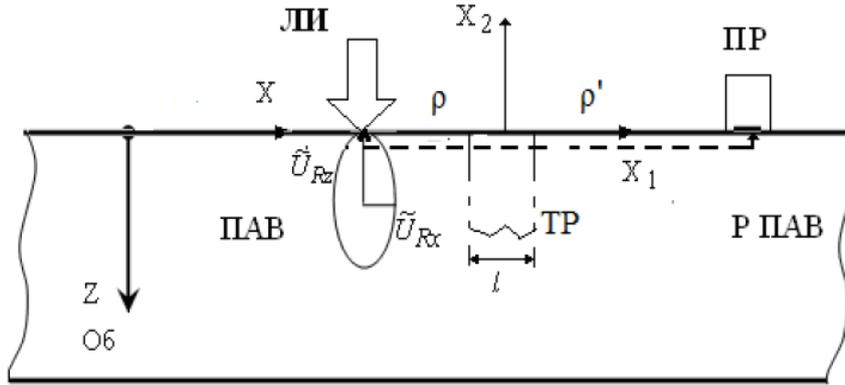


Рисунок 1 – Схема рассеяния поверхностной волны (ПАВ) на модельной трещине (ТР) в стальном образце (Об):

ЛИ – лазерный импульс; ПАВ – возбуждаемая лазерным импульсом волна Рэлея, а Р ПАВ – рассеянная волна; ПР – ультразвуковой приемник волн; l – ширина модельной трещины, ρ – расстояние от центра лазерного пятна до центра трещины, ρ' – расстояние от центра трещины до приемного преобразователя рассеянной ПАВ

Возбуждаемый акустический импульс (смещения в волне) имеет ширину спектра $\Delta\Omega \sim 1/\tau_a$ и центральную частоту $\Omega \sim \Delta\Omega \sim 1/\tau_a$. Частотный спектр гауссового акустического импульса, возбуждаемого на поверхности твердого тела

$$F(\Omega) = \tau_a \sqrt{\pi} \exp\left(-\tau_a^2 \Omega^2 / 4\right),$$

где Ω – круговая частота УЗ волны.

Тогда частотный спектр составляющих рассеянной ПАВ, поляризованных вдоль Z- и X- направлений, с учетом [5] примет соответствующий вид:

$$\tilde{U}_{Rz}(\Omega) = \frac{P_f S_{\text{пол}} F(\Omega) \eta^2 e^{-\alpha_s \rho}}{4\mu} \sqrt{\frac{2k_R}{\pi\rho}} \frac{\sqrt{1-\gamma^2 \eta^2}}{C_0} \frac{\sin(A_R)}{A_R} \frac{\sin(B_R)}{B_R} e^{i\phi_R}, \quad (1)$$

$$\tilde{U}_{Rx}(\Omega) = \frac{\tilde{U}_{Rz}(\Omega)(1-\eta^2/2)}{\sqrt{1-\gamma^2 \eta^2}}, \quad A_R = ak_R/2, \quad B_R = b(k_R \sin \alpha)/2, \quad (2)$$

где α – азимутальный угол, отсчитываемый от оси X (в плоскости XY); P_f – давление на поверхность твердого тела в области лазерного

воздействия; $\phi_R = (k_R \rho' - \Omega t + \pi / 4)$; $k_R = \Omega / v_R$, v_R – фазовая скорость ПАВ; $\eta = (0,87 + 1,12\nu) / (1 + \nu)$, ν – коэффициент Пуассона, $\gamma = \mu / (\lambda + 2\mu)$, λ, μ – постоянные Ламе; $C_0 = 2(2 - \eta^2) - C_1 / C_2 - C_2 / C_1 - 2C_1 C_2$, $C_1 = \sqrt{1 - \eta^2}$, $C_2 = \sqrt{1 - \eta^2 \gamma^2}$.

Отметим, что частотно-угловое распределение возбуждаемых лазерными импульсами ПАВ определяется функцией дифракции упругих волн на прямоугольной области возбуждения и частотным спектром падающей акустической волны, то есть $F(\Omega) \sin(A_R) / A_R \sin(B_R) / B_R$ или $F(\Omega) \sin(A_R) / A_R$ при $\alpha = 0$.

Используя результаты исследований [1, 3, 6, 14] и проведя ряд математических преобразований, для двумерного случая, определяется функция Грина и компоненты вектора смещений $U_{Rx,z}^{sc}$ в рассеянной ПАВ, а также временная форма рассеянного акустического импульса в области приемника, которая примет вид:

$$U_{Rx,z}^{sc}(\tilde{t}_R) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_{Rx,z}^{sc}(\Omega) e^{-i\Omega \tilde{t}_R} d\Omega, \quad (3)$$

где $\tilde{t}_R = t - \rho' / \eta v_s$.

Численные расчеты с применением алгоритм быстрого преобразования Фурье и метода сплайн-интерполяции проводились для распространяющихся по свободной поверхности стального образца ПАВ Рэлея. На рисунке 2 а) представлены осциллограммы «виртуально фиксируемые» широкополосным приемником ПАВ, возбуждаемых лазерным импульсом в прямом направлении при наличии модельной трещины и изменении ширины пятна ЛИ, когда его центр расположен в окрестности трещины. На рисунке 2 б) приведены данные об изменении амплитуды сигнала при перемещении пятна ЛИ через трещину при разной ширине пятна a ЛИ.

В результате проведенных расчетов установлено, что при малых значениях ширины пятна ЛИ форма импульса ПАВ подобна «кинку» для импульса гауссовой формы, а при достаточно большой ширине пятна ($a \sim 5,5$ мм) форма импульса имеет вид, близкий к S-образному с наличием «предвестника» и малой амплитудой осцилляции во времени.

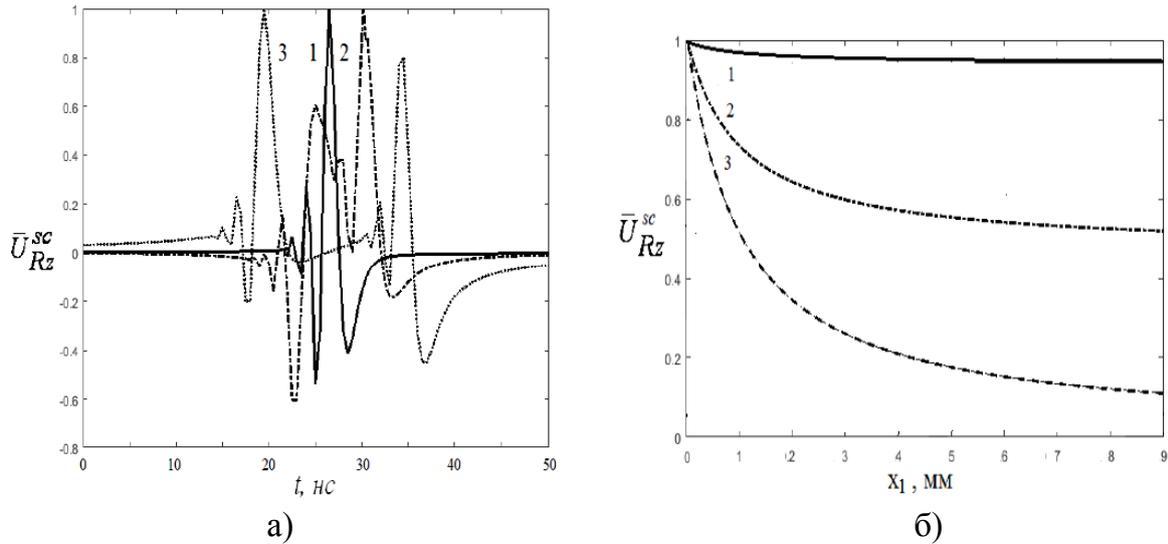


Рисунок 2 – Осциллограммы нормированной на максимальное значение поперечной составляющей рэлеевской волны, рассеянной непосредственно на модельном дефекте – трещине (а) и зависимость амплитуды рэлеевской волны от положения центра пятна ЛИ относительно трещины при различной ширине пятна ЛИ (б): ширина пятна ЛИ $a, \text{мм}$: 0,25 (1); 2,5 (2); 5,5 (3); $\tau_a=12 \text{ нс}$; $\alpha=0$; $l=0,2 \text{ мм}$; $b=30 \text{ мм}$; $\rho'=10 \text{ мм}$; $P_f=100 \text{ МПа}$; а) составляющая смещений $U_{Rz\text{max,НМ}}^{sc} = 1$ (1); 8,9 (2), 45 (3); $\rho=0,01 \text{ мм}$, $\rho'=10 \text{ мм}$

Изменение же ширины пятна ЛИ a , иллюстрируемое рисунками 2 а) и 2 б), также существенно сказывается и на параметрах рассеянной на трещине волны, включая амплитуду и спектр. Амплитуда рассеянного в прямом направлении импульса достигает для указанных условий максимальной величины при $a=2,5 \text{ мм}$. В то же время эта ширина пятна ЛИ близка к величине кратного (целого) числа укладывающихся на нем длин ПАВ. Представленные на рисунке 2 б) зависимости амплитуды U_{Rz}^{sc} от положения источника лазерного возбуждения УЗ и ширины пятна ЛИ указывают о влиянии этих двух факторов на проявление «резонансного эффекта».

2. Методические особенности экспериментальных исследований

Для проверки теоретического анализа и полученных в работе данных эксперимента, выполненных для случая, когда дефект моделировался прорезью шириной $l=50 \text{ мкм}$ [3], была разработана методика и проведены экспериментальные исследования для изучения рассеяния как ПАВ, так и волн Лэмба, возбуждаемых ЛИ согласно приведенным на рисунке 3 схемам. В отличие от проведенных ранее исследований,

нами впервые экспериментально изучено влияние на амплитуду рассеянных ПАВ:

а) реальных усталостных трещин микронных размеров; б) изменения ширины сформированного пятна ЛИ в виде, подобном длинной полосе.

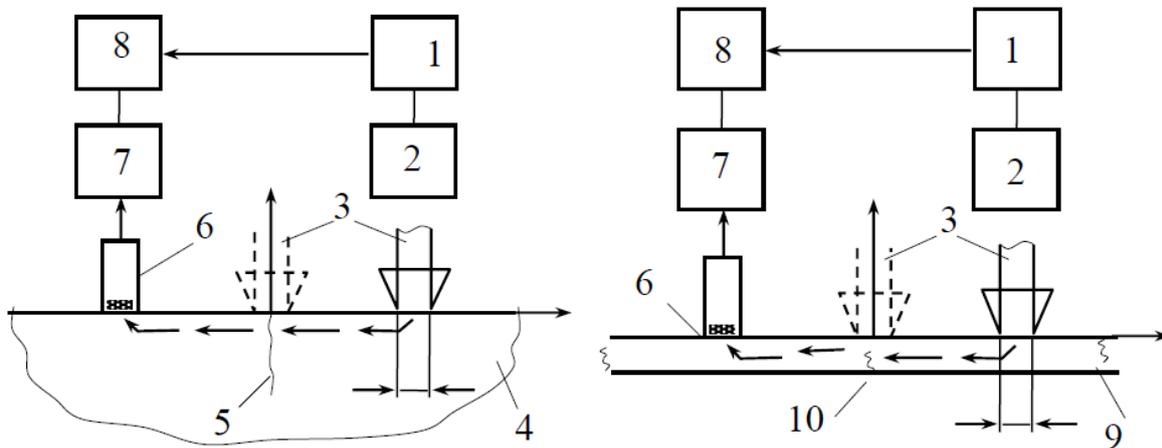


Рисунок 3 – Схемы эксперимента по влиянию положения пятна лазерного луча относительно трещины (5) и проточки в пластине (10) на амплитуду ПАВ и волны Лэмба: 1 – лазер; 2 – устройство коррекции луча; 3 – пятно ЛЛ; 4 – образец; 5 – трещина; 6 – приемник ПАВ; 7 – усилитель; 8 – Spectronic, 9 – образец в виде пластины, 10 – имитатор дефекта в виде проточки

Кроме того, изучены особенности рассеяния ПАВ и в том случае, когда пятно ЛИ круглое, а дефектом служит не только трещина, но и пора диаметром 1,5 мм. В этом случае прием ПАВ проводился наклонным контактными ПЭП с рабочей частотой 2,73 МГц. Подобные исследования по рассеянию волн Лэмба (рисунок 1 б)) выполнены на образце из дюралюминия толщиной 0,73 мм. Дефект моделировался путем выполнения на оппозитной контактной поверхности образца прорези шириной ~0,3 мм и глубиной 0,20–0,25 мм.

Прием возбуждаемых лазерным излучением волн Лэмба проводился с использованием наклонных ПЭП с рабочей частотой $f_p \approx 1,12$ МГц. Источником импульсно-лазерного излучения с длиной волны 1,06 мкм служит генератор типа Lotis с оптическим устройством коррекции сечения пятна ЛИ. Поверхностные волны (ПАВ) принимаются наклонным преобразователем (ПЭП) с углом призмы $\beta = \arcsin(C_p/C_{\text{ПАВ}})$, сигнал с которого подается после усиления на вход прибора «Spectronic» TDS 3052В для анализа его амплитуды и спектра. Частота следования лазерных импульсов 10 Гц.

3. Результаты экспериментальных исследований и их обсуждение

Характерные данные исследований по возбуждению и рассеянию ПАВ на реальных и модельных дефектах качественно согласуются с результатами приведенного выше теоретического анализа и представлены на рисунках 4 и 5. Рисунок 4 иллюстрирует особенности изменения амплитуды сигнала в зависимости от расстояния между центром пятна ЛИ в виде длинной полосы и неподвижным приемным преобразователем, а также от ширины пятна ЛИ a . Аналогичные зависимости для случая, когда пятно ЛИ круглое и перемещается к границе полубесконечной трещины, удаляясь от приемного преобразователя, представлены на рисунке 5. Причем кривая 2 на этом рисунке, являющаяся продолжением исследуемой зависимости (ее монотонно убывающего участка), получена путем использования образца без имитатора трещины, удаляя приемник ПАВ от центра пятна ЛИ.

Как видно из приведенных ниже данных эксперимента, прохождение пятна ЛИ через усталостные трещины может приводить к существенному (до $\sim 7-8$ раз и более) росту амплитуды принимаемого сигнала, что подобно проявлению резонанса в консервативной системе и близко к приведенным на рисунке 2 б) данным теоретического расчета. Столь существенное изменение амплитуды сигнала обусловлено преимущественно тремя факторами: а) шириной пятна ЛИ; граничными (импедансными) условиями для возбуждаемых и распространяющихся ПАВ при пересечении пятном ЛИ границ трещины; б) резонансной частотой f_p приемного преобразователя (ПЭП) с характерной добротностью, определяющей полосу пропускания Δf .

Рассматривая в двумерной постановке процесс наиболее значимого изменения амплитуды ПАВ, наблюдаемый при пересечении пятном ЛИ области трещины шириной $l \ll a$, можно заключить следующее. Во-первых, энергия ПАВ, возбуждаемых импульсно-лазерным излучением, сконцентрирована в локальных областях – l_1 и l_2 , разделенных границами трещины, находящихся в окрестности $X \rightarrow 0$. Причем ширина пятна ЛИ $l = l_1 + l_2$, где согласно рисунку 1, область l_2 расположена ближе к приемному ПЭП. Если трещина достаточно тонкая ($a \gg l$) и бесконечная по высоте, а на границе ее боковых поверхностей тензор натяжения $\sigma_{ik} = 0$, то часть потока энергии ПАВ $\Delta W_1 \sim E l_2$, где E – плотность энергии лазерного излучения импульса, будет приниматься приемным ПЭП.

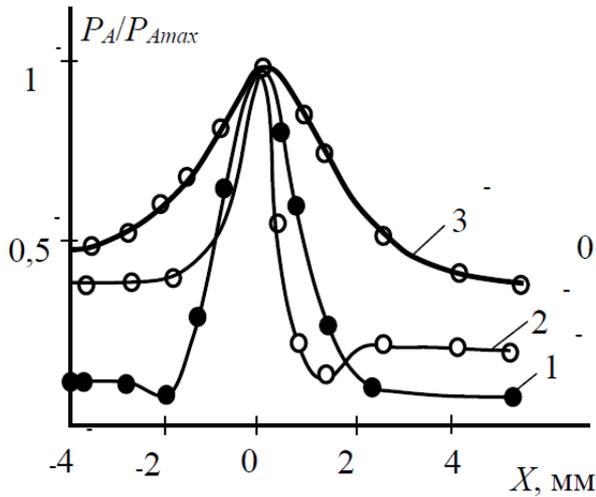


Рисунок 4 – Зависимость нормализованной амплитуды УЗ сигнала на приемнике при изменении положения центра и ширины пятна ЛИ в виде длинной полосы:

$$a^* = \frac{af}{C_{ПAB}} = 2,2 \text{ (1)}, 0,2 \text{ (2)}, 5 \text{ (3)}$$

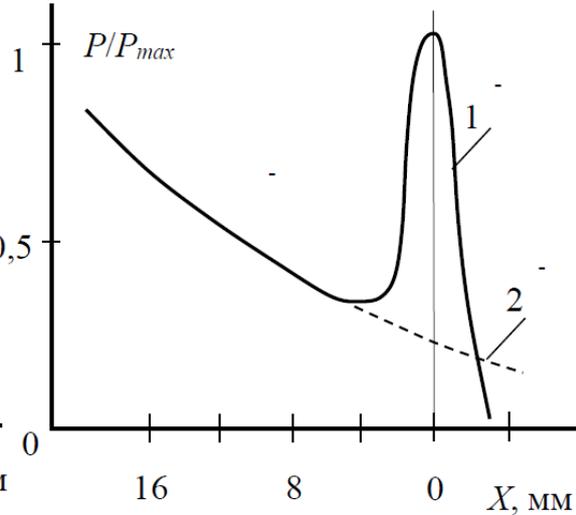


Рисунок 5 – Амплитуда рассеянной ПАВ в зависимости от расстояния X между центром круглого пятна ЛИ и границей полубесконечной трещины (1): радиус пятна $r \approx 1,5$ мм; кривая 2 получена в отсутствие трещины

Необходимо учесть, что волны части потока ПАВ, отраженные от поверхности трещины ($X < l_2$), претерпевают фазовый сдвиг $\Delta\phi \rightarrow \pi$. То есть, в этом случае по мере изменения l_2 , вызванное смещением пятна ЛИ, как бы автоматически “происходит настройка” на условия проявления резонанса оптоакустического тракта. Можно показать, что эти условия определяются преимущественно волновой длиной рассмотренного участка $l_{2\lambda} = l_2 / \lambda_{ПAB} = f_p l_2 / C_{ПAB}$, а также фазовым сдвигом $\Delta\phi \rightarrow \pi$.

Отметим, что рассматриваемый упрощенный подход к анализу особенностей рассматриваемого измерительного тракта согласуется с приведенными данными эксперимента и рассмотренной в первой части работы теории. В случае, когда стенки трещины сжаты или $2h / \lambda_{ПAB} < 1$, то необходимо учесть влияние на формирование принимаемого приемным преобразователем акустического сигнала проникающих из области $X_1 < l_1$ через границу дефекта (и или в результате дифракции) в область $X_1 < l_2$ также возбуждаемых ЛИ волн. Этим вкладом определяется преимущественно комплексный интегральный коэффициент прохождения $\tilde{K}_{iAA} = \tilde{K}_1 + j\tilde{K}_2$. Отметим также, что если пятно ЛИ имеет форму круга диаметром 3 мм, то при реализации те-

невого варианта прозвучивания изменение амплитуды сигнала на приемном ПЭП не превышает 3-х-4-х раз.

Исследования также показали, что изменения амплитуды ПАВ на приемном ПЭП при прозвучивании слабо выявляемой усталостной трещины с малым (предельным) раскрытием ($\sim 0,5 \mu\text{м}$) и длиной ~ 3 мм не более 2-х - 3-х дБ. В то же время в качестве признака, характеризующего наличие дефекта, могут быть использованы особенности изменения формы «вступительной» части импульса при прохождении пятном ЛИ трещины. Важно также отметить, что наличие на поверхности загрязнений не оказывает значительного влияния на выявляемость несплошностей, хотя при этом замедляется сам процесс контроля.

Были также проведены исследования влияния соотношения между диаметром моделируемой поры (d) и диаметром круглого пятна ЛИ D . Весьма интересным с точки зрения механизма ОА-преобразования и важным для практики является тот факт, что при отношении площади пятна ЛИ к площади несплошности $S^* = S_{i\bar{e}\bar{e}} / S_{ii} \approx 25$ относительное изменение величина A/A_{max} достигает $\sim 5-6$ раз. При этом, так называемый «захват» контролируемой поверхности объекта при ОА-сканировании, определяющий производительность контроля (при сохранении его высокой чувствительности), может быть достаточно большим. Исследования также показали, что путем уменьшения поперечного сечения пятна ЛЛ представляется возможным достаточно просто обнаруживать несплошности типа поры с поперечным размером, составляющим десятые доли миллиметра. Прием же ПАВ может производиться ненаправленными контактными приемниками колебаний, а в некоторых случаях – бесконтактными, электромагнитно-акустическими преобразователями [1].

3. Особенности возбуждения волн Лэмба

При проведении исследований выяснилось следующее. В-первых, важными для понимания особенностей комбинированного метода возбуждения-приема ВЛ оказались результаты изучения влияния угла приема β и наличия несплошности в материале образца из дюралю толщиной $H=0,73$ мм на амплитудные и частотные характеристики возбуждаемых мод. Это касается условий приема ВЛ на рабочей частоте $f_p=1,12$ МГц, для которой оптимальным является угол $\beta=\arcsin(C_{\text{п}}/C_{s0})$ и соответствует максимальная скорость распространения ВЛ в пластине. При проведении исследований варьировался

угол ВЛ в диапазоне $\beta = \beta_{S0} \pm \Delta\beta$, что сопровождалось не только изменением амплитуды и скорости распространения принимаемых мод, но и, что важно, их частоты. Так, например, при уменьшении β от β_{S0} до характерного для стали первого критического угла $\beta_1 = \arcsin(C_{II}/C_L) \approx 27^\circ$, где C_L – продольная скорость в стали, наблюдается одновременное появление двух мод. Причем наряду с самой быстрой симметричной S_0 модой генерируется асимметричная мода («сателлит»), имеющая в ~ 3 раза большую частоту осцилляций f_{TH} в принимаемом импульсе. Установлено также, что при уменьшении угла β в диапазоне $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_{S0}$ амплитуда «сателлита» возрастает, и при $\beta \rightarrow \beta_1$ она практически в 3-4 раза превышает амплитуду S_0 моды (рисунок 6).

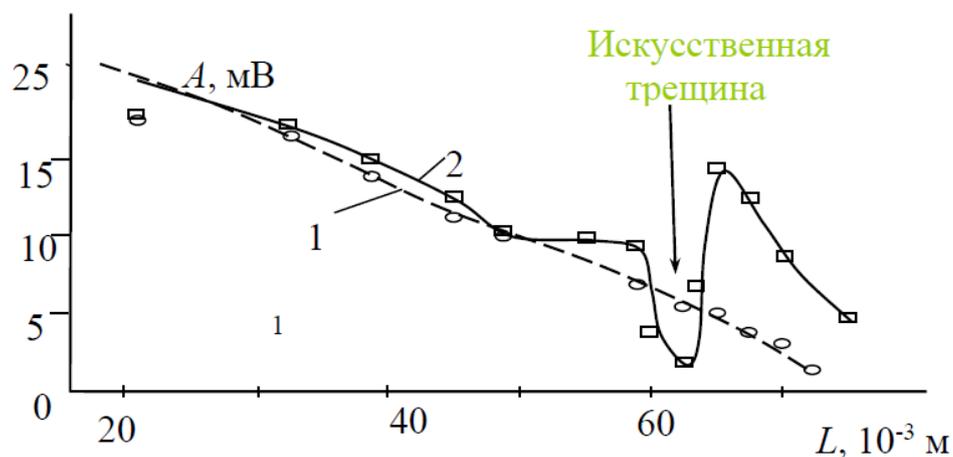


Рисунок 6 – Амплитуда S_0 моды волны Лэмба (1) и возбуждаемой моды – «сателлита» (2) в пластине с искусственной трещиной в зависимости от расстояния между центром круглого пятна лазерного луча на контактной поверхности пластины и передней гранью призмы приемного ПЭП

Во-вторых, выявлены особенности и возможности обнаружения дефектов в пластинчатых материалах при реализации комбинированного метода прозвучивания (теневой вариант). При зондировании объекта путем воздействия лазерного излучения на поверхность пластины плавно смещается пятно ИЛ по направлению к приемному ПЭП, проходя непосредственно в окрестности прорези глубиной $h \approx 0,20-0,25$ мм, выполненной на оппозитной стороне пластины. Как видно, амплитуда пластинчатой моды (сателлита) претерпевает существенные изменения именно в том случае, когда центр пятна ИЛ находится в окрестности дефекта прорези. Причем изменение отношения фиксируемых амплитуд экстремумов достигает 6–7 раз, в то

время как изменения амплитуды S_0 моды недостаточны для идентификации дефектов.

Полученные выше результаты свидетельствуют о наличии перспектив использования рассмотренного выше комбинированного (оптоакустического) метода для структуроскопии и дефектоскопии твердых тел волнами Рэлея и Лэмба.

Заключение

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование особенностей импульсно-лазерного возбуждения и рассеяния волн Рэлея Лэмба в объектах, имеющих реальные (усталостная трещина) и модельные дефекты (пора и длинный паз), при изменении геометрии пятна лазерного луча и его положения относительно дефекта (несплошности), а также угла приема возбуждаемых мод.

Полученные при математическом моделировании оптоакустического тракта с использованием функций Грина зависимости амплитуды рассеянных волн Рэлея на трещине от ее геометрических параметров и расположения пятна луча лазерного излучения (ЛИ), находятся в неплохом качественном соответствии с экспериментальными данными, подтверждающими «резонансный» характер изменения амплитуды сигнала ($\sim 7-8$ раз и более) при расположении центра пятна ЛИ в окрестности трещины и определенном значении отношения ширины пятна ЛИ к длине поверхностной волны, соответствующей рабочей частоте приемного преобразователя.

Показана принципиальная возможность использования рассматриваемого метода и для структуроскопии и дефектоскопии пластинчатых материалов путем возбуждения в них импульсно-лазерным излучением (реализуя линейный режим) волн Лэмба. В частности, при таком воздействии в образце-пластине обнаружено одновременное появление 2-х пластинчатых мод, различающихся по частоте (~ 3 раза) и скорости распространения. Причем одна из них (быстрая) является симметричной s_0 -модой, а другая, несимметричная a -мода обладает наиболее высокой чувствительностью к обнаружению несплошностей.

Результаты настоящих исследований представляют интерес для развития теории и практики использования комбинированных методов, реализующих импульсно-лазерное возбуждение и прием поверхностных и пластинчатых волн контактными датчиками для создания высокочувствительных методик обнаружения поверхностных дефек-

тов в объектах, расположенных в труднодоступных местах, имеющих сложный рельеф поверхности, а также находящихся в движении.

Литература

1. Ермолов, И. Н. Неразрушающий контроль: справочник: в 7 т. Т.3: Ультразвуковой контроль / И. Н. Ермолов, Ю. В. Ланге; под ред. чл.-корр. РАН В. В. Клюева. – М.: Машиностроение, 2004. – 832 с.
2. Hutchings, D. A. Ultrasonic generation by pulsed lasers, in *Physics Acoustics*, 28, eds. W. P. Mason and R. N. Thurston / D. A. Hutchings. – Academic press New York, 1988. – P. 21–123.
3. Minchalin, J.-P. Laser ultrasonics: from the laboratory to industry / J.-P. Minchalin // *Rev. of Progress in Quantitative NDE*. – 2003. – Vol. 23A. – P. 3–31.
4. Krishnaswamy, S. Theory and Application of Laser-Ultrasonic Techniques / S. Krishnaswamy // *Rev. of Progress in Quantitative NDE*. – 2003. – Vol. 20A. – P. 436–492.
5. Experimental study of laser-generated shear waves using interferometry / S. Y. Zang [et al.] // *Res. Nondestr. Eval.* – 1991. – Vol. 2. – P. 143–1553.
6. A. Karabutov, E. V. Savateeva, A. A. Karabutov, A. A. Filatov // *Reports of 10-th Europ. Conf. on NDT, Moscow, 2010*. – P 234–240.
7. Hirose, S. Ultrasonic Inversion for Determining crack in a solid / S. Hirose // *J. of The Faculty of Environmental Science and Technology*. – 1997. – Vol. 2, №1. – P. 89–98.
8. Tam, A. C. Pulsed-laser generation of ultrashort acoustic pulses: Application for thin film ultrasonic measurement / A. C. Tam // *Appl. Phys. Lett.* – 1984. – Vol. 45, №5. – P. 510–512.
9. Lin, H. N. Study of vibrational modes of gold nanostructures by picosecond ultrasonic / H. N. Lin, H. J. Maris, L. B. Freund // *Appl. Phys.* – 1993. – Vol. 73, № 2. – P. 37–45.
10. Kolkman, R. G. M. Feasibility of noncontact piezoelectric detection of photoacoustic signals in tissue mimicking phantoms / R. G. M. Kolkman // *J. Biomed Opt.* – 2010. – Vol.15, № 5. – P. 05511.
11. Гусев, В. Э. Лазерная оптоакустика / В. Э. Гусев, А. А. Карабутов. – Москва: Наука, 1991. – 304 с.
12. . Викторов, И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах / И. А. Викторов. – М.: Наука, 1981. – 288 с.
13. Баев, А. Р. Способ оптоакустического контроля качества неразъемного соединения двух материалов: пат. на изобретение респ.

Беларусь GO1N. 20111234 / А. Р. Баев, В. Г. Гуделев, А. И. Митьковец. – заявл. 09.2011; опубл. 30.08.2013.

14. Буденков, Г. А. Динамические задачи теории упругости / Г. А. Буденков, О. В. Недзвецкая. – М.: Физматлит, 2004. – 135 с.

Н. С. Казак¹, Г. В. Кулак², П. И. Ропот¹, О. В. Шакин³

¹Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

²УО «Мозырский государственный педагогический университет
имени И. П. Шамякина», Мозырь Беларусь

³Государственный университет аэрокосмического
приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

ШИРОКОПОЛОСНАЯ ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ В ТРИГОНАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Введение

Дифракция света на УЗ волнах с возможностью частотной перестройки в широком диапазоне находит многочисленные применения при создании различных АО устройств обработки информации: широкополосных АО дефлекторов и модуляторов, спектроанализаторов, корреляторов, демодуляторов частотно- и фазомодулированных сигналов [1, 2]. При этом важно знать форму амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) в широком частотном диапазоне [3].

Результаты теоретических исследований

Пусть в периоде d многоэлементной системы ВШП сочетаются металлическая полоска шириной b и неметаллический участок шириной a (рисунок 1).

Подавая противофазное высокочастотное напряжение на электроды, можно возбудить объемные УЗ волны высокой частоты, распространяющиеся под малыми углами к оси OZ .

Расчет нормированной эффективности дифракции $\eta_n = \eta_s / \eta_{s \max}$ производился для YZ - среза кристалла ниобата лития ($LiNbO_3$) в условиях изотропной дифракции обыкновенных световых волн, поляризованных перпендикулярно плоскости дифракции, на сдвиговых УЗ волнах. Центральная частота рассчитывалась по формуле $f_0 = v_s (n / \lambda_0 d)^{1/2}$. С учётом [3] интенсивность УЗ волны для YZ -

среза кристалла $LiNbO_3$ определялась нами по формуле $I_a = (u_o^2 N f_o / A d v_s 10^5)$, где $A = 8,6$.

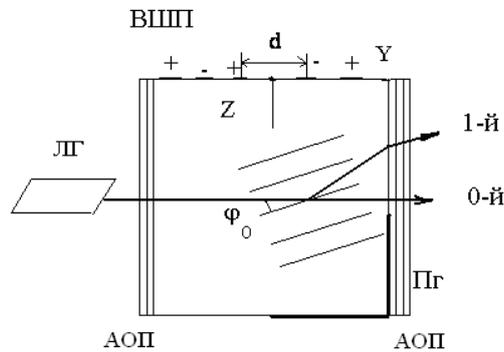


Рисунок 1 – Схема брэгговской АО дифракции (ВШП – встречно-штыревой преобразователь, Пг – поглотитель, ЛГ – лазерный генератор, АОП – антиотражающее покрытие)

Численные расчеты производились для одноосных кристаллов $LiNbO_3$ YZ -среза в условиях изотропной АО дифракции обыкновенных световых волн на сдвиговых УЗ волнах.

На рисунке 2 представлена зависимость η_n от приведенной частоты УЗ волны $F = (f - f_0) / f_0$. Из рисунка 2, видим, что, если центральная частота $f_0 = 1,75$ ГГц и числе пар электродов $N = 40$, ширина полосы АО взаимодействия составляет $\Delta f = 525$ МГц.

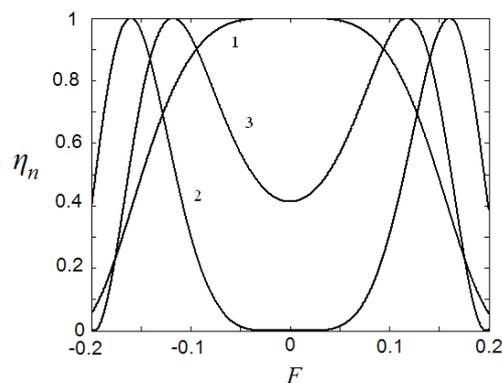


Рисунок 2 – Зависимость нормированной эффективности дифракции η_n от приведенной частоты ультразвука F ($d = 15,2$ мкм, $\lambda_0 = 0,63$ мкм, $N = 40$, $n = 2,3$; $p_{эф} = p_{14} = 0,07$; $I_a = 10$ Вт/см², $\varphi_0 = 0,076$ рад (4,35 град), $\eta_{max} = 0,02$, $f_0 = 1,75$ ГГц; 1 – $\theta_0 = -2$; 2 – $\theta_0 = -2 - 0,89 / [Q(1 + F)]$; 3 – в условиях изотропной дифракции)

Результаты экспериментальных исследований

Схема экспериментальной установки, предназначенной для наблюдения в кристалле $LiNbO_3$ брэгговской АО дифракции с поверхностным возбуждением УЗ волн, представлена на рисунке 3.

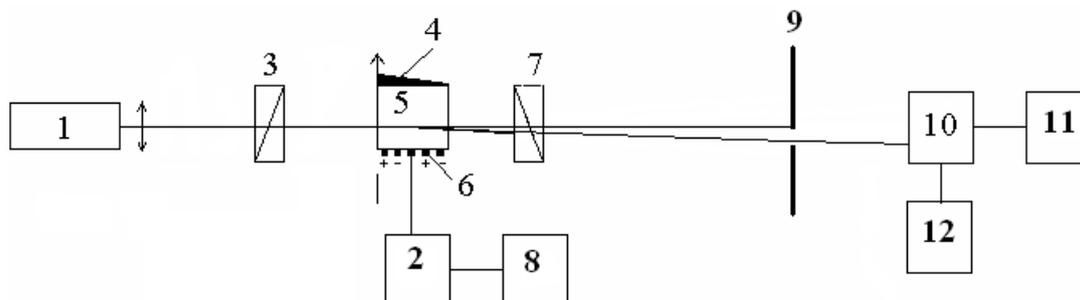


Рисунок 3 – Схема экспериментальной установки

(1 – лазер; 2 – усилитель; 3,7 – поляризаторы; 4 – поглотитель;
5 – кристалл; 6 – система ВШП; 8 – усилитель; 9 – диафрагма;
10 – фотоприемник; 11 – осциллограф; 12 – измеритель мощности)

На рисунке 4 изображена амплитудно-частотная характеристика АО модулятора-дефлектора на основе кристалла $LiNbO_3$ с характеристиками, соответствующими приведённым на рисунке 2.

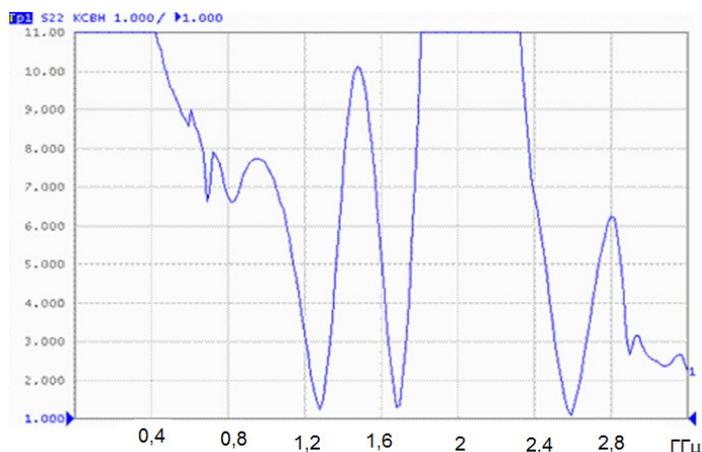


Рисунок 4 – Амплитудно-частотная характеристика АО модулятора-дефлектора (вдоль оси ординат отложены значения амплитуды, отсчитанные по шкале осциллографа; $f_0 = 1,75$ ГГц, $\lambda_0 = 0,63$ мкм, $LiNbO_3$)

Из рисунка 2 и рисунка 4 следует удовлетворительное соответствие результатов теоретических расчётов с экспериментальными.

Зависимость нормированной эффективности дифракции η_n от приведенной частоты F УЗ волны при разных значениях параметра

Δn изображена на рисунке 5. Анализируя представленную на нём информацию, видим, что даже в условиях точного брэгговского синхронизма ($\theta_0 = -2$) АЧХ дефлектора может иметь широкий диапазон перестройки и приобретает форму двугорбой кривой с провалом в центре. При $\Delta n = 0,023$ ширина полосы частотной перестройки дефлектора составляет $\Delta f = 700$ МГц.

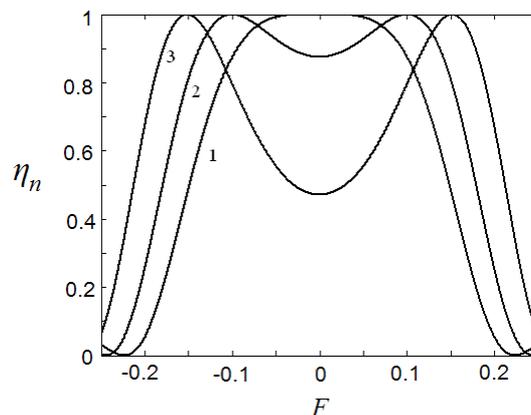


Рисунок 5 – Зависимость нормированной эффективности дифракции η_n от приведенной частоты ультразвука F при $\theta_0 = -2$ в условиях анизотропной дифракции при разной степени анизотропии ($d = 15,2$ мкм, $\lambda_0 = 0,63$ мкм, $N = 40$, $n = 2,3$; $p_{эф} = p_{14} = 0,07$; $I_a = 10$ Вт/см², $\varphi_0 = 0,076$ рад (4,35 град), $\eta_{max} = 0,02$, $f_0 = 1,75$ ГГц; 1 – $\Delta n = 0$; 2 – $\Delta n = 0,01$; 3 – $\Delta n = 0,023$)

Заключение

Таким образом, показано, что в тригональных кристаллах ниобата лития достижима ширина полосы пропускания АО модулятора-дефлектора ~ 500 МГц; при учете электрооптического эффекта ширина полосы пропускания составляет ~ 700 МГц. АЧХ акустооптического модулятора-дефлектора со сканирующей диаграммой в условиях электроиндуцированной анизотропии существенно отличается от АЧХ устройства в ее отсутствие.

Литература

1. Белый, В. Н. Широкополосный акустооптический дефлектор на объемных акустических волнах / В. Н. Белый, И. Г. Войтенко, Г. В. Кулак // Журнал технической физики. – 1989. – Т. 59, вып. 5. – С. 82–85.
2. Волик, Д. П. Анализ амплитудно-частотной характеристики акустооптического дефлектора с поверхностным аподизированным

пьезопреобразователем // Д. П. Волик, В. В. Роздобудько // Журнал технической физики. – 2009. – Т. 79, № 6. – С. 124–128.

3. Балакший, В. И. Физические основы акустооптики / В. И. Балакший, В. Н. Парыгин, Л. Е. Чирков. – М.: Радио и связь, 1985. – 280 с.

4. Pelipenko, M. I. Optimization of parameters small aperture acoustooptical deflectors / M. I. Pelipenko // Wave Electronics and Its Applications in the Information and Telecommunication Systems: VII International Conference for Young Researchers, St. Petersburg, Russia, 12–15 September 2004. – Saint-Petersburg: State University for Aerospace Instrumentation, 2004. – P. 29–30.

5. Дьельсан, Э. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов / Э. Дьельсан, Д. Руайе. – М.: Наука, 1982. – 424 с.

6. Хаус, Х. Волны и поля в оптоэлектронике / Х. Хаус. – М.: Мир, 1988. – 430 с.

7. Яковкин, И. Б. Дифракция света на акустических поверхностных волнах / И. Б. Яковкин, Д. В. Петров. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд., 1979. – 184 с.

Г. В. Кулак¹, К. Б. Дубровская¹, Т. В. Николаенко¹, П. И. Ропот²

¹УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина», Мозырь Беларусь

²Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск, Беларусь

ВОЗБУЖДЕНИЕ ГИПЕРЗВУКА СИСТЕМОЙ ВСТРЕЧНО-ШТЫРЕВЫХ ЭЛЕКТРОДОВ В КРИСТАЛЛАХ НИОБАТА ЛИТИЯ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Введение

Расчет ультразвуковых (УЗ) полей, возбуждаемых с поверхности пьезокристалла, проводят, как правило, на основе теории антенных решеток, в рамках которой не удается с достаточной точностью описать возбуждаемое УЗ поле [1]. Для разработки акустооптических (АО) модуляторов, ультразвуковых линий задержки, акустических фильтров на поверхностных акустических волнах (ПАВ) используются кристаллы ниобата лития ($LiNbO_3$) [2, 3]. Возможность эффективного возбуждения объемных акустических волн системой встречно-

штыревых преобразователей (ВШП) продемонстрирована в работе [4]. Произведённые в [5] в рамках приближённой теории антенных решеток теоретические исследования показали возможности возбуждения и детектирования сдвиговых УЗ волн. В настоящей работе исследовано нерезонансное возбуждение продольных и сдвиговых объемных УЗ волн высокой частоты системой ВШП в широком диапазоне акустического спектра в тригональных кристаллах $LiNbO_3$.

Результаты теоретических исследований

В многоэлементной системе ВШП, период которой d , ширина металлической полоски равна a , ширина не металлизированного участка – b (рисунок 1). Эффективная длина перекрытия электродов ВШП $w \gg d$. При подаче на электроды противофазного высокочастотного напряжения возбуждаются объемные УЗ волны высокой частоты, распространяющиеся под малыми углами к оси OZ .

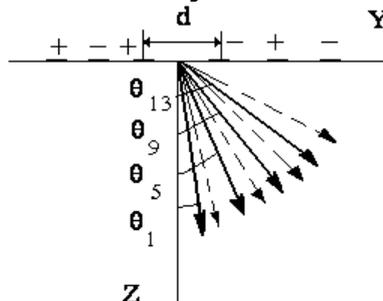


Рисунок 1 – Схема возбуждения сдвиговых и продольных объемных УЗ волн системой ВШП (направления распространения сдвиговых УЗ волн показаны сплошными линиями, продольных УЗ волн – пунктирными линиями; «левосторонние» лепестки, расположенные симметрично относительно оси OZ , не показаны)

При увеличении частоты СВЧ поля на электродах ВШП последовательно возбуждаются псевдоповерхностные ПАВ Рэлея разных порядков m' , энергия которых трансформируется в энергию объемных УЗ волн [6]. Резонансные частоты ПАВ находим в соответствии с соотношением $f_{2m'+1} = \nu_R(2m'+1)/2d$, где $m' = 0, 1, 2, 3, \dots$; ν_R – фазовая скорость рэлеевской УЗ волны, распространяющейся вдоль оси OY . Первая резонансная частота $f_1 = \nu_R / \Lambda$, где $\Lambda = 2d$. Каждой гармонике ПАВ, частота которой $f_{2m'+1}$, соответствует квазиобъемная УЗ волна, распространяющаяся в направлении, определяемом углом [6]:

$$\theta_{2m'+1}^{2m'+1} = \arcsin[\nu_s(2m+1)/2df_1(2m'+1)], \quad (1)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$

Из (1) следует, что для получения квазиобъемных УЗ волн, распространяющихся под малыми углами к оси OZ , следует использовать гармоники ПАВ высоких порядков. Под наименьшим углом распространяются волны, соответствующие $m = 0$.

Численные расчеты производились для YZ -среза кристалла $LiNbO_3$ при следующих значениях параметров: фазовые скорости продольных и сдвиговых УЗ волн, распространяющихся вдоль оси OZ , соответственно $v_l = 7200$ м/с и $v_s = 3570$ м/с [6]; период электродной системы $d = 10,6$ мкм; число пар штырей ВШП $N = 19$. Кроме того, полагалось, что $a = b = d/2$.

Для получения широкополосного АО взаимодействия необходимо возбудить гармоники ПАВ высоких порядков, то есть пятую, девятую и тринадцатую. При этом резонансные частоты соответственно равны $f_5 = 0,9$ ГГц, $f_9 = 1,6$ ГГц, $f_{13} = 2,3$ ГГц. Указанным частотам соответствуют следующие углы резонансного возбуждения сдвиговых УЗ волн: $\theta_5^{ls} = 10,6^\circ$, $\theta_9^{ls} = 6,2^\circ$, $\theta_{13}^{ls} = 4,13^\circ$. Так как $\tilde{v}_s \ll \tilde{v}_l$, то углы, соответствующие резонансному возбуждению продольных УЗ волн, больше углов, при которых возбуждаются сдвиговые УЗ волны, и равны соответственно $\theta_5^{ll} = 20,3^\circ$, $\theta_9^{ll} = 12^\circ$, $\theta_{13}^{ll} = 8,4^\circ$. Резонансные углы определены в результате численных расчётов амплитуд смещения для продольных и сдвиговых УЗ волн на основе выражений (7), (8). Они близки по значению углам, вычисленным с использованием выражений (1). Однако возбуждение объемных УЗ волн системой ВШП не следует считать резонансным эффектом [6]. При этом нельзя рассчитать период ВШП, задавая центральную частоту УЗ излучения. Из выражений (7), (8) следует, что, варьируя период ВШП преобразователя, можно возбудить объемные звуковые волны любой частоты, большей нескольких резонансных частот возбуждения ПАВ ($f > f_{2m'+1}$).

Из численных расчетов, представленных на рисунке 2 следует, что наряду с узкими резонансными максимумами, которые формируются при интерференционном наложении волн боковых лепестков возбуждения с поверхности, в кристалле существуют области нерезонансного возбуждения гиперзвука, заключенные в широком угловом (θ) и частотном (f) диапазоне. При этом амплитуда смещения в областях нерезонансного возбуждения гиперзвука только на порядок меньше, чем в максимуме, соответствующем резонансной области. Например, при интенсивности УЗ волны ~ 10 Вт/см² максимальная амплитуда

сдвиговой составляющей в резонансной области $u_s = 1,2 \cdot 10^{-7}$ м, а в нерезонансной области $\sim 10^{-8}$ м.

Амплитуды смещений u_l продольных составляющих УЗ волн (рисунок 2, б) в резонансной и нерезонансной области отличаются более значительно, чем амплитуды сдвиговых волн. Кроме того, сдвиговым составляющим u_s (рисунок 2, а) соответствуют более широкие области углового и частотного спектра возбуждения гиперзвука. Например, в интервале углов $\Delta\theta^s = 4,8^\circ \div 5,6^\circ$ диапазон перестройки частоты составляет F_{ij} ; угловому диапазону $\Delta\theta^s = 6,8^\circ \div 7,6^\circ$ соответствует диапазон частотной перестройки $\Delta f = (1,1 \div 1,4)$ ГГц.

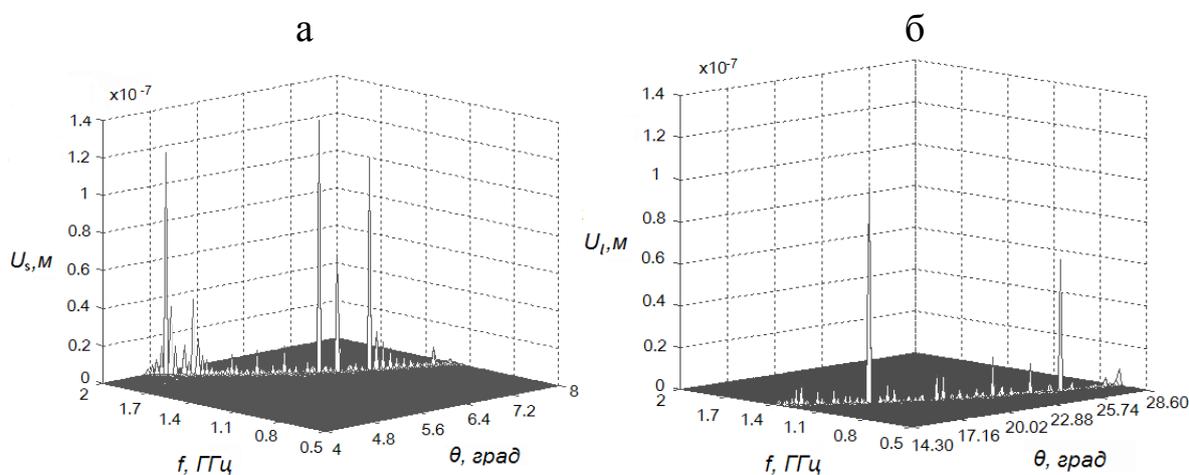


Рисунок 2 – Зависимость амплитуды смещения УЗ волн от полярного угла θ и частоты ультразвука f ($u_0 = 1$ В, $d = 10,6$ мкм, $a = b$, $R_1 = 0,01$ м, $L = 201,4$ мкм; а – сдвиговые УЗ волны, u_s ; б – продольные УЗ волны, u_l)

Следует отметить, что частотный диапазон нерезонансного возбуждения продольных УЗ волн сдвинут в сторону меньших частот по сравнению с частотным диапазоном нерезонансного возбуждения сдвиговых волн; при этом значительно отличаются резонансные углы возбуждения θ .

Заключение

Рассмотренные особенности нерезонансного возбуждения гиперзвука в широком частотном диапазоне могут быть использованы при создании широкополосных акустооптических модуляторов, дефлекторов, спектроанализаторов и ультразвуковых линий задержки, предназначенных для работы в СВЧ диапазоне.

Литература

1. Раздобудько, В. В. Исследование АЧХ акустооптического СВЧ дефлектора с возбуждением звука системой встречно-штыревых преобразователей / В. В. Раздобудько // Известия вузов. Радиоэлектроника – 1991. – Т. 34, № 9. – С. 42–46.
2. Зеленка, И. Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах / И. Зеленка. – М.: Мир, 1990. – 583 с.
3. Высоцкий, Б. Ф. Интегральные пьезоэлектрические устройства фильтрации и обработки сигналов: справочное пособие / Б.Ф. Высоцкий, В. В. Дмитриев; под ред. Б. Ф. Высоцкого, В. В. Дмитриева. – М.: Радио и связь, 1985. – 176 с.
4. Винник, Д. М. Технология и конструирование в электронной аппаратуре / Д. М. Винник, Г. И. Вороняк // Техника и технология СВЧ. – 2007. – № 2. – С. 17–20.
5. Robert, F. M. Analysis of generation and detection of surface and bulk acoustic waves by interdigital transducers / F. M. Robert, N. H. C. Reilly, M. Redwood // IEEE Trans. on Sonics and Ultrason. – 1977. – Vol. SU-24, № 3. – P. 147–166.
6. Дьельсан, Э. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов / Э. Дьельсан, Д. Руайе. – М.: Наука, 1982. – 424 с.
7. Балакирев, М. К. Волны в пьезокристаллах / М. К. Балакирев, И. А. Гишинский. – Новосибирск: Наука, 1982. – 237 с.

Г. С. Митюрич, В. В. Свиридова, А. Н. Сердюков

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ФОТОАКУСТИЧЕСКИЙ СИГНАЛ В ГИРОТРОПНОЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ, ПОМЕЩЕННОЙ ВО ВНЕШНЕЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Особый интерес представляет исследование методами фотоакустической (ФА) спектроскопии пьезоэлектрических кристаллических сред, основанное на том, что воздействие модулированного по амплитуде излучения на образец из такого материала приводит к образова-

нию в нем звукового сигнала, который является одновременно и детектором результирующего ФА сигнала.

Известно [1], что многие нецентросимметричные кристаллы, проявляющие пьезоэлектрические свойства, обладают не только естественной, но и вынужденной (эффект Фарадея) гиротропией [2]. В связи с этим, представляет интерес изучения ФА эффекта в магнитоактивных пьезоэлектрических кристаллах.

При рассмотрении ФА взаимодействия в средах с вынужденной гиротропией будем исходить из соотношений Дюгамеля-Неймана [3]

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= c_{ijkl}^E U_{kl} - e_{ijm}^T E_m - \lambda_{ij}^E \Theta, \\ D_i &= e_{ijk}^T U_{jk} + \varepsilon_{ij}^S E_j + P_i^S \Theta,\end{aligned}\quad (1)$$

где c_{ijkl}^E и e_{ijk}^T – тензоры поле и деформации, соответственно.

В случае распространения падающего модулированного по амплитуде излучения вдоль оси симметрии высшего порядка, совпадающих у одноосных пьезоэлектрических кристаллов классов 6, 4, 3, $6mm$, $4mm$, $3m$ направлением $[001]$, соотношения (1) приобретают вид

$$\begin{aligned}\sigma_{33} &= c_{33}^E U_{33} - e_{33}^T E_m - \lambda_3^E \Theta, \\ D_3 &= e_{33}^T U_{33} + \varepsilon_{33}^S E_3 + P_3^S \Theta,\end{aligned}\quad (2)$$

в котором они были использованы нами для расчета ФА сигнала в гиротропном пьезоэлектрике, помещенном во внешнее магнитное поле.

Периодическую составляющую Θ температурного поля, содержащуюся в уравнениях (1) и (2), определяем из решения неоднородного уравнения теплопроводности

$$\frac{d^2 T_s}{dx^2} - \frac{1}{\beta_s} \frac{dT_s}{dx} = -\frac{1}{2k_s} (Q_+ + Q_-) \cdot (1 + e^{i\Omega t}), \quad (3)$$

при этом величины Q_{\pm} описывают диссипацию энергии в гиротропном образце, помещенном во внешнее магнитное поле. После решения граничной задачи электродинамики о распространении электромагнитной волны через магнитоактивный естественно гиротропный пьезоэлектрический кристалл, найдем следующие выражения для диссипации энергии:

$$Q_{\pm} = A_{\pm}^{(1)} e^{-\alpha_{\pm} z} + A_{\pm}^{(2)} e^{-\alpha'_{\pm} z}. \quad (4)$$

В (4) приняты обозначения:

$$\begin{aligned}
\alpha_{\pm} &= \frac{4\pi}{\lambda} (\text{Im } n_{\pm}), & \alpha'_{\pm} &= \frac{4\pi}{\lambda} (\text{Im } n'_{\pm}), \\
A_{\pm}^{(1)} &= \frac{\omega}{8\pi} \left(\frac{\varepsilon''_0}{\varepsilon_0'^2 + \varepsilon_0''^2} \pm G_z'' \right) C_{\pm}, & A_{\pm}^{(2)} &= \frac{\omega}{8\pi} \left(\frac{\varepsilon''_0}{\varepsilon_0'^2 + \varepsilon_0''^2} \pm G_z'' \right) D_{\pm}, \\
C_{\pm} &= \varepsilon_{0\pm}^2 |X_{\pm}^{(1)}|^2; & D_{\pm} &= \varepsilon_{0\pm}^2 |X_{\pm}^{(2)}|^2, \\
X_{\pm}^{(1)} &= P_{\pm}^{(1)} / F_{\pm}^{(1)}; & P_{\pm}^{(1)} &= n(n + n_{\pm}^0) \exp\left(-i \frac{\omega}{c} d n'_{\mp}\right), \\
F_{\pm}^{(1)} &= (n - n_{\pm}^0)^2 \exp\left(-i \frac{\omega}{c} (n_{\pm} + n'_{\mp}) d\right) - \\
&\quad - (n + n_{\pm}^0)^2 \exp\left(-i \frac{\omega}{c} (n_{\pm} + n'_{\mp}) d\right), \\
X_{\pm}^{(2)} &= P_{\pm}^{(2)} / F_{\pm}^{(2)}; & P_{\pm}^{(2)} &= n(n - n_{\pm}^0) \exp\left(-i \frac{\omega}{c} d n_{\mp}\right), \\
F_{\pm}^{(2)} &= (n - n_{\pm}^0)^2 \exp\left(-i \frac{\omega}{c} (n'_{\pm} + n_{\mp}) d\right) - \\
&\quad - (n + n_{\pm}^0)^2 \exp\left(-i \frac{\omega}{c} (n'_{\pm} + n_{\mp}) d\right), \\
n_{\pm}^0 &= 1/\sqrt{1/\varepsilon_0 \pm G_z}, & n_{\pm} &= 1/\left(\sqrt{1/\varepsilon_0 \pm G_z} \pm \gamma\right), \\
n'_{\pm} &= 1/\left(\sqrt{1/\varepsilon_0 \mp G_z} \pm \gamma\right), & G_z &= G'_z + iG''_z, \\
\gamma &= \gamma' + i\gamma'', & \varepsilon_{0\pm} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1 \pm \tau}{\sqrt{1 + \tau^2}} E.
\end{aligned}$$

Здесь τ – эллиптичность, а E – напряженность электрического поля падающей световой волны; n – показатель преломления окружающей среды; n_{\pm} и n'_{\pm} – комплексные показатели преломления собственных волн кристалла; γ – псевдотензор оптической активности; G_z – проекция комплексного вектора магнитной гирации; G – на направление волновой нормали; $\varepsilon_{0\pm}$ – амплитуда напряженности электрического поля циркулярно поляризованных составляющих собственных волн; d – толщина магнитоактивного слоя; λ – длина волны излучения; $\varepsilon_0 = \varepsilon'_0 + i\varepsilon''_0$ – тензор диэлектрической проницаемости.

Решая уравнения теплопроводности (3) с учетом (4), найдем распределение температуры поля в магнитоактивном образце:

$$\Theta(z, t) = [U_0 \exp(-\sigma_s z) - E_+^{(1)} \exp(-\alpha_+ z) - E_-^{(1)} \exp(-\alpha_- z) - E_+^{(2)} \exp(-\alpha'_+ z) - E_-^{(2)} \exp(-\alpha'_- z)] \exp(i\Omega t), \quad (5)$$

где

$$E_{\pm}^{(1)} = \frac{A_{\pm}^{(1)}}{\alpha_{\pm}^2 - \sigma_s^2}; \quad E_{\pm}^{(2)} = \frac{A_{\pm}^{(1)}}{\alpha'_{\pm}{}^2 - \sigma_s^2}; \quad \sigma_s = (1 + i)a_s,$$

$a_s = \sqrt{\Omega/2\beta_s}$ – коэффициент термической диффузии кристалла; β_s – коэффициент температуропроводности, связанный с коэффициентом теплопроводности соотношением $\beta_s = k_s/\rho_s c_s$, ρ_s – плотность, а c_s – удельная теплопроводность материала; Ω – частота модуляции света; U_0 – постоянная, определяемая параметрами кристалла.

Воспользовавшись уравнением движения упругой среды, а также условием отсутствия свободных зарядов, определим разность потенциалов, возникающую между граничными поверхностями пьезоэлектрического кристалла

$$V = - \int_0^d E_s dx$$

при следующих граничных условиях:

- 1) свободные границы, при этом $\sigma(0) = 0$, $\sigma(d) = 0$;
- 2) нагружена тыльная грань, тогда $\sigma(0) = 0$, $U(d) = 0$;
- 3) нагружена фронтальная грань, при этом $\sigma(0) = 0$, $\sigma(d) = 0$;
- 4) зажаты границы, то есть $\sigma(0) = 0$, $U(d) = 0$.

Результирующее выражение представим в виде разности сигналов $\Delta V = |V_+ - V_-|$, соответствующих право- и левоциркулярно поляризованных световых волн. Тогда в случае одноосных кристаллов классов 3, 4, 6 указанным граничным условиям соответствуют разности потенциалов

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= -h_0[(V_{03} - V_{01}) - k \operatorname{tg}(kd)(V_{04} + V_{02})] + \Delta V_4, \\ \Delta V_2 &= -h_0 \left[(V_{03} - V_{01}) - k \operatorname{tg}(kd) V_{02} - \frac{\cos(kd)-1}{\cos(kd)} V_{03} \right] + \Delta V_4, \quad (6) \\ \Delta V_3 &= -h_0 \left[(V_{03} - V_{01}) - k \operatorname{tg}(kd) V_{04} - \frac{\cos(kd) - 1}{\cos(kd)} V_{01} \right] + \Delta V_4 \\ \Delta V_4 &= P_3^s / \varepsilon_{33}^s \left[\frac{E_{1+}^{(1)}}{\alpha_+} \langle \exp(-\alpha_+ d) - 1 \rangle - \frac{E_{1-}^{(1)}}{\alpha_-} \langle \exp(-\alpha_- d) - 1 \rangle - \right. \\ &\quad \left. - \frac{E_{1+}^{(1)}}{\alpha_+} \langle \exp(-\alpha'_+ d) - 1 \rangle - \frac{E_{1-}^{(2)}}{\alpha'_-} \langle \exp(-\alpha'_- d) - 1 \rangle \right]. \end{aligned}$$

В (6) введены обозначения:

$$\begin{aligned}
V_{01} &= (A_{1+} - A_{1-} - A_{2+} + A_{2-}); \quad V_{02} = (B_{1+} - B_{1-} + B_{2+} - B_{2-}); \\
V_{03} &= A_{1+} \exp(-\alpha_+ d) - A_{1-} \exp(-\alpha_- d) - A_{2+} \exp(-\alpha'_+ d) \\
&\quad + A_{2-} \exp(-\alpha'_- d); \\
V_{04} &= B_{1+} \exp(-\alpha_+ d) - B_{1-} \exp(-\alpha_- d) + B_{2+} \exp(-\alpha'_+ d) \\
&\quad - B_{2-} \exp(-\alpha'_- d); \\
A_{1\pm} &= \frac{\alpha_{\pm} E^{(1)}}{\alpha_{\pm}^2 + k^2}; \quad A_{2\pm} = \frac{\alpha'_{\pm} E^{(2)}}{\alpha'_{\pm}{}^2 + k^2}; \quad B_{1\pm} = \frac{A_{1\pm}}{\alpha_{\pm}}; \quad B_{2\pm} = \frac{A_{2\pm}}{\alpha'_{\pm}}; \\
k^2 &= \rho_s \Omega^2 / c_0; \quad h_0 = h \lambda_0 / c_0; \quad h = e_{33}^T / \varepsilon_{33}^S; \quad c_0 = c_{33}^T + (e_{33}^T)^2 / \varepsilon_{33}^S; \\
\lambda_0 &= h P_3^S - \lambda_{33}^E, \quad d - \text{толщина образца.}
\end{aligned}$$

В кубических кристаллах класса 23 пьезоэлектрический эффект отсутствует ($\Delta V_4 = 0$),

$$\text{а } h_0 = h \lambda_{11}^E / c_0; \quad h = e_{14}^T / \varepsilon_{11}^S; \quad c_0 = c_{44}^E + (e_{33}^T)^2 / \varepsilon_{11}^S.$$

Представим ΔV_i в (6) в показательной форме:

$$\Delta V = \Delta q \exp(i\Delta\psi),$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta q &= |\Delta V| = \sqrt{(\operatorname{Re}\Delta V)^2 + (\operatorname{Im}\Delta V)^2}, \\
\psi &= \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\Delta V}{\operatorname{Re}\Delta V}
\end{aligned}$$

соответственно амплитуда и фаза ФА сигнала, и исследуем амплитудно-фазовые характеристики ФА сигнала в гиротропном пьезоэлектрическом кристалле, помещенном во внешнее магнитное поле.

Численный анализ, проведенный для гиротропного кристалла $Bi_{12}GeO_{20}$, помещенного во внешнее магнитное поле, показал, что на высоких частотах модуляции ($\Omega > 500$ кГц) наблюдаются резонансные явления (рисунок 1), аналогичные описанным в [4, 5].

Причем, резонансные частоты зависят от типа заданных граничных условий (рисунок 2).

Таким образом, обнаруженные резонансные явления в гиротропной пьезоэлектрической структуре, помещенной во внешнее магнитное поле, могут быть использованы для повышения разрешающей способности ФА спектроскопии пьезоэлектриков, обладающих естественной или вынужденной гиротропией.

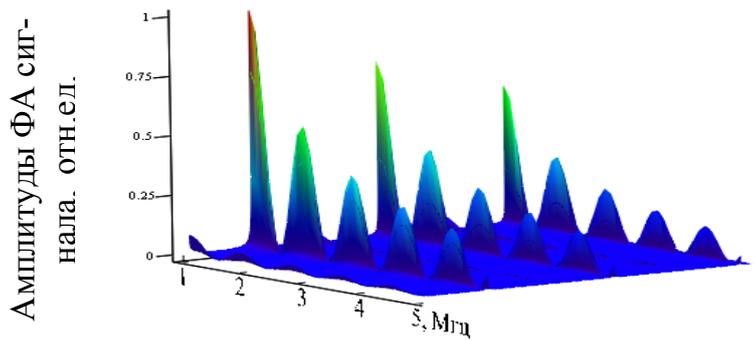


Рисунок 1 – Зависимость амплитуды ФА сигнала от частоты модуляции

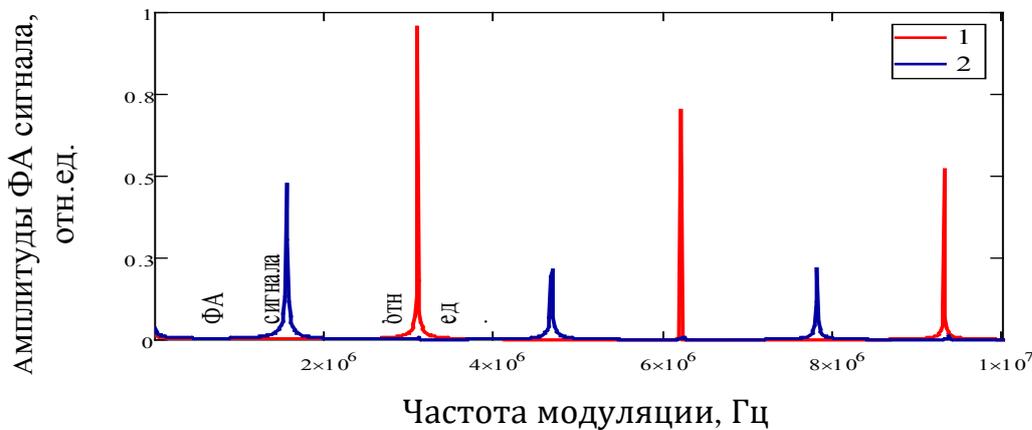


Рисунок 2 – Зависимость амплитуды ФА сигнала от частоты модуляции при различных граничных условиях
 1 – $\sigma(0) = 0, \sigma(d) = 0$; 2 – $\sigma(0) = 0, U(d) = 0$

Литература

1. Ландау, Л. И. Электродинамика сплошных сред / Л. И. Ландау, Е. М. Лившиц // М. Наука, 1982. – 822 с.
2. Федоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Федоров // Минск. Наука и техника, 1976. – 456 с.
3. Новацкий, В. Теория упругости / В. Новацкий // М. Мир, 1975. – 872 с.
4. Гуляев, Ю. В. Резонансные явления при пьезоэлектрической регистрации фотоакустического сигнала/ Ю. В. Гуляев, А. И. Морозов, В. Ю. Раевский // Письма в ЖТФ. – 1984. – Т. 10, № 6. – С. 363–367.
5. Митюрин, Г. С. Фотоакустическое преобразование бесселевых световых пучков в магнитоактивных сверхрешетках / Г. С. Митюрин, Е. В. Черненко, В. В. Свиридова, А. Н. Сердюков // Кристаллография. – 2015. – Т. 6, № 2. – С. 284–291.

А. Н. Фурс

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

ПРОПУСКАНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ БЕССЕЛЕВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ДИСКАМИ

Введение

Известно, что бесселевы пучки описываются цилиндрическими решениями волновых уравнений и могут распространяться на большие расстояния с неизменной интенсивностью в поперечном сечении. В силу слабой расходимости такие пучки относят к бездифракционным [1]. Для описания их распространения в неоднородных средах используются как стандартные методы разложения на парциальные волны, так и операторные методы. В лаборатории оптические параксиальные бесселевы пучки создаются с помощью аксиконов [2], пространственных световых модуляторов и компьютерно сгенерированных голограмм [3], а также элементов дифракционной оптики [4]. Закрученные бесселевы акустические пучки (пучки ненулевых порядков) можно реализовывать с использованием системы репродукторов с волноводами, сигналы в которых специальным образом сдвинуты по фазе [5].

В недавней работе [6] был экспериментально установлен эффект усиления звука при прохождении закрученного пучка через вращающийся диск из пенистого звукопоглощающего материала. Такое усиление наблюдалось при выполнении условия Зельдовича [7] $\omega - m\Omega < 0$, где ω – частота звука, Ω – угловая скорость вращения диска, а m – порядок (или индекс) бесселевого пучка. Представляет интерес рассмотреть классическую задачу отражения и пропускания закрученного бесселевого пучка вращающимся диском из упругого изотропного материала с учетом того, что в диске из-за отражений от границ возбуждаются прямые и обратные собственные моды. При этом мы ограничиваемся случаем отсутствия необратимых потерь звуковой энергии как в диске, так и в окружающей его газовой среде.

1. Волновые поля во вращающемся диске и окружающей его среде

Пусть пучок с частотой ω сформирован в газе с плотностью ρ_0 , окружающим диск. Согласно уравнениям гидродинамики [8] поле смещений дается выражением $\mathbf{u} = i\nabla\phi/\omega$, а поле давлений (избыточных по отношению к равновесному p_0) – $p = i\omega\rho_0\phi$, при этом функция ϕ

удовлетворяет скалярному уравнению Гельмгольца $\Delta\phi + k_0^2\phi = 0$. Здесь $k_0 = \omega/c$, где c – скорость звука в газе. Закрученному бесселевому пучку порядка m соответствует решение этого уравнения $\phi(r, \varphi, z, t) = -i\omega C J_m(k_r r) e^{im\varphi} e^{ikz} e^{-i\omega t}$, при этом k_r – радиальное волновое число, $k = \sqrt{k_0^2 - k_r^2}$ – продольное волновое число, а C – постоянная, определяющая амплитуду волны. Предполагается, что величины m и k_r заданы (т.е. известен угол конусности пучка θ , $k_r = k_0 \sin \theta$). Тогда

$$\mathbf{u} = C \left[k_r J'_m(k_r r) \mathbf{e}_r + \frac{im}{r} J_m(k_r r) \mathbf{e}_\varphi + ik J_m(k_r r) \mathbf{e}_z \right] e^{im\varphi} e^{ikz} e^{-i\omega t}, \quad (1)$$

$$p = C \rho_0 \omega^2 J_m(k_r r) e^{im\varphi} e^{ikz} e^{-i\omega t},$$

где \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_φ и \mathbf{e}_z – единичные базисные векторы цилиндрической системы координат, а $J'_m(x)$ – производная функции Бесселя.

В неинерциальной системе отсчета, связанной с вращающимся вокруг оси \mathbf{e}_z с угловой скоростью Ω диском, поле смещений подчиняется уравнению Кристоффеля [9]

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{iklm} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_k \partial x_l} + \rho \Omega^2 [\mathbf{e}_z \times (\mathbf{u} \times \mathbf{e}_z)]_i + 2\rho \Omega \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \times \mathbf{e}_z \right)_i, \quad (2)$$

в правую часть которого включены плотности центробежных сил инерции и сил Кориолиса. При этом плотность сил упругости, действующих на единичную площадку с нормалью \mathbf{e}_z , имеет вид $f_i = c_{iklm} (\mathbf{e}_z)_k \partial u_m / \partial x_l$. Если материал диска упруго изотропен, то его тензор модулей упругости $c_{iklm} = \rho [(c_1^2 - 2c_t^2) \delta_{ik} \delta_{lm} + c_t^2 (\delta_{il} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{kl})]$, где ρ – плотность, а c_1 и c_t – скорости продольных и поперечных звуковых волн. Тогда

$$-\omega'^2 \mathbf{u} = c_t^2 \Delta \mathbf{u} + (c_1^2 - c_t^2) \nabla (\nabla \mathbf{u}) + \Omega^2 \mathbf{e}_z \times (\mathbf{u} \times \mathbf{e}_z) - 2i\omega' \Omega \mathbf{u} \times \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

$$\mathbf{f} = \rho (c_1^2 - 2c_t^2) \mathbf{e}_z (\nabla \mathbf{u}) + \rho c_t^2 (\nabla u_z + \partial \mathbf{u} / \partial z).$$

Здесь учтено, что из-за доплеровского смещения частота волн в диске ω' отличается от частоты падающего пучка ω .

Решение первого из уравнений (3) находим как линейную комбинацию частных решений

$$\mathbf{u}_1 = \nabla\psi, \quad \mathbf{u}_2 = \nabla \times (\psi \mathbf{e}_z) = \nabla\psi \times \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{u}_3 = \nabla \times (\nabla \times (\psi \mathbf{e}_z)) = \partial \nabla\psi / \partial z + \kappa_0^2 \psi \mathbf{e}_z$$

векторного уравнения Гельмгольца $\Delta \mathbf{u}_{1,2,3} + \kappa_0^2 \mathbf{u}_{1,2,3} = 0$. Требуется, чтобы функция ψ подчинялась скалярному уравнению $\Delta\psi + \kappa_0^2\psi = 0$. Эту функцию выбираем в виде $\psi(r, \varphi', z, t) = J_m(k_r r) e^{im\varphi'} e^{ikz} e^{-i\omega't}$. Здесь $\varphi' = \varphi - \Omega t$ – угловая координата цилиндрической системы, связанной с диском, значения величин m и k_r те же, что и в (1), продольное волновое число k подлежит определению, а $\kappa_0 = \sqrt{\kappa^2 + k_r^2}$. Тогда

$$\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\} = \{\mathbf{h}_1 + ik\mathbf{h}_3, \mathbf{h}_2, ik\mathbf{h}_1 + k_r^2\mathbf{h}_3\} e^{im\varphi'} e^{ikz} e^{-i\omega't}, \quad (4)$$

$$\mathbf{h}_1 = k_r J'_m(k_r r) \mathbf{e}_r + \frac{im}{r} J_m(k_r r) \mathbf{e}_\varphi, \quad \mathbf{h}_2 = \frac{im}{r} J_m(k_r r) \mathbf{e}_r - k_r J'_m(k_r r) \mathbf{e}_\varphi, \quad \mathbf{h}_3 = J_m(k_r r) \mathbf{e}_z,$$

при этом зависящие от r векторы \mathbf{h}_1 , \mathbf{h}_2 и \mathbf{h}_3 являются взаимно ортогональными. Это позволяет при подстановке в (3) соотношения $\mathbf{u} = A_1 \mathbf{u}_1 + A_2 \mathbf{u}_2 + A_3 \mathbf{u}_3$ отыскать неизвестные коэффициенты A_1 , A_2 и A_3 и получить с точностью до постоянного множителя величины \mathbf{u} и \mathbf{f} :

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \left[(k_r^2 d^t + \kappa^2 d^1) \mathbf{h}_1 + 2i\omega' \Omega \frac{k_r^2 d^t + \kappa^2 d^1}{d^t + \Omega^2} \mathbf{h}_2 + ik\kappa_0^2 k_r^2 (c_1^2 - c_t^2) \mathbf{h}_3 \right] e^{im\varphi'} e^{ikz} e^{-i\omega't}, \\ \mathbf{f} &= \rho \left[ikc_t^2 [2(k_r^2 d^t + \kappa^2 d^1) - \kappa_0^2 d^1] \mathbf{h}_1 - 2\kappa c_t^2 \omega' \Omega \frac{k_r^2 d^t + \kappa^2 d^1}{d^t + \Omega^2} \mathbf{h}_2 + \right. \\ &\quad \left. + k_r^2 [2c_t^2 (k_r^2 d^t + \kappa^2 d^1) - c_1^2 \kappa_0^2 d^1] \mathbf{h}_3 \right] e^{im\varphi'} e^{ikz} e^{-i\omega't}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $d^1 = \omega'^2 - \kappa_0^2 c_1^2$, $d^t = \omega'^2 - \kappa_0^2 c_t^2$, $\kappa_0^2 = \kappa^2 + k_r^2$. Продольное волновое число k является одним из шести корней бикубического уравнения

$$a_0 \kappa^6 + a_1 \kappa^4 + a_2 \kappa^2 + a_3 = 0 \quad (6)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} a_0 &= c_1^2 c_t^4, & a_1 &= c_t^2 [3c_1^2 c_t^2 k_r^2 - c_t^2 \omega'^2 - 2c_1^2 (\omega'^2 + \Omega^2)], \\ a_2 &= c_t^2 [2\omega'^2 (\omega'^2 + \Omega^2) - c_t^2 k_r^2 (2\omega'^2 + \Omega^2)] + c_1^2 [3c_t^4 k_r^4 + (\omega'^2 - \Omega^2)^2 - c_t^2 k_r^2 (4\omega'^2 + 3\Omega^2)], \end{aligned}$$

$$a_3 = (c_1^2 k_r^2 - \omega'^2) [c_1^2 k_r^2 (c_1^2 k_r^2 - \omega'^2 - \Omega^2) + (\omega'^2 - \Omega^2)^2 - c_1^2 k_r^2 (\omega'^2 + \Omega^2)].$$

Таким образом, уравнение (6) – это дисперсионное соотношение, определяющее продольные волновые числа шести собственных волн в диске. Три из этих волн можно отнести к прямым, а остальные три – к обратным.

Дисперсионное соотношение существенно упрощается для неподвижного диска ($\Omega=0$). В этом случае имеются два корня $\kappa = \pm \sqrt{(\omega'/c_1)^2 - k_r^2}$ с кратностью 1 и два корня $\kappa = \pm \sqrt{(\omega'/c_t)^2 - k_r^2}$ с кратностью 2.

Применим граничные условия для полей на основаниях диска $z=0$ и $z=L$, где L – толщина диска. Фазы волн по обе стороны границы раздела должны быть согласованы в любой момент времени, поэтому $\omega' = \omega - m\Omega$. Обозначим весовые коэффициенты собственных волн в диске как C_j ($j=1, \dots, 6$) и весовые коэффициенты падающего, отраженного и прошедшего пучков как C_i , C_r и C_t соответственно. На основаниях диска должны быть непрерывными нормальные составляющие полей смещений и напряжений. Кроме того, на основаниях должны обращаться в нуль касательные упругие напряжения. Поэтому для границы $z=0$ с учетом (1) и (5) получаются уравнения

$$k(C_i - C_r) = k_r^2 (c_1^2 - c_t^2) \sum_{j=1}^6 \kappa_j \kappa_{j0}^2 C_j, \quad \rho_0 \omega^2 (C_i + C_r) = \rho k_r^2 \sum_{j=1}^6 [2c_t^2 (k_r^2 d_j^t + \kappa_j^2 d_j^1) - c_1^2 \kappa_{j0}^2 d_j^t] C_j,$$

$$\sum_{j=1}^6 \kappa_j [2(k_r^2 d_j^t + \kappa_j^2 d_j^1) - \kappa_{j0}^2 d_j^1] C_j = 0, \quad \sum_{j=1}^6 \kappa_j \frac{k_r^2 d_j^t + \kappa_j^2 d_j^1}{d_j^t + \Omega^2} C_j = 0, \quad (7)$$

а для границы $z=L$ в аналогичных уравнениях появляются множители, соответствующие фазовым набегам волн на толщине диска L

$$kC_t = k_r^2 (c_1^2 - c_t^2) \sum_{j=1}^6 \kappa_j \kappa_{j0}^2 e^{i\kappa_j L} C_j, \quad \rho_0 \omega^2 C_t = \rho k_r^2 \sum_{j=1}^6 [2c_t^2 (k_r^2 d_j^t + \kappa_j^2 d_j^1) - c_1^2 \kappa_{j0}^2 d_j^t] e^{i\kappa_j L} C_j,$$

$$\sum_{j=1}^6 \kappa_j [2(k_r^2 d_j^t + \kappa_j^2 d_j^1) - \kappa_{j0}^2 d_j^1] e^{i\kappa_j L} C_j = 0, \quad \sum_{j=1}^6 \kappa_j \frac{k_r^2 d_j^t + \kappa_j^2 d_j^1}{d_j^t + \Omega^2} e^{i\kappa_j L} C_j = 0. \quad (8)$$

В соотношениях (7) и (8) введены обозначения $\kappa_{j0} = \sqrt{\kappa_j^2 + k_r^2}$, $d_j^1 = \omega'^2 - \kappa_{j0}^2 c_1^2$, $d_j^t = \omega'^2 - \kappa_{j0}^2 c_t^2$, а κ_j ($j=1, \dots, 6$) – корни дисперсионного уравнения (6).

Таким образом, из системы восьми линейных уравнений (7) и (8) находятся коэффициенты C_1, \dots, C_6, C_r и C_t , пропорциональные весовому коэффициенту C_i падающего пучка. Коэффициенты отражения и пропускания пучка рассчитываются по формулам $R=|C_r/C_i|^2$ и $T=|C_t/C_i|^2$, а фазовые сдвиги отраженной и прошедшей волн по отношению к падающей волне – по формулам $\Delta\Phi_r=\arg(C_r/C_i)$ и $\Delta\Phi_t=\arg(C_t/C_i)$.

2. Численные результаты

Пусть диск изготовлен из плексигласа, плотность которого составляет $\rho=1180$ кг/м³. Скорости продольных и поперечных звуковых волн в нем равны соответственно $c_1 = 2670$ м/с и $c_t = 1121$ м/с [10]. Диск окружает воздух, плотность которого при температуре 20° С составляет $\rho_0 = 1,204$ кг/м³, а скорость звука в нем $c = 343,3$ м/с. Частоту волн в падающем на диск бесселевом пучке выбираем равной $f=400$ Гц (при этом $\omega = 2\pi f$).

На рисунке 1 представлены графики зависимости коэффициента пропускания T от толщины диска L и частоты его вращения $n=\Omega/(2\pi)$ для закрученных пучков с индексом $m=8$ и углами конусности $\theta=30^\circ$ и $\theta=60^\circ$, рассчитанные по приведенным выше формулам.

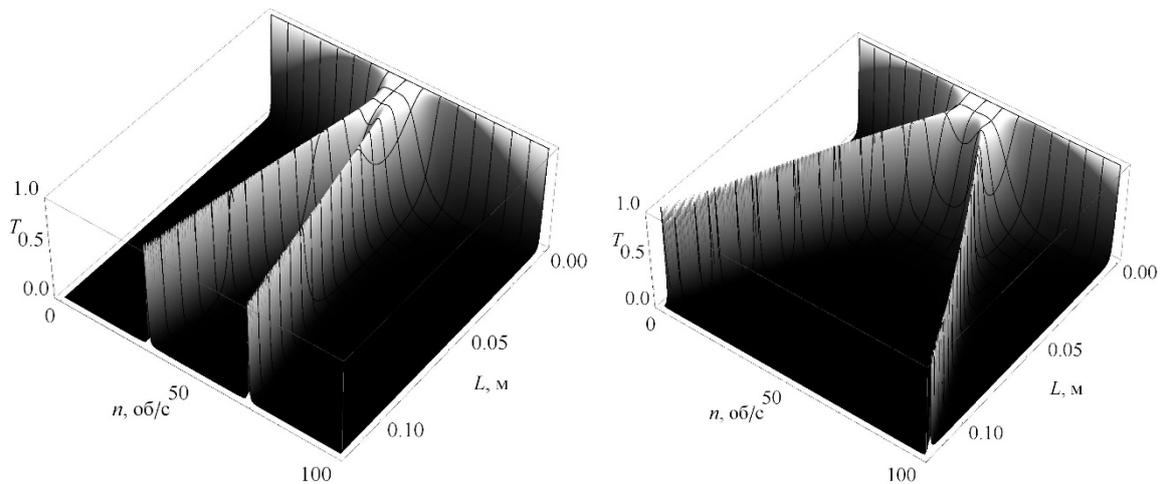


Рисунок 1 – Зависимость $T=T(L, n)$ для закрученных бесселевых пучков с углами конусности $\theta=30^\circ$ (слева) и $\theta=60^\circ$ (справа). Индекс пучка $m=8$

При малых толщинах (порядка 0,01 м) диск становится акустически прозрачным при частоте вращения $n \approx f/m$, т.е. при выполнении условия $\omega - m\Omega \approx 0$. Для указанных выше данных это $400/8=50$ об/с. При больших толщинах диска для каждого фиксированного L имеются два максимума пропускания $T=1$ при угловых скоростях вращения Ω_1 и Ω_2 , отстоящих практически одинаково по обе стороны от значения $\Omega_0 = \omega/m$, при котором достигается уже локальный минимум пропускания ($\omega - m\Omega_1 > 0$ и $\omega - m\Omega_2 < 0$). При этом чем больше угол конусности пучка, тем сильнее при фиксированной толщине L смещены положения максимумов от значения Ω_0 .

При малых толщинах (порядка 0,01 м) диск становится акустически прозрачным при частоте вращения $n \approx f/m$, т.е. при выполнении условия $\omega - m\Omega \approx 0$. Для указанных выше данных это $400/8=50$ об/с. При больших толщинах диска для каждого фиксированного L имеются два максимума пропускания $T=1$ при угловых скоростях вращения Ω_1 и Ω_2 , отстоящих практически одинаково по обе стороны от значения $\Omega_0 = \omega/m$, при котором достигается уже локальный минимум пропускания ($\omega - m\Omega_1 > 0$ и $\omega - m\Omega_2 < 0$). При этом чем больше угол конусности пучка, тем сильнее при фиксированной толщине L смещены положения максимумов от значения Ω_0 .

Отметим, что при полном пропускании, когда $\Omega = \Omega_1$ или $\Omega = \Omega_2$, фазовый сдвиг прошедшей волны $\Delta\Phi_t$ становится равным нулю. Формально это означает, что фазовая скорость звуковых волн в диске обращается в бесконечность.

Численные расчеты показывают, что при любых значениях параметров m , θ , L и Ω выполняются равенства

$$R + T = 1, \quad \Delta\Phi_r - \Delta\Phi_t = \pi/2. \quad (9)$$

Первое из равенств (9) означает, что энергия падающего бесселевого пучка целиком перераспределяется между отраженным и прошедшим пучками.

Заключение

При падении из газовой среды закрученного бесселевого пучка на изотропно упругий вращающийся диск в нем возбуждаются шесть собственных волн, продольные волновые числа которых являются комплексными корнями дисперсионного соотношения (6). Частота этих волн смещена по отношению к частоте ω падающего пучка в соответствии с формулой $\omega' = \omega - m\Omega$. Численные расчеты показывают,

что диск становится акустически прозрачным при угловых скоростях вращения Ω_1 и Ω_2 , симметрично смещенных относительно значения $\Omega_0 = \omega/m$, где m – индекс пучка. При этом при полном пропускании отсутствует фазовый сдвиг между прошедшей и падающей волной.

Энергия падающего пучка перераспределяется между отраженным и прошедшим пучками, т.е. отсутствует преобразование кинетической энергии диска в энергию звуковых колебаний и наоборот, причем ни при каких значениях параметров коэффициенты отражения и пропускания не превышают единицу. Диск может рассматриваться как акустический затвор для закрученных бесселевых пучков, который открывается лишь при определенных угловых скоростях вращения, осуществляя при этом пространственную трансляцию поля падающего пучка на расстояние L , равное толщине диска.

Литература

1. Durnin, J. Diffraction-free beams / J. Durnin // *Phys. Rev. Lett.* – 1987. – V. 58. – P. 1499–1501.
2. Казак, Н. С. Формирование бесселевых световых пучков в условиях внутренней конической рефракции / Н. С. Казак, Н. А. Хило, А. А. Рыжевич // *Квантовая электроника.* – 1999. – Т. 29, № 2. – С. 184–188.
3. Vasara, A. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms / A. Vasara, J. Turunen, A. T. Friberg // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1989. – V. 6. – P. 1748–1754.
4. Khonina, S. N. Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements / S. N. Khonina, V. V. Kotlyar, R. V. Skidanov et. al. // *J. Mod. Opt.* – 2004. – V. 51, № 14. – P. 2167–2184.
5. Gibson, G. M. Reversal of orbital angular momentum arising from an extreme Doppler shift / G. M. Gibson, E. Toninelli, S. A. R. Horsley et. al. // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* – 2018. – V. 115 (15). – P. 3800–3803.
6. Cromb, M. Amplification of waves from a rotating body / M. Cromb, G. M. Gibson, E. Toninelly et. al. // *Nat. Phys.* – 2020. – <https://doi.org/10.1038/s41567-020-0944-3>.
7. Зельдович, Я. Б. Усиление цилиндрических электромагнитных волн при отражении от вращающегося тела / Я. Б. Зельдович // *ЖЭТФ.* – 1972. – Т. 62, № 6. – С. 2076–2081.
8. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Физматлит, 2001. – 736 с.

9. Федоров, Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах / Ф. И. Федоров. – М.: Наука, 1965. – 386 с.

10. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. акад. И. К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.

П. А. Хило¹, В. Н. Белый², Н. А. Хило²

¹УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

²Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси, Минск, Беларусь

АКУСТООПТИЧЕСКАЯ ДИФРАКЦИЯ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Введение

Исследованы особенности акустооптической (АО) дифракции с участием бесселевых светового и акустического пучков в акустически изотропных средах. Рассмотрена АО дифракция на квазипродольной акустической волне, обладающей более сложной поляризационной структурой по сравнению с поперечно поляризованной волной. Показано, что использование квазипродольной волны приводит к модуляции диагональных компонент тензора диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon_{ij}$, что позволяет задействовать их в процессе АО взаимодействия и повысить эффективность АО преобразования. Установлено, что за счет диагональных компонент тензора $\Delta\varepsilon_{ij}$ реализуется изотропная дифракция бесселевых световых пучков с высокой эффективностью взаимодействия. Предложенные в работе схемы АО дифракции перспективны для осуществления динамической перестройки в широких пределах угла конуса БСП, а также для трансформации порядка винтовой дислокации светового поля.

1. Бесселевы акустические пучки и АО взаимодействие в изотропных средах

Наряду с кристаллами, перспективными материалами для создания акустооптических устройств являются изотропные среды, отличающиеся доступностью в больших размерах и в произвольной форме, оптической однородностью, легкостью в изготовлении, высоким значением коэффициента акустооптического качества M_2 [1]. Для АО взаимодействия БП в изотропных средах важным также является от-

существование искажения взаимодействующих пучков, вызванные анизотропией.

В настоящей работе исследована АО дифракция световых и акустических бесселевых пучков в оптически и акустически изотропных средах. Рассмотрены вопросы эффективности дифракции, роль продольного и поперечного синхронизмов при АО взаимодействии, а также проанализированы возможности оптимизации схем АО дифракции.

Для описания БАП будем использовать теоретический подход, описанный в работах [2] и [3]. Для квазипродольной волны в изотропной среде компоненты вектора смещения \vec{U} могут быть представлены в виде

$$\vec{U} = u_0 \left[J_n^-(q_s \rho) \vec{e}_\rho + i J_n^+(q_s \rho) \vec{e}_\varphi + 2ic_z J_n(q_s \rho) \vec{e}_z \right] \exp(in\varphi) \exp i(k_{sz}z - \Omega t),$$

где

$$J_n^\pm(q_s \rho) = J_{n-1}(q_s \rho) \pm J_{n+1}(q_s \rho), \quad J_n(q_s \rho) = q_s = k_s \sin(\gamma_s),$$

$$c_z = \frac{-(\lambda + \mu) q_s^2}{\mu q_s^2 + (\lambda + 2\mu) k_{sz}^2 - \rho \Omega^2} \cdot \frac{k_{sz}}{q_s}.$$

Здесь λ, μ – коэффициенты Ламэ, q_s и $k_{sz} = \sqrt{k_s^2 - q_s^2}$ – радиальная и продольная компоненты волнового вектора \vec{k}_s , относящегося к БАП;

γ_s – угол конуса БАП; $u_0 = \sqrt{\frac{P}{\rho v^3}} \frac{1}{k_{sz} \sqrt{W_s}}$ – нормирующий множитель,

P – акустическая мощность; ρ – плотность среды; $v = 2\pi f / k_s$ – фазовая скорость; $\Omega = 2\pi f$, f – частота акустической волны;

$W_s = 2\pi \int_0^{R_b} \left(J_n^{-2}(q_s \rho) + J_n^{+2}(q_s \rho) + 2c_z^2 J_n^2(q_s \rho) \right) \rho d\rho$ – интеграл мощности, R_b – радиус бесселева пучка.

Компоненты тензора $\Delta \varepsilon_{ij}$, описывающие процесс АО дифракции, имеют вид:

$$\Delta\varepsilon_{\phi z} = \Delta\varepsilon_{z\phi} = \frac{1}{8}\varepsilon_o\varepsilon_e(p_{11} - p_{12})u_0J_n^+(q_s\rho)\exp i(n\phi),$$

$$\Delta\varepsilon_{\rho z} = \Delta\varepsilon_{z\rho} = -\frac{i}{8}\varepsilon_o\varepsilon_e(p_{11} - p_{12})u_0J_n^-(q_s\rho)\exp i(n\phi),$$

$$\Delta\varepsilon_{\rho\rho} = \Delta\varepsilon_{\phi\phi} = \frac{c_z}{2}\varepsilon_o\varepsilon_e p_{12}u_0J^n(q_s\rho)\exp i(n\phi),$$

$$\Delta\varepsilon_{zz} = \Delta\varepsilon_{\phi\phi} = \frac{c_z}{2}\varepsilon_o\varepsilon_e p_{11}u_0J^n(q_s\rho)\exp i(n\phi).$$

Тензор $\Delta\varepsilon$ представим в виде $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_0 \exp(ik_{sz}z - i\omega_s t)$. Тогда в матричном виде

$$\Delta\varepsilon_0 = \begin{bmatrix} c_z\Delta\varepsilon^0 p_{13}J^n(q_s\rho) & 0 & -i\Delta\varepsilon^0 p_{44}J_n^-(q_s\rho) \\ 0 & c_z\Delta\varepsilon^0 p_{13}J^n(q_s\rho) & \Delta\varepsilon^0 p_{44}J_n^+(q_s\rho) \\ -i\Delta\varepsilon^0 p_{44}J_n^-(q_s\rho) & \Delta\varepsilon^0 p_{44}J_n^+(q_s\rho) & c_z\Delta\varepsilon^0 p_{33}J^n(q_s\rho) \end{bmatrix} \exp(in\phi), \quad (1)$$

где $\Delta\varepsilon^0 = \varepsilon_o\varepsilon_e u_0/4$, $p_{13} = p_{12}$, $p_{44} = (p_{11} - p_{12})/2$, $p_{33} = p_{11}$ – фотоупругие постоянные.

Из (1) следует, что падающий БСП порядка m при любом типе взаимодействия будет рассеиваться в бесселев пучок, имеющий порядок $m+n$. Далее, из (2) видно, что тензоры АО рассеяния в каналы $m+n$ имеют как мнимые, так и вещественные составляющие. Кроме того, из-за наличия диагональных компонент тензора $\Delta\varepsilon_{\rho\rho}, \Delta\varepsilon_{\phi\phi}, \Delta\varepsilon_{zz}$ становится возможным изотропная по поляризации дифракция ТН бесселевых мод, которая представляет интерес в связи с возможностью получения высокой эффективности АО преобразования из-за пространственного согласования взаимодействующих пучков.

2. Уравнения для медленно меняющихся амплитуд (ММА)

Будем предполагать, что АО взаимодействие бесселевых пучков, так же, как и плоских волн, приводит в первую очередь к z -модуляции скалярных амплитуд. Такой режим АО преобразования означает отсутствие трансформации пространственной структуры бесселевых пучков в процессе обмена энергией и вполне объясним физически. Во-первых, вследствие линейности процесса, его эффективность не зависит от локальной интенсивности пучков, а в отсутствии локально-неоднородных возмущений бесселевы пучки сохраняют свой попе-

речный профиль из-за известного свойства бездифракционности. Во-вторых, все плоскотоволновые компоненты БСП преобразуются в одинаковых условиях продольного и поперечного синхронизмов вследствие цилиндрической симметрии задачи [4, 5]. Тогда укороченные уравнения примут вид:

$$\frac{dA_{m+n}}{dz} = i\chi_{m+n,m}A_m \exp(-i\Delta k_z z),$$

$$\frac{dA_m}{dz} = i\chi_{m,m+n}A_{m+n} \exp(i\Delta k_z z).$$

Параметры АО связи $\chi_{m,m+n}$ имеют сложный вид и содержат интегралы от произведения бесселевых функций световых и акустических пучков. В общем случае порядок соответствующих бесселевых функций разный и величина интегралов пропорциональна степени их пространственного перекрытия (функции g_p).

$$\chi_{m+n,m} = \alpha_{m+n}G, \quad \chi_{m,m+n} = \alpha_m G, \quad G = g_1(m,n) + g_2(m,n) + g_3(m,n) + g_4(m,n),$$

$$\alpha_{m+n} = \frac{k_0^2 \Delta \varepsilon_0 q_{in}}{k_{oz}(\gamma_d) k_{oz}(\gamma) W_{m+n}}, \quad \alpha_m = \frac{k_0^2 \Delta \varepsilon_0 q_{in}}{k_{oz}^2(\gamma) W_m^e}.$$

где α_{m+n}, α_m – нормировочные коэффициенты, параметр $g_1(m,n)$ определяет степень перекрытия радиальных (азимутальных) компонент взаимодействующих световых пучков, параметры $g_2(m,n)$ и $g_3(m,n)$ – степень пространственного перекрытия z-компоненты падающего(дифрагированного) БСП с радиальной (азимутальной) компонентами дифрагированного(падающего) пучка, а $g_4(m,n)$ – степень перекрытия z-компонент взаимодействующих световых пучков и акустического пучка. Важно, что при изотропном АО взаимодействии интегралы перекрытия возрастают, т.к. в них входят одинаковые по структуре компоненты БСП. Это открывает возможность реализации эффективной акустооптической дифракции.

Заключение

Показано, что режим изотропной АО дифракции бесселевых светового и акустического пучков позволяет реализовать АО процесс с

высоким КПД и тем эффективно осуществить динамическую перестройку угла конуса БСП, а также трансформацию порядка винтовой дислокации светового поля.

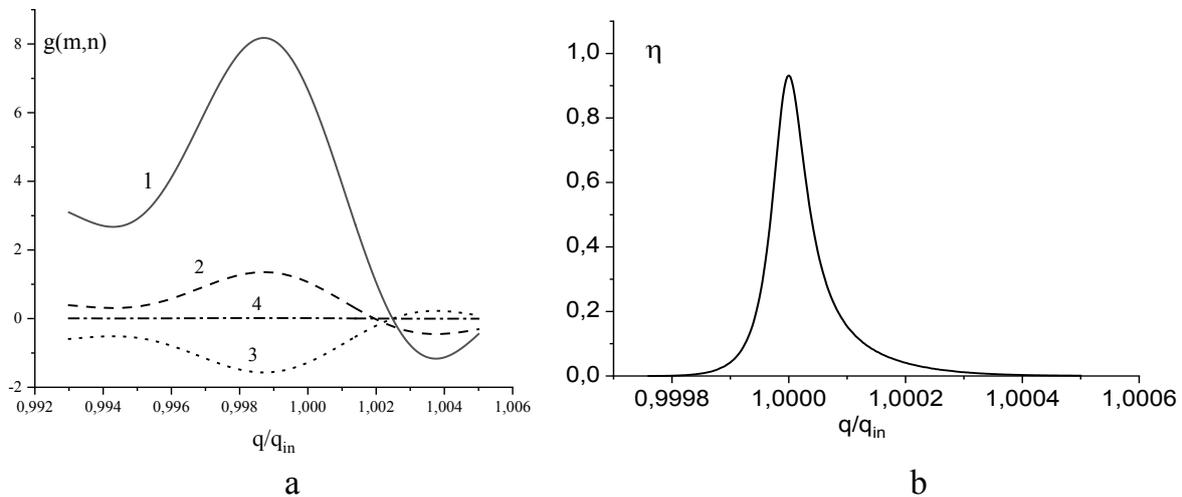


Рисунок 1 – Зависимость акустооптических параметров $g_p(m,n)$ (а) и эффективности дифракции (b) от поперечного волнового числа q .
(1 – $g_1(m,n)$, 2 – $g_2(m,n)$, 3 – $g_3(m,n)$, 4 – $g_4(m,n)$)

Литература

1. Dixon, R. W. Photoelastic Properties of Selected Materials and their Relevance for Applications to Acoustic Light Modulators and Scanners / R. W. Dixon // J. Appl. Phys. – 1967. – V. 38. – P. 5149–5153.
2. Hanorvar, F. Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders / F. Hanorvar, N. N. Sinclair // J. Acoust. Soc. Amer. – 2003. – Vol. 100. – P. 57–63.
3. Ahmad, F. Acoustic scattering by transversely isotropic cylinders / F. Ahmad, A. Rahman // Int. J. Eng. Sci. – 2000. – Vol. 38. – P. 325–335.
4. Khilo, P. A. Generation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic interaction in anisotropic crystals / P. A. Khilo, N. S. Kazak, N. A. Khilo, V. N. Belyi // Optics commun. – 2014. – Vol. 325. – P. 84–91.
5. Belyi, V. N. Features of the acousto-optic interaction of Bessel light beams and Bessel acoustic beams in transversely isotropic crystal / V. N. Belyi, P. A. Khilo, N. S. Kazak, N. A. Khilo // Journal of Optical Technology. – 2017. – Vol. 84 – P. 130–136.

Секция 3 «Теория фундаментальных взаимодействий (электрослабые свойства микрочастиц, электродинамические и адронные процессы взаимодействия, гравитация)»

Председатель:

Максименко Николай Васильевич, д-р физ.–мат. наук, профессор

V. Yu. Haurysh¹, V. V. Andreev²

¹Sukhoi State Technical University of Gomel, Gomel, Belarus

²Francisk Skorina Gomel State University, Gomel, Belarus

$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ DECAY IN POINT FORM OF POINCARÉ-INVARIANT QUANTUM MECHANICS

Introduction

The precision of modern experimental data has renewed interest in studying the mechanism of interaction of quarks within hadrons. Mesons of the light sector, consisting of light u - and d -quarks are of interest. Among the variety of approaches and models devoted to the description of various characteristics of bound quark-antiquark states, note the models based on the Poincaré group. It is known that such models are relativistic [1], which makes their use for describing the characteristics of light sector mesons appropriate.

In the work authors demonstrate the procedure of calculation form-factor of pseudoscalar mesons to photon pair decay $P(q\bar{q}) \rightarrow \gamma\gamma$. It's shown that quark annihilation mechanism leads to the simple expression for decay form-factor integral representation. As a result, numerical studying neutral π^0 -meson decay constant consisted of light quarks in point form of Poincaré-invariant quantum mechanics (further PiQM) is conducted. Obtained relations used for estimation constituent quark masses and $\beta(q\bar{q})$ -parameters dependence with oscillator wave function.

1. Basic features of the model, based on point form of PiQM

The basis of the two-particle irreducible representation is defined by the quantum numbers of the total momentum of the total angular momentum J with a projection μ , effective mass of noninteracting particles [1]

$$M_0 = M(q\bar{Q}) = \omega_{m_q}(\mathbf{k}) + \omega_{m_{\bar{Q}}}(\mathbf{k}), \quad \omega_m(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}, \quad (1)$$

where $\mathbf{k} = |\mathbf{k}|$, and two additional numbers that remove the degeneracy of this basis. As a result, state vector of a meson with momentum \mathbf{Q} , mass M is given by [2]

$$\begin{aligned} |\mathbf{Q}, J\mu, M(q\bar{Q})\rangle = & \int d\mathbf{k} \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(\mathbf{p}_1)\omega_{m_{\bar{Q}}}(\mathbf{p}_2)}{\omega_{m_q}(\mathbf{k})\omega_{m_{\bar{Q}}}(\mathbf{k})V_0}} \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{\nu_1, \nu_2} \Omega \left\{ \begin{matrix} \ell & s & J \\ \nu_1 & \nu_2 & \mu \end{matrix} \right\} (\theta_k, \phi_k) \Phi_{\ell s}^J(\mathbf{k}, \beta_{q\bar{Q}}) \times \\ & \times D_{\lambda_1, \nu_1}^{1/2}(\mathbf{n}_{W_1}) D_{\lambda_2, \nu_2}^{1/2}(\mathbf{n}_{W_2}) |\mathbf{p}_1, \lambda_1, \mathbf{p}_2, \lambda_2\rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Wave function $\Phi_{\ell s}^J(\mathbf{k})$ taking into account the number of colors of quarks N_c is normalized by the following condition:

$$\sum_{\ell, s} \int_0^\infty dk k^2 \left| \Phi_{\ell s}^J(\mathbf{k}, \beta_{q\bar{Q}}) \right|^2 = N_c. \quad (3)$$

2. $P(q\bar{q}) \rightarrow \gamma\gamma$ decay in point form of PiQM

Parametrization of pseudoscalar meson decay $P(q\bar{q}) \rightarrow \gamma\gamma$ is given by [3]

$$\langle \gamma\gamma | \hat{J} | P(q\bar{Q}) \rangle = \frac{i e^2}{(2\pi)^3} \frac{g_p(q_1^2, q_2^2)}{\sqrt{2\omega_{M_p}(Q)}} \mathsf{T}_{\mu\nu\rho\sigma} q_1^\mu q_2^\nu \varepsilon^{*\rho}(\lambda_1) \varepsilon^{*\sigma}(\lambda_2), \quad (4)$$

where $q_{1,2}$ – momentums of outer photons and $g_p(q_1^2, q_2^2)$ – pseudoscalar meson decay constant. In the rest system of meson equation (4) could be written as

$$\langle \gamma\gamma | \hat{J} | P(q\bar{q}) \rangle = \frac{i e^2}{(2\pi)^3} \frac{g_p(q_1^2, q_2^2)}{\sqrt{2M_p}} \mathsf{T}_{\mu\nu\rho\sigma} q_1^\mu q_2^\nu \varepsilon^{*\rho}(\lambda_1) \varepsilon^{*\sigma}(\lambda_2). \quad (5)$$

Further we will examine the case of real photons emission by pseudo-scalar meson, so decay kinematics in the rest system can be written as

$$q_1^\mu = \left\{ \frac{M_P}{2}, 0, 0, \frac{M_P}{2} \right\}, q_2^\mu = \left\{ \frac{M_P}{2}, 0, 0, -\frac{M_P}{2} \right\}. \quad (6)$$

Since photons 4-vectors polarizations are limited by the conditions $(\varepsilon^* \cdot \varepsilon) = -1$ and $(q \cdot \varepsilon) = 0$ one can get

$$\varepsilon^\alpha(\lambda_1) = \left\{ 0, \frac{\lambda_1^2}{\sqrt{2}}, i \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}}, 0 \right\}, \varepsilon^\alpha(\lambda_2) = \left\{ 0, \frac{\lambda_2^2}{\sqrt{2}}, i \frac{\lambda_2}{\sqrt{2}}, 0 \right\}. \quad (7)$$

In our approach we consider following quark-antiquark annihilation mechanism decay (figure 1).

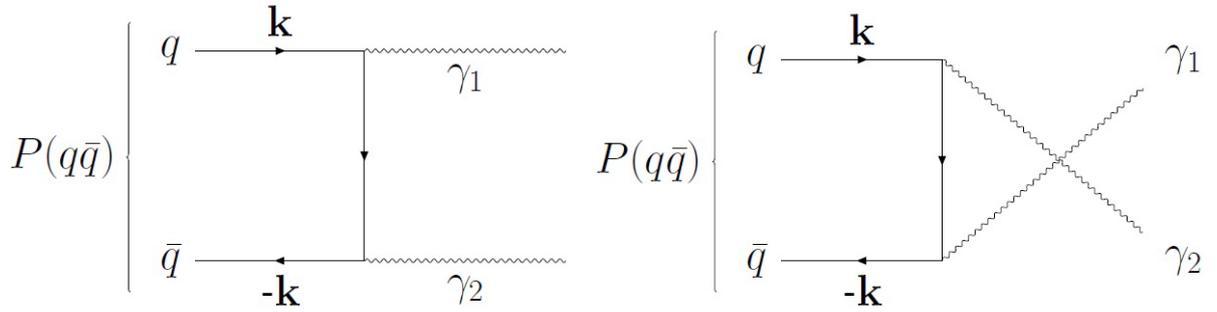


Figure 1 – quark-antiquark annihilation $P(q\bar{q}) \rightarrow \gamma\gamma$ decay mechanism

Matrix elements corresponding to diagrams

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \frac{\bar{v}_{v_2}(-\mathbf{k}, m_q)}{\sqrt{2\omega_{m_q}(\mathbf{k})}} (M_I + M_{II}) \frac{u_{v_1}(\mathbf{k}, m_q)}{\sqrt{2\omega_{m_q}(\mathbf{k})}}, \quad (8)$$

where

$$M_I = e_q^2 \gamma_\mu \varepsilon^{*\mu}(q_2) \frac{\hat{k} - \hat{q}_2 + m_q}{(k - q_2)^2 - m_q^2} \gamma_\nu \varepsilon^{*\nu}(q_1) \quad (9)$$

and

$$M_{II} = e_q^2 \gamma_\mu \varepsilon^{*\mu}(q_1) \frac{\hat{k} - \hat{q}_1 + m_q}{(k - q_1)^2 - m_q^2} \gamma_\nu \varepsilon^{*\nu}(q_2). \quad (10)$$

After spinor part calculation and integration over solid angle of relation (8) from (5) one can get integral representation of pseudoscalar meson decay:

$$g_P(q_1^2 = 0, q_2^2 = 0) = \int dk \quad k^2 \quad \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}) e_q^2 \frac{2\sqrt{2\pi} m_q}{\omega_{m_q}^{5/2}(k)k} \ln \left(\frac{\omega_{m_q}(k) + k}{\omega_{m_q}(k) - k} \right). \quad (11)$$

Obtained relation (11) correspond with results of work [4], based on relativistic quark model with quasipotential approach.

3. Numerical calculations and results

Using oscillator wave functions

$$\Phi(k, \beta_{q\bar{q}}) = \frac{2}{\pi^{1/4} (\beta_{q\bar{q}})^{3/2}} \exp \left[-\frac{k^2}{2(\beta_{q\bar{q}})^2} \right] \quad (12)$$

and π^0 – meson quark structure

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} - d\bar{d}) \quad (13)$$

from the experimental value π^0 -meson decay constant [5]

$$\Gamma = \frac{\pi}{4} \alpha_{\text{qed}}^2 \left| g_{\pi^0 \gamma \gamma}^{(\text{exp.})} \right|^2 M_P^3, \quad g_{\pi^0 \gamma \gamma}^{\text{exp.}} = 0,272 \pm 0,002 \text{ GeV}^{-1} \quad (14)$$

with equality assumption of m_u and m_d constituent quark masses one can get following dependence between constituent quark $m_{u,d}$ masses and $\beta_{u\bar{u}} / \beta_{d\bar{d}}$ – parameters for $m_{u,d} \in [0,2; 0,33]$ GeV [6, 7] (see figure 2).

Conclusion and remarks

In the course of work authors obtained integral representation of radiative decay constant for pseudoscalar meson decay $P(q\bar{q}) \rightarrow \gamma\gamma$ using quark annihilation mechanism. Obtained results correlates with calculations in other models, which confirms the reliability of the proposed model.

As a result, a numerical study of the model parameters dependence in point form of PiQM was carried out.

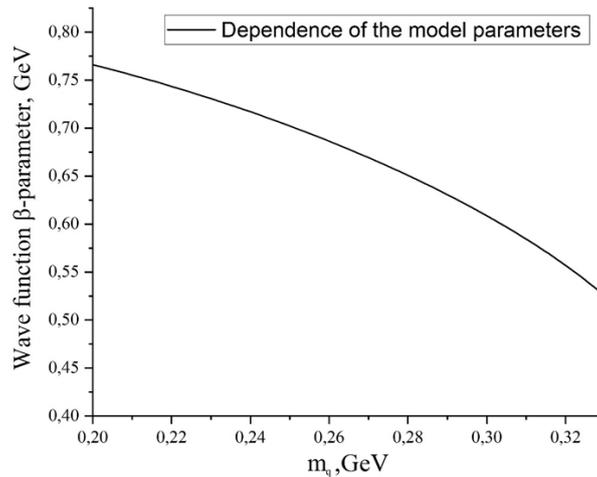


Figure 2 – Numerical calculation of dependence between constituent quark masses and $\beta_{u\bar{u}} / \beta_{d\bar{d}}$ -parameters

References

1. Mini review of Poincare invariant quantum theory / W. N. Polyzou [et al.] // *Few Body Syst.* – 2011. – Vol. 49. – P. 129–147.
2. Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // *Adv. Nucl. Phys.* – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.
3. Lih, Chong-Chung. $\pi^0 \rightarrow \gamma^* \gamma$ transition form factor within light front quark Model / Chong-Chung Lih, Chao-Qiang Geng // *Phys. Rev.* – 2012. – Vol. C85. – P. 018201.
4. Ebert, D. Radiative M1 decays of heavy light mesons in the relativistic quark model / D. Ebert, R.N. Faustov, V.O. Galkin // *Phys. Lett.* – 2002. – Vol. B537. – P. 241–248.
5. Zyla, P. A. Review of Particle Physics / P. A. Zyla and Particle data group // *Progress of Theoretical and Experimental Physics.* – 2020. – Vol. 8. – P. 2093.
6. Choi, Ho-Meoyng. Spacelike and timelike form factors for the $(\pi^0, \eta, \eta') \rightarrow \gamma^* \gamma$ transitions in the light-front quark model / Ho-Meoyng Choi, Hui-Young Ryu, Chueng-Ryong Ji // *Phys. Rev.* – 2017. – Vol. D96(5). – P. 056008.
7. Choi, Ho-Meoyng. Light-Front Quark Model Analysis of Meson-Photon Transition Form Factor / Ho-Meoyng Choi, Chueng-Ryong Ji // *Few Body Syst.* – 2015. – Vol. 57(7). – P. 497–501.

A. Ivashkevich, A. Buryy, E. Ovsiyuk, V. Balan, V. Kisel, V. Red'kov
 B. I. Stepanov Institute of Physics,
 National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

ON THE MATRIX EQUATION FOR A SPIN 2 PARTICLE IN PSEUDO-RIEMANNIAN SPACE-TIME

After the study by Pauli and Fierz [1, 2], the theory of massive and massless fields with spin 2 has always attracted much attention [3–13]. Most of the studies were performed in the framework of 2-nd order differential equations. It is known that many specific difficulties may be avoided if from the very beginning we start with 1-st order systems. Apparently, the first systematic study of the theory of spin 2 fields within the first order formalism was done by F. I. Fedorov [4]. It turns out that this description requires a field function with 3 independent components. This theory was re-discovered and improved by Regee [5]. In the present paper we develop the theory of the spin 2 field, in both massive and massless variants, starting from the matrix equation in Minkowski space-time and extending it to the generally covariant theory within the Tetrad-Weyl-Fock-Ivanenko tetrad method.

We start with the known system of the first order equations for a massive spin 2 particle:

$$\begin{aligned} \partial^a \Phi_a &= m\Phi, \quad \frac{1}{2} \partial_a \Phi - \frac{1}{3} \partial^b \Phi_{(ab)} = m\Phi_a, \\ \frac{1}{2} \left(\partial^k \Phi_{[ka]b} + \partial^k \Phi_{[kb]a} - \frac{1}{2} g_{ab} \partial^k \Phi_{[kn]} \right) + \left(\partial_a \Phi_b + \partial_b \Phi_a - \frac{1}{2} g_{ab} \partial^k \Phi_k \right) &= m\Phi_{(ab)}, \\ \partial_a \Phi_{(bc)} - \partial_b \Phi_{(ac)} + \frac{1}{3} \left(g_{bc} \partial^k \Phi_{(ak)} - g_{ac} \partial^k \Phi_{(bk)} \right) &= m\Phi_{[ab]c}, \end{aligned} \quad (1)$$

where the field variables are scalar, vector, symmetric 2-rank tensor, and 3-rank skew-symmetric in two first indices tensor, $m = iM$. By excluding the vector and the 3-rank tensor, we obtain the 2-nd order equations with respect to the scalar and symmetric tensor:

$$\Phi = 0, \quad (\square + M^2)\Phi_{(ab)} = 0, \quad \Phi_{(ab)} = \Phi_{(ba)}, \quad \Phi^a_a = 0, \quad \partial^k \Phi_{(ka)} = 0. \quad (2)$$

In massless case, the first order system reads

$$\begin{aligned}
\partial^a \Phi_a &= 0, \quad \frac{1}{2} \partial_a \Phi - \frac{1}{3} \partial^b \Phi_{(ab)} = \Phi_a, \\
\frac{1}{2} \left(\partial^k \Phi_{[ka]b} + \partial^k \Phi_{[kb]a} - \frac{1}{2} g_{ab} \partial^k \Phi_{[kn]} \right) + \left(\partial_a \Phi_b + \partial_b \Phi_a - \frac{1}{2} g_{ab} \partial^k \Phi_k \right) &= 0, \\
\partial_a \Phi_{(bc)} - \partial_b \Phi_{(ac)} + \frac{1}{3} \left(g_{bc} \partial^k \Phi_{(ak)} - g_{ac} \partial^k \Phi_{(bk)} \right) &= \Phi_{[ab]c}. \quad (3)
\end{aligned}$$

From (3) we derive the 2-nd order equations for the massless field:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \square \Phi - \frac{1}{3} \partial^k \partial^l \Phi_{(kl)} &= 0, \\
(\partial_a \partial_b + \frac{1}{2} g_{ab} \square) \Phi - \frac{1}{4} g_{ab} \square \Phi_c + \square \Phi_{(ab)} - \partial_a \partial^l \Phi_{(bl)} - \partial_b \partial^l \Phi_{(al)} &= 0. \quad (4)
\end{aligned}$$

Massless equations have a class of gauge solutions:

$$\bar{\Phi} = \partial^l L_l, \quad \bar{\Phi}_{(ab)} = \partial_a L_b + \partial_b L_a - \frac{1}{2} g_{ab} \partial^l L_l, \quad (5)$$

where $L_l(x)$ stands for an arbitrary 4-vector. These special states do not contribute to physically observable quantities, like the energy-momentum tensor. The concomitant gauge components are as follows:

$$\bar{\Phi}_a = \frac{1}{3} \partial_a \partial^l L_l - \frac{1}{3} L_a, \quad \bar{\Phi}_{[ab]c} = \partial_c (\partial_a L_b - \partial_b L_a) - \frac{g_{cb} \partial_a - g_{ca} \partial_b}{3} \partial^l L_l + \frac{g_{cb} L_a - g_{ca} L_b}{3}. \quad (6)$$

The system (1) can be re-written in equivalent block form

$$\begin{aligned}
\partial_a (G^a)_{(0)}^k \Phi_k &= m \Phi_{(0)}, \quad \partial_a \left\{ \frac{1}{2} (\Delta^a)_k^{(0)} \Phi_{(0)} - \frac{1}{3} (K^a)_k^{(mn)} \Phi_{mn} \right\} = m \Phi_k, \\
\partial_a \left\{ \frac{1}{2} (B^a)_{(cd)}^{[mn]l} \Phi_{mnl} + (\Lambda^a)_{(dc)}^k \Phi_k \right\} &= m \Phi_{dc}, \quad \partial_a \left\{ (F^a)_{[kb]c}^{(mn)} \Phi_{mn} \right\} = m \Phi_{kbc}, \quad (7)
\end{aligned}$$

The corresponding matrix equation

$$(\Gamma^a \frac{\partial}{\partial x^a} - m) \Psi(x) = 0, \quad \Psi = \{H; H_1; H_2; H_3\} \quad (8)$$

is extended to the Riemannian space-time in accordance with the tetrad method. In a space-time with given metric, we fix a tetrad:

$$dS^2 = g_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta, \quad g_{\alpha\beta}(x) \rightarrow e_{(a)\alpha}(x), \quad g_{\alpha\beta}(x) = \eta^{ab} e_{(a)\alpha}(x)e_{(b)\beta}(x), \quad (9)$$

and then the generalized form gets written as follows

$$\left[\Gamma^\alpha(x) \left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha} + \Sigma_\alpha(x) \right) - m \right] \Psi(x) = 0, \quad (10)$$

where the local matrices $\Gamma^\alpha(x)$ are determined with the use of the tetrad

$$\Gamma^\alpha(x) = e_{(a)}^\alpha(x) \Gamma^a = \begin{pmatrix} 0 & G^\alpha(x) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} \Delta^\alpha(x) & 0 & -\frac{1}{3} K^\alpha(x) & 0 \\ 0 & \Lambda^\alpha(x) & 0 & \frac{1}{2} B^\alpha(x) \\ 0 & 0 & F^\alpha(x) & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

and connection $\Sigma_\alpha(x)$ is defined by relations

$$\Sigma_\alpha(x) = J^{ab} e_{(a)}^\beta(x) e_{(b)\beta;\alpha}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\Sigma_1)_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\Sigma_2)_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\Sigma_3)_\alpha \end{pmatrix}, \quad (12)$$

where $\Sigma_i(x) = J_i^{ab} e_{(a)}^\beta(x) e_{(b)\beta;\alpha}(x)$, $i=1,2,3$; and $J_1^{ab}, J_2^{ab}, J_3^{ab}$ stand for the generators for the tensors $\Phi_k, \Phi_{(mn)}, \Phi_{[mn]l}$. The equation (10) can be presented by using the Ricci rotation coefficients

$$\left[\Gamma^c \left(e_{(c)}^\alpha(x) \frac{\partial}{\partial x^\alpha} + \frac{1}{2} J^{ab} \gamma_{abc} \right) - m \right] \Psi(x) = 0. \quad (13)$$

In block form, eq. (13) reads

$$G^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_1)_\alpha]H_1 = mH, \quad \frac{1}{2}\Delta^\alpha(x)\partial_\alpha H - \frac{1}{3}K^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_2)_\alpha]H_2 = mH_1,$$

$$\Lambda^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_1)_\alpha]H_1 + \frac{1}{2}[\partial_\alpha + (\Sigma_3)_\alpha]H_3 = mH_2, \quad F^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_2)_\alpha]H_2 = mH_3.$$

In the massless case, the system slightly changes:

$$G^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_1)_\alpha]H_1 = 0, \quad \frac{1}{2}\Delta^\alpha(x)\partial_\alpha H - \frac{1}{3}K^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_2)_\alpha]H_2 = H_1,$$

$$\Lambda^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_1)_\alpha]H_1 + \frac{1}{2}[\partial_\alpha + (\Sigma_3)_\alpha]H_3 = 0, \quad F^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_2)_\alpha]H_2 = H_3,$$

but its physical content is completely different. In particular, let us detail tetrad representation for the gauge solutions:

$$\bar{\Phi} = \nabla_\alpha L^\alpha(x) \Rightarrow \bar{\Phi} = e^{(c)\alpha} \partial_\alpha L_{(c)} + e_{(c);\alpha}^\alpha L^{(c)},$$

$$\bar{\Phi}_{(\alpha\beta)} = \nabla_\alpha L_\beta + \nabla_\beta L_\alpha - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}(x)\nabla_\rho \Lambda^\rho \Rightarrow$$

$$\bar{\Phi}_{(ab)} = -\left(\gamma_{[ca]b} + \gamma_{[cb]a}\right)L^{(c)} + e_{(a)}^\alpha \partial_\alpha \Lambda_{(b)} + e_{(b)}^\alpha \partial_\alpha \Lambda_{(a)} - \frac{1}{2}g_{ab}\bar{\Phi}. \quad (14)$$

The concomitant gauge components are determined by the formulas

$$\bar{H}_1 = \frac{1}{2}\Delta^\alpha(x)\partial_\alpha \bar{H} - \frac{1}{3}K^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_2)_\alpha]\bar{H}_2, \quad \bar{H}_3 = F^\alpha(x)[\partial_\alpha + (\Sigma_2)_\alpha]\bar{H}_2. \quad (15)$$

The covariant equation is symmetric under the local Lorentz group, in accordance with the following relations

$$\Psi'(x) = S(x)\Psi(x), \quad S(x)\Gamma^\alpha(x)S^{-1}(x) = \Gamma'^\alpha(x),$$

$$S(x)\Sigma_\alpha(x)S^{-1}(x) + S(x)\frac{\partial}{\partial x^\alpha}S^{-1}(x) = \Sigma'_\alpha, \quad (16)$$

where the prime indicates that quantities are determined with the use of the primed tetrad related to initial one by the local Lorentz transformation $e_{(a')}^\sigma(x) = L_a^b(x)e_{(b)}^\sigma(x)$. With respect to the coordinate transformation, the field function Ψ behaves as a scalar, $x^\alpha \rightarrow x'^\alpha$, $\Psi(x) = \Psi'(x')$.

References

1. Fierz, M. On relativistic wave equations for particles of arbitrary spin in an electromagnetic field / M. Fierz, W. Pauli // Proc. Roy. Soc. London. A. – 1939. – Vol. 173. – P. 211–232.
2. Pauli, W. Über relativistische Feldgleichungen von Teilchen mit beliebigem Spin im elektromagnetischen Feld / W. Pauli, M. Fierz // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Vol. 12. – P. 297–300.
3. Fradkin, E. S. To the theory of particles with higher spins / E. S. Fradkin // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1950. – Vol. 20, № 1. – P. 27–38.
4. Fedorov, F. I. To the theory of particles with spin 2 / F. I. Fedorov // Proceedings of Belarus State University. Ser. Phys.-Math. – 1951. – Vol. 12. – P. 156–173.
5. Regge, T. On properties of the particle with spin 2 / T. Regge // Nuovo Cimento. – 1957. – Vol. 5, № 2. – P. 325–326.
6. Krylov, B. V. Equations of the first order for graviton / B. V. Krylov, F. I. Fedorov // Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus. – 1967. – Vol. 11, № 8. – P. 681–684.
7. Fedorov, F. I. Equations of the first order for gravitational field / F. I. Fedorov // Doklady of the Academy of Sciences of USSR. – 1968. – Vol. 179, № 4. – P. 802–805.
8. Bogush, A. A. On matrices of the equations for spin 2 particles / A. A. Bogush, B. V. Krylov, F. I. Fedorov // Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics Series. – 1968. – № 1. – P. 74–81.
9. Fedorov, F. I. The first order equations for gravitational field in vacuum / F. I. Fedorov, A. A. Kirilov // Acta Physica Polonica. B. 1976. – Vol. 7, № 3. – P. 161–167.
10. Kisel, V. V. On relativistic wave equations for a spin 2 particle / V. V. Kisel // Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics Series. – 1986. – № 5. – P. 94–99.
11. On equations for a spin 2 particle in external electromagnetic and gravitational fields / A. A. Bogush [et al.] // Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics Series. – 2003. – № 1. – P. 62–67.
12. Red'kov, V. M. Graviton in a curved space-time background and gauge symmetry / V. M. Red'kov, N. G. Tokarevskaya, V. V. Kisel // Non-linear Phenomena in Complex Systems. – 2003. Vol. 6, № 3. – P. 772–778.

13. Contribution of gauge degrees of freedom in the energy-momentum tensor of the massless spin 2 field / V. V. Kisel [et al.] // Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics Series. – 2015. – № 2. – P. 58–63.

E. M. Ovsiyuk¹, A. A. Safronov¹, A. D. Koral'kov¹, V. V. Kisel²

¹Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin,
Mozyr, Belarus

²Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,
Minsk, Belarus

SPIN 1/2 PARTICLE WITH THE ANOMALOUS MAGNETIC AND ELECTRIC DIPOLE MOMENTS, THEORIES WITH ONE AND THREE MASS PARAMETERS

In [1], starting from the general formalism by Gel'fand-Yaglom [2], it was introduced a P -asymmetric wave equation for a spin 1/2 particle with the anomalous magnetic moment (in fact, this theory describes the particle with electric dipole moment). In [1], this equation was studied in presence of external Coulomb field, but for simplicity additional interaction due to electric dipole moment was removed, so in [1] only possible manifestation of P -asymmetry was tested. Concerning the theory of the P -symmetric equation for a particle with anomalous magnetic moment see [3–8]; it is Petras [9] who first developed this theory within the general approach by Gel'fand-Yaglom.

The present paper is organized as follows. In section II study solutions of equation for the P -asymmetric particle (referring to electric dipole moment) in presence of external magnetic fields. It turns out that the energy spectra are the same as for P -symmetric particle (referring to anomalous magnetic moment).

To clarify this coincidence, in section III we demonstrate that there exists simple transformation relating these to models, by which one wave equation can be reduced to the form of other, correspondingly the function Ψ transforms to new one Ψ' ; and expressions for operator of P -reflection are different in these two bases.

In section IV, we extend this approach the model, in which both sectors, P -symmetric and P -asymmetric, are presented. The main result is the same: there exists simple transformation (more general than in the above) relating P -symmetric model and that with two sectors, and expres-

sions for wave functions and operators of P -reflection are different in these two bases. We demonstrate that in presence of external uniform magnetic field, the energy spectra in the model with two sectors, indeed coincide with those in P -symmetric theory.

In section V, we develop general theory for P -asymmetric model within the basic Petras approach. In section VI we develop general theory for model with two sectors within the basic Petras approach.

In section VII we extend the known theory for a free fermion with three mass parameters [10–20], to the model with presence of two sectors, P -symmetric (referring to anomalous magnetic moment) and P -asymmetric (referring to electric dipole moment). In the section VIII we generalize this theory so that to take into account the presence of external electromagnetic field.

Thus, the present paper we study solutions of equation for the P -asymmetric particle in presence of external magnetic fields. It turns out that the energy spectra are the same as for P -symmetric particle. To clarify this coincidence, we demonstrate that there exists simple transformation relating these to models, by which one wave equation can be reduced to the form of other, correspondingly the function Ψ transforms to new one Ψ' ; and expressions for operator of P -reflection are different in these two bases. We extend this approach the model, in which both sectors, P -symmetric and P -asymmetric, are presented. The main result is the same: there exists simple transformation (more general than in the above) relating P -symmetric model and that with two sectors, and expressions for wave functions and operators of P -reflection are different in these two bases. We demonstrate that in presence of external uniform magnetic field, the energy spectra in the model with two sectors, indeed coincide with those in P -symmetric theory. We develop general theory for P -asymmetric model within the basic Petras approach. In section VI we develop general theory for model with two sectors within the basic Petras approach. And finally, we extend the known theory for a free fermion with three mass parameters, to the model with presence of two sectors, P -symmetric and P -asymmetric. Also, we generalize this theory so that to take into account the presence of external electromagnetic fields.

References

1. On P -noninvariant wave equation for a spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment / V. V. Kisel [et al.] // NPCS. – 2019. – Vol. 22, № 1 – P. 18–40.

2. Gelfand, I. M. General relativistically invariant equations and infinite-dimensional representations of the Lorentz group / I. M. Gelfand, A. M. Yaglom // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – 1948. – Vol. 18, № 8. – P. 703–733.

3. Quantum mechanics of electron in magnetic field, taking into account of the anomalous magnetic moment / E. M. Ovsiyuk [et al.] // *Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*. – 2016. – Vol. 60, № 4. – P. 67–73.

4. Spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment in a uniform magnetic field, exact solutions / E. M. Ovsiyuk [et al.] // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. – 2016. – Vol. 19, № 2. – P. 153–165.

5. Spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment in the uniform electric field / E. M. Ovsiyuk [et al.] // *Vesnik of Brest University. Series 4. Physics. Mathematics*. – 2016. – № 1. – P. 22–28.

6. Spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment in the Coulomb field / E. M. Ovsiyuk [et al.] // *Vesnik of Brest University. Series 4. Physics. Mathematics*. – 2017. – № 1. – P. 17–34.

7. Veko, O. V. Spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment: nonrelativistic approximation, taking into account of the Coulomb field / O. V. Veko, Ya. A. Voynova, V. M. Red'kov // *Proceedings of the Komi Science Centre, Ural Branch Russian Academy of Sciences*. – 2018. – Issue 33. – P. 13–20.

8. Ovsiyuk, E. M. Spin 1/2 Particle with Anomalous Magnetic Moment in Presence of External Magnetic Field, Exact Solutions / E. M. Ovsiyuk, V. V. Kisel, V. M. Red'kov / Chapter 5 in the book «Relativity, gravitation, cosmology: beyond foundations». – Ed. V. V. Dvoeglazov. – New York: Nova Science Publishers, 2018. – P. 65–80.

9. Petras, M. A note to Bhabha's equation for a particle with maximum spin 3/2 / M. Petras // *Czechoslovak Journal of Physics*. – 1955. – Vol. 5, № 3. – P. 418–419.

10. Spin 1/2 particle with two masses in magnetic field / E. M. Ovsiyuk [et al.] // *Applied Sciences*. – 2018. – Vol. 20. – P. 148–166.

11. Fermion with intrinsic spectrum of masses in external fields / V. V. Kisel [et al.] // *Proceedings of the Komi Science Centre, Ural Branch Russian Academy of Sciences*. – 2018. – Issue 33. – P. 81–88.

12. Fermion with three mass parameters: interaction with external fields / V. V. Kisel [et al.] // *Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*. – 2018. – Vol. 62, № 6. – P. 661–667.

13. Fermion with three mass parameters, general theory, interaction with external field / V. A. Pletyukhov [et al.] // Scientific Proceeding of Brest University. – 2018. – Part II, Natural sciences. Issue 14. – P. 16–50.

14. *P*-noninvariant relativistic wave equation for a spin 1/2 particle with three mass parameters / V. A. Pletyukhov [et al.] // Vesnik of Brest University. Series 4. Physics. Mathematics. – 2019. – № 2. – P. 35–43.

15. On Modeling Neutrinos Oscillations by Geometry Methods in the Frames of the Theory for a Fermion with Three Mass Parameters / E. M. Ovsiyuk [et al.] // Nonlinear Dynamics and Applications. – 2019. – P. 149–167.

16. On modeling neutrinos oscillations by geometry methods in the frames of the theory for a fermion with three mass parameters / E. M. Ovsiyuk [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1416. – P. 012040.

17. Voynova, Ya. A. On the manifestation of the cosmological curvature of space in a model of a neutral fermion with three mass parameters / Ya. A. Voynova, E. M. Ovsiyuk // Problems of physics, mathematics and technics. – 2020. – № 1 (42). – P. 18–28.

18. Red'kov, V. M. Particle fields in the Riemann space and the Lorents group / V. M. Red'kov // Minsk: Belaruskaya navuka Publ., 2009. – 486 p.

19. Pletyukhov, V. A. Relativistic wave equations and internal degrees of freedom / V. A. Pletyukhov, V. M. Red'kov, V. I. Strazhev // Minsk: Belaruskaya navuka Publ., 2015. – 328 p.

20. Elementary particles with internal structure in external fields / V. V. Kisel [et al.] // New York: Nova Science Publishers Inc., 2018. – 404 p.

A. A. Pankov^{1,2,3}, I. A. Serenkova², V. A. Bednyakov¹

¹Joint Institute for Nuclear Research, JINR, Dubna, Russia

²The ICTP Affiliated Centre at the Gomel State Technical University,
Gomel, Belarus

³Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University, Minsk, Belarus

UPDATED CONSTRAINTS ON Z' AND W' BOSONS DECAYING INTO BOSONIC AND LEPTONIC FINAL STATES USING RUN 2 ATLAS DATA AT LARGE HADRON COLLIDER

Introduction

One of the main goals of the physics programme at the Large Hadron Collider (LHC) is to search for new phenomena that become visible in

high-energy proton-proton collisions [1]. A possible signature of such new phenomena would be the production of a heavy resonance with its subsequent decay into a final state consisting of a pair of leptons or vector bosons. Many new physics scenarios beyond the Standard Model (SM) predict such a signal. Possible candidates are charged and neutral heavy gauge bosons. In the simplest models these particles are considered copies of the SM W and Z bosons and are commonly referred to as W' and Z' bosons [1–5]. In the Sequential Standard Model (SSM) the W'_{SSM} and Z'_{SSM} bosons have couplings to fermions that are identical to those of the SM W and Z bosons, but for which the trilinear couplings $W'WZ$ and $Z'WW$ are absent. The SSM has been used as a reference for experimental W' and Z' boson searches for decades, the results can be reinterpreted in the context of other models of new physics, and it is useful for comparing the sensitivity of different experiments.

At the LHC, such heavy W' and Z' bosons could be observed through their single production as s -channel resonances with subsequent leptonic decays

$$pp \rightarrow W' X \rightarrow lv X, \quad (1)$$

$$pp \rightarrow Z' X \rightarrow l^+ l^- X \quad (2)$$

respectively, where in what follows, $l = e, \mu$ unless otherwise stated. The production of W' and Z' bosons at hadron colliders is expected to be dominated by the process $q \bar{q}' / q \bar{q} \rightarrow W' / Z'$. Leptonic final states provide a low-background and efficient experimental signature that results in excellent sensitivity to new phenomena at the LHC.

Heavy resonances that can decay to gauge boson pairs are predicted in many scenarios of new physics, including extended gauge models (EGM), models of warped extra dimensions, technicolour models associated with the existence of technirho and other technimesons, more generic composite Higgs models, and the heavy vector-triplet model [2–5], which generalises a large number of models that predict spin-1 charged (W') and neutral (Z') resonances etc. Searches for exotic heavy particles that decay into WZ or WW pairs are complementary to searches in the leptonic channels lv and $l^+ l^-$ of the processes (1) and (2). Moreover, there are models in which new gauge boson couplings to SM fermions are suppressed, giving rise to a fermiophobic W' and Z' with an enhanced coupling to electro-

weak gauge bosons. It is therefore important to search for W' and Z' bosons also in the WZ and WW final states.

After the discovery of Z' and W' bosons at the LHC via the dilepton process (1) and (2), some diagnostics of its couplings, Z - Z' and W - W' mixings need to be performed in order to identify the underlying theoretical framework. In this note we investigate the implications of the ATLAS Run2 data in the diboson production channels

$$pp \rightarrow W'X \rightarrow WZX, \quad (3)$$

$$pp \rightarrow Z'X \rightarrow WWX \quad (4)$$

to probe the Z' and W' bosons that arise, e.g., in popular models with extended gauge sector EGM. The presented analysis is based on pp collision data at a center-of-mass energy 13 TeV, collected by the ATLAS at Run2 (with time-integrated luminosity of 139 fb^{-1}) experiment at the LHC [4, 5]. In particular, the data is used to probe the Z - Z' and W - W' mixing.

1. Diboson resonances and their decays into electroweak bosons

We will consider a new physics model where Z' interacts with light quarks and charged gauge bosons $Z' \rightarrow WW$ via their mixing with the SM Z assuming that the Z' couplings exhibit the same Lorentz structure as those of the SM. In particular, in the present analysis we will focus on a gauge boson of the EGM. In the simple reference EGM model, the couplings of the Z' boson to fermions (quarks, leptons) and W bosons are a direct transcription of the corresponding standard-model couplings.

In many extended gauge models, while the couplings to fermions are not much different from those of the SM, the $Z'WW$ coupling is substantially suppressed with respect to that of the SM. In fact, in an extended gauge model the standard-model trilinear gauge boson coupling strength, $g_{WWZ} (= \cot \theta_W)$, is replaced by $g_{WWZ} \rightarrow \xi_{Z-Z'} \cdot g_{WWZ}$, where $\xi_{Z-Z'} = C \cdot (M_W / M_{Z'})^2$ is the mixing factor and C the coupling strength scaling factor.

Figure 1 shows the observed 95% C.L. upper limits on the production cross section times the branching fraction as a function of Z' mass, $M_{Z'}$. The intersection points of the observed upper limits on the production cross section with these theoretical cross sections for various $\xi_{Z-Z'}$ give the corresponding lower bounds on $(M_{Z'}, \xi_{Z-Z'})$ displayed in figure 2.

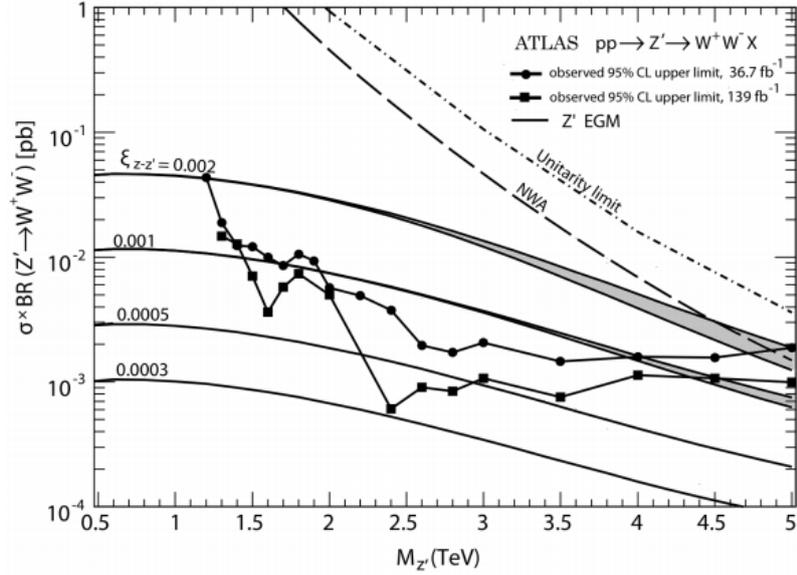


Figure 1 – Observed 95% C.L. upper limits on the production cross section times the branching fraction for $Z' \rightarrow WW$ as a function of Z' mass, showing ATLAS data of the fully hadronic final states for $36,7 \text{ fb}^{-1}$ and 139 fb^{-1} . Theoretical production cross sections $\sigma(pp \rightarrow Z') \times Br(Z' \rightarrow WW)$ are calculated from PYTHIA 8, and given by thin solid curves which correspond to values of the $Z - Z'$ mixing factor $\xi_{Z-Z'}$ from 0,0003 to 0,002

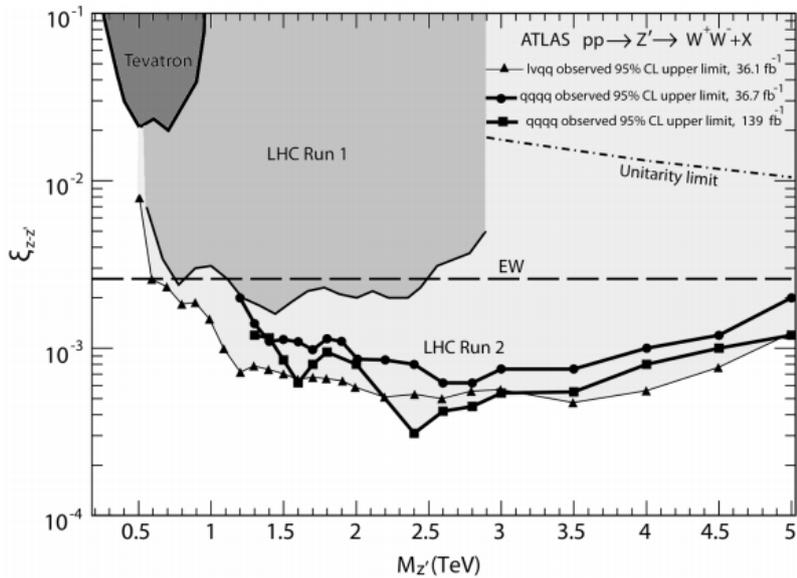


Figure 2 – Z' exclusion regions in the two-dimensional plane of $(M_{Z'}, \xi_{Z-Z'})$ obtained from CDF and D0 collaborations at Tevatron and LHC data at different energies and luminosities (Run1 and Run2). Also, unitarity and narrow width approximation (NWA) constraints are displayed

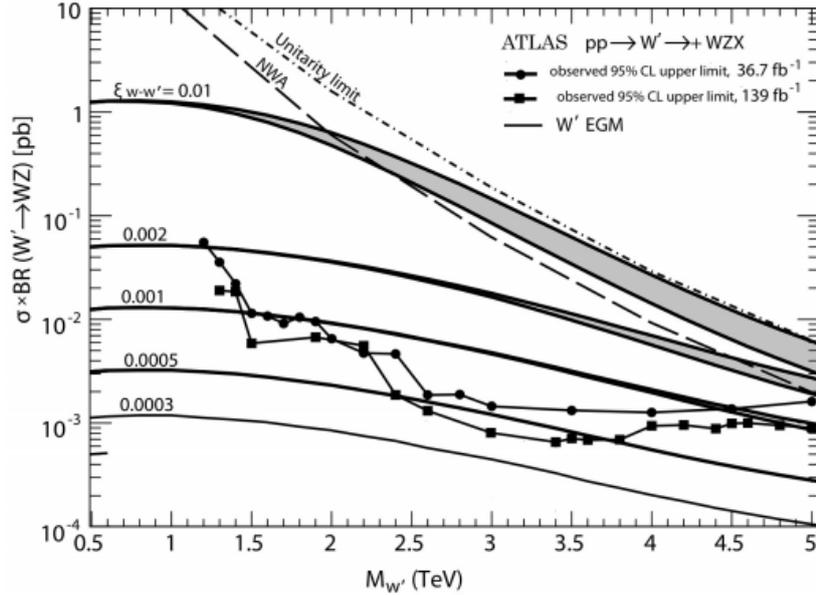


Figure 3 – Observed 95% C.L. upper limits on the production cross section times the branching fraction for as a function of W' mass showing ATLAS data of the fully hadronic final states $W' \rightarrow WZ$ for $36,7 \text{ fb}^{-1}$ and 139 fb^{-1} . Theoretical production cross sections $\sigma(pp \rightarrow W') \times Br(W' \rightarrow WZ)$ are given by thin solid curves which correspond to values of the W - W' mixing factor from 0,0003 to 0,01

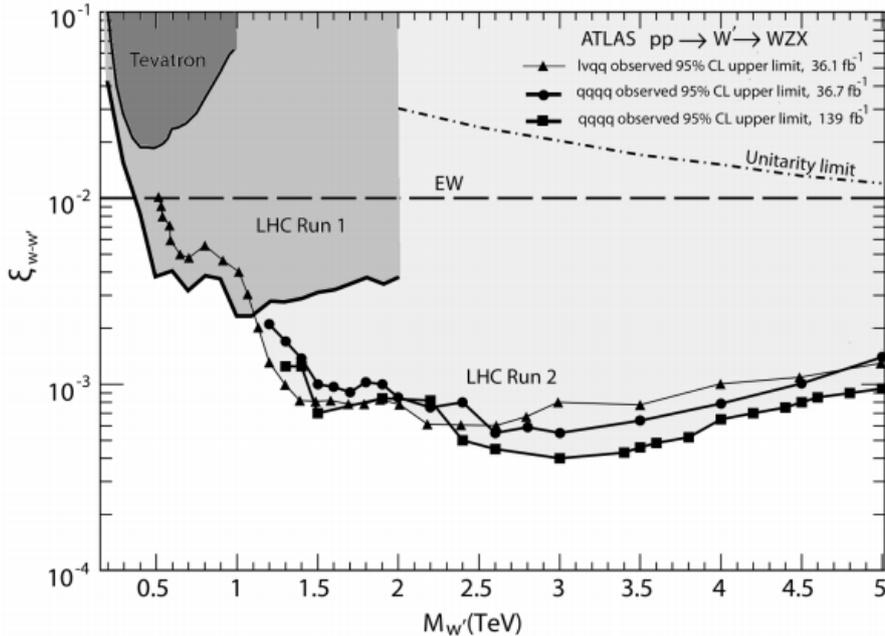


Figure 4 – W' exclusion regions in the two-dimensional plane of $(M_{W'}, \xi_{W-W'})$ obtained from Tevatron and LHC data at different energies and luminosities. Also, unitarity and narrow width NWA constraints are displayed

The analysis of a diboson resonance associated with extra charged W' boson decaying into WZ pair can be performed in the same manner as those for Z' and we present it in figure 3 and figure 4. Here, we are making an analysis, employing the most recent measurements of diboson processes provided by the experimental collaboration ATLAS in Run 2 (139 fb^{-1}). In particular, for W' we compute the LHC W' production cross-section multiplied by the branching ratio into WZ bosons, $\sigma(pp \rightarrow W') \times Br(W' \rightarrow WZ)$ as a function of two parameters ($M_{W'}, \xi_{W-W'}$), and compare it with the limits established by the ATLAS experiment analyzed the WZ production in process (1) through the fully hadronic final states. Figure 3 shows the observed 95% C.L. upper limits on the production cross section times the branching fraction for $W' \rightarrow WZ$ as a function of W' mass. The data analyzed comprises pp collisions at 13 TeV, recorded by the ATLAS (139 fb^{-1}) detector at the LHC. Also shown are theoretical production cross sections, $\sigma(pp \rightarrow W') \times Br(W' \rightarrow WZ)$, for W' , calculated from PYTHIA8 adapted for such kind of analysis.

2. Concluding remarks

In conclusion, the current note presents an analysis of $Z-Z'$ and $W-W'$ mixing in the process of WW and WZ production, respectively. The analysis is based on pp collision data at a centre-of-mass energy of 13 TeV, collected by the ATLAS experiment at the LHC in Run2 at time-integrated luminosity of 139 fb^{-1} .

We analyzed the popular EGM model and determined limits on its mass of W' (Z') as well as on the $W-W'$ ($Z-Z'$) mixing factor $\xi_{W-W'}$ ($\xi_{Z-Z'}$). We present the W' (Z') exclusion region in the $M_{W'} - \xi_{W-W'}$ ($M_{Z'} - \xi_{Z-Z'}$) plane for the first time by using these data. The exclusion limits represent a large improvement over previously published results obtained at the Tevatron, and also over precision electroweak data as well as results obtained from proton-proton collisions at the LHC at 7 TeV and 8 TeV in Run1. These are the most stringent exclusion limits to date on the $M_{W'} - \xi_{W-W'}$ ($M_{Z'} - \xi_{Z-Z'}$) plane. Further improvement on the constraining of this mixing can be achieved from the analysis of data which will be collected at higher luminosity at Run III and HL-LHC options.

Acknowledgements

This research has been partially supported by the Abdus Salam ICTP (TRIL Programme) and the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research.

References

1. Zyla, P. A. Particle Data Group / P. A. Zyla [et al.] // Prog. Theor. Exp. Phys. – 2020. – 083C01 (1898 pp).
2. Osland, P. Probing Z - Z' mixing with ATLAS and CMS resonant diboson production data at the LHC at $\sqrt{s}=13$ TeV / P. Osland, A. A. Pankov, and A. V. Tsytrinov // Phys. Rev. D. – 2017. – Vol. 98. – P. 055040.
3. Serenkova, I. A. Improved bounds on mixing with ATLAS resonant WZ production data at the LHC at $\sqrt{s}=13$ TeV / I. A. Serenkova, P. Osland, A. A. Pankov // Phys. Rev. D 100. – 2019. – №. 1. – P. 015007.
4. Pankov, A. A. High-precision limits on W - W' and Z - Z' mixing from diboson production using the full LHC Run 2 ATLAS data set / A. A. Pankov, P. Osland, I. A. Serenkova, V. A. Bednyakov // Eur. Phys. J. C. 80. – 2020. – № 6. – P. 503.
5. Osland, P. Updated constraints on Z' and W' bosons from Run 2 ATLAS data / P. Osland, A.A. Pankov, I.A. Serenkova // Phys. Rev. D 103. – 2021. – P. 053009.

G. Yu. Tyumenkov

Francisk Skorina Gomel State University, Gomel, Belarus

QUASI-FREE DOUBLE-TIME GREEN'S FUNCTION FOR Θ^+ -PENTAQUARK

The lightest pentaquark Θ^+ is a relativistic bound system of antiquark \bar{s} and four quarks u , u , d and d . Its experimental observation [1] is actively discussed, which confirms the importance of such systems for the physics of elementary particles [2]. There is no doubt the importance of their theoretical description in the framework of quantum field representations. Since the spin of Θ^+ is equal to $\frac{1}{2}$, it can be modeled as a bound state of one spinor antiquark and two scalar diquarks (uu) and (dd). And such an approximation greatly simplifies the description problem.

In the theory of relativistic bound systems, the generally accepted research method is the covariant single-time approach in quantum field theory [3]. Its most consistent version is based on the application of covariant double-time Green's functions (GF) \tilde{G} [4]. The inverse free double-times GF $\{\tilde{G}_{(0)}\}^{-1}$ plays an important role in the construction of integral equations

for relativistic wave functions. When studying systems in an external electromagnetic field A_μ , such a role is played by the inverse quasi-free double-time GF $\{\tilde{G}_{(0)}^{\text{qf}}\}^{-1}$ [5]. The inversion procedure assumes knowledge of the type of non-inversed GF, so let's start finding them. We note here that for a system with a spin structure $(0; 0; 1/2)$, which includes two scalar diquarks and one spinor antiquark, the inversion procedure does not lead to a singularity and is possible without projecting the GF on Dirac's bispinors with preservation their matrix structure.

Let's consider such a three-particle system. Let the first and second particles in it be scalar diquarks with zero spins, masses m_1 and m_2 , and electric charges $Q_1=4/3$ and $Q_2=-2/3$. Their initial 4-momenta will be denoted by $p_1=(p_{10}, \vec{p}_1)$ and $p_2=(p_{20}, \vec{p}_2)$. The third particle is an antiquark with characteristics $S_3=1/2$, m_3 , $p_3=(p_{30}, \vec{p}_3)$, $Q_3=1/3$.

Placing the system in an external electromagnetic field leads to a three-component $\tilde{G}_{(0)}^{\text{qf}}$ of the form:

$$\tilde{G}_{(0)}^{\text{qf}} = \tilde{G}_{(0)}^{[1]} + \tilde{G}_{(0)}^{[2]} + \tilde{G}_{(0)}^{[3]}, \quad (1)$$

where $\tilde{G}_{(0)}^{[j]}$ ($j = 1, 2, 3$) – quasi-free double-time GF, taking into account the fact of interaction of the field A_μ with the j -th particle in the so-called momentum approximation [6]. The terms of formula (1) are obtained from four-time free GF $G_{(0)}^{[j]}$, defined as the vacuum mathematical expectations of the chronological product of the Heisenberg fields of the particles of the system, and the field A_μ in momentum space by integral equating the times in the initial and final states [4].

In this case, the parametrization of the GF by the total energy of the system P_0 , which is characteristic of this version of the approach, arises. For the first and second diquarks, the structure of $G_{(0)}^{[j]}$ is similar and they have the form

$$G_{(0)}^{[1]} = Q_1 \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{\Gamma_{1\mu} A^\mu(\vec{q}_1)}{k_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}, \quad (2)$$

$$G_{(0)}^{[2]} = Q_2 \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{\Gamma_{2\mu} A^\mu(\vec{q}_2)}{k_2^2 - m_2^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}, \quad (3)$$

where k_j – final 4-momenta of diquarks, $\vec{q}_j = (\vec{k}_j - \vec{p}_j)$ – 3-momenta of photons, $\Gamma_{j\mu} = (k_j + p_j)_\mu$ – vertex functions. For antiquark in similar symbols

$$G_{(0)}^{[3]} = Q_3 \cdot \frac{m_3 + \hat{k}_3}{k_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \hat{A}(\vec{q}_3) \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0} \cdot (4)$$

The formulas (2) – (4) lead to the following form of GF appearing in (1)

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{(0)}^{[1]} &= \frac{1}{12 \omega_{1p} \omega_{2p} \omega_{3p} \omega_{1k}} A^\mu(\vec{q}_1) [(m_3 + \hat{p}_3) \times \\ &\times \left(\frac{\Gamma_\mu^{(-)} R_p}{P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0} - \frac{[\Gamma_{(p)}^{(+)}]_\mu R_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} - \frac{[\Gamma_{(k)}^{(+)}]_\mu}{(P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) \\ &+ \\ &+ \left(\frac{\Gamma_\mu^{(+)} A_p}{P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0} + \frac{[\Gamma_{(p)}^{(-)}]_\mu A_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} + \frac{[\Gamma_{(k)}^{(-)}]_\mu}{(P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) \\ &\times \\ &\times (m_3 - \hat{p}'_3)], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{(0)}^{[2]} &= -\frac{1}{24 \omega_{1p} \omega_{2p} \omega_{3p} \omega_{2k}} A^\mu(\vec{q}_2) [(m_3 + \hat{p}_3) \times \\ &\times \left(\frac{\Pi_\mu^{(-)} R_p}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2k} - \omega_{3p} + i0} - \frac{[\Pi_{(p)}^{(+)}]_\mu R_p}{\omega_{2p} + \omega_{2k}} - \frac{[\Pi_{(k)}^{(+)}]_\mu}{(P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2k} - \omega_{3p} + i0)(\omega_{2p} + \omega_{2k})} \right) \\ &+ \\ &+ \left(\frac{\Pi_\mu^{(+)} A_p}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p} - i0} + \frac{[\Pi_{(p)}^{(-)}]_\mu A_p}{\omega_{2p} + \omega_{2k}} + \frac{[\Pi_{(k)}^{(-)}]_\mu}{(P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p} - i0)(\omega_{2p} + \omega_{2k})} \right) \\ &\times \\ &\times (m_3 - \hat{p}'_3)], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{(0)}^{[3]} &= \frac{1}{48 \omega_{1p} \omega_{2p} \omega_{3p} \omega_{3k}} \times \\ &\times \left[\frac{(m_3 + \hat{k}_3) \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 + \hat{p}_3) R_p}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3k} + i0} + \frac{(m_3 - \hat{k}'_3) \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 - \hat{p}'_3) A_p}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3k} - i0} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(m_3 - \hat{k}'_3) \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 + \hat{p}'_3)}{(\omega_{3p} + \omega_{3k})} \left(\frac{1}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3k} - i0} - R_p \right) + \\
& + \frac{(m_3 + \hat{k}_3) \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 - \hat{p}'_3)}{(\omega_{3p} + \omega_{3k})} \left(A_p - \frac{1}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3k} + i0} \right) \Big] \quad (7)
\end{aligned}$$

Here additional symbols are used:

$$\tilde{p}_j = (\omega_{jp}, \vec{p}_j), \tilde{p}'_j = (\omega_{jp}, -\vec{p}_j),$$

$$\omega_{jp} = \sqrt{m_j^2 + \vec{p}_j^2} \quad (j = 1, 2, 3)$$

and similar parameters by replacing ($p \leftrightarrow k$), as well as

$$R_p = (P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0)^{-1},$$

$$A_p = (P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0)^{-1};$$

$$\Gamma_\mu^{(\pm)} = \{2[P_0 \pm (\omega_{2p} + \omega_{3p})], \vec{p}_1 + \vec{k}_1\},$$

$$\left[\Gamma_{(p)}^{(\pm)} \right]_\mu = (\pm 2\omega_{1p}, \vec{p}_1 + \vec{k}_1), \quad \left[\Gamma_{(k)}^{(\pm)} \right]_\mu = (\pm 2\omega_{1k}, \vec{p}_1 + \vec{k}_1);$$

$$\Pi_\mu^{(\pm)} = \{2[P_0 \pm (\omega_{1p} + \omega_{3p})], \vec{p}_2 + \vec{k}_2\},$$

$$\left[\Pi_{(p)}^{(\pm)} \right]_\mu = (\pm 2\omega_{2p}, \vec{p}_2 + \vec{k}_2), \quad \left[\Pi_{(k)}^{(\pm)} \right]_\mu = (\pm 2\omega_{2k}, \vec{p}_2 + \vec{k}_2).$$

The problem can be simplified by replacement of two scalar diquarks with one scalar tetraquark. In this case, formula (1) loses one term and takes the form

$$\tilde{G}_{(0)}^{\text{qf}} = \tilde{G}_{(0)}^{[1]} + \tilde{G}_{(0)}^{[3]}. \quad (8)$$

GF (3) and (6) vanish, and in formulas (2), (4), (5) and (7) all parameters with index $j = 2$ are deleted.

Then, for convenience, the index 3 is replaced by 2, that is, the spinor quark becomes the second particle.

The bulkiness of quasi-free double-time GF (1), (8) does not interfere with the procedure for their nonsingular inversion using well-known software packages for analytical calculations.

The Green's function $\tilde{G}_{(0)}^{\text{qf}}$ can include a term $\tilde{G}_{(0)}$ without interaction with the external field. For a three-particle system, $\tilde{G}_{(0)}$ has the form

$$\tilde{G}_{(0)} = \frac{1}{8 \omega_{1p} \omega_{2p} \omega_{3p}} \left[\frac{(m_3 + \hat{p}_3)}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0} - \frac{(m_3 - \hat{p}'_3)}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0} \right] \quad (9)$$

and reverse form

$$\{\tilde{G}_{(0)}\}^{-1} = 4 \omega_{1p} \omega_{2p} \left[P_0 \gamma^0 - \frac{\omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p}}{\omega_{3p}} (\vec{p}_3 \vec{\gamma} + m_3) \right], \quad (10)$$

what is shown in [4].

Thus, in this work, we have obtained an explicit form for the quasi-free double-time Green's functions for the Θ^+ pentaquark, considered as a 3-particle quark–diquark system. The obtained FGs admit nonsingular inversion and further use in constructing integral equations for finding wave functions in the presence of an external electromagnetic field.

References

1. Nakano, T. Evidence of the Θ^+ in the $\gamma d \rightarrow K^+ K^- pn$ reaction / T. Nakano [et al.] // Phys. Rev. – 2009. – Vol. C79. – P. 025210.
2. Aaij, R. Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$ Decay / R. Aaij [et al.] [LHCb Collaboration] // Phys. Rev. Lett. – 2015. – V. 115. – P.72001–72013.
3. Logunov, A. A. Quasioptical approach in quantum field theory / A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 29, № 2. – P. 380–399.
4. Kapshai, V. N. Lectures on Theory of Bound-Systems of Particles with Spin 0 и 1/2 / V.N. Kapshai, G.Yu. Tyumenkov – Gomel: F. Skorina GSU. – 2005. – 100 p. (in russian).
5. Maksimenko, N. V. The Matrix of Quasi-Free Double-Time Green's Function of Relativistic System with Spin Structure (0;1/2) / N. V. Maksimenko, G.Yu. Tyumenkov // Proceedings of F. Skorina GSU. – 2009. – № 4(55). – V.2. – P. 153–156. (in russian).
6. Nieves, J. F. Perturbative vs Schwinger-propagator method for the calculation of amplitudes in a magnetic field / J. F. Nieves, P. B. Pal [Elec-

tronic resource]. – 2006. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/10032157>. – Date of access: 13.09.2018.

Е. З. Авакян, С. Л. Авакян

УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

РАСПАДЫ СТРАННЫХ МЕЗОНОВ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Введение

Задача изучения низкоэнергетических взаимодействий каонов остается актуальной на протяжении многих десятилетий. Изучение распадов π -мезонов позволяет получить информацию о возможных проявлениях новой физики за рамками Стандартной Модели (СМ). Их можно назвать окном в мир «новой» физики. С этой точки зрения представляется крайне важным получение достоверных количественных оценок параметров данных распадов в рамках СМ. Каонные распады рассматриваются в целом ряде обзоров, например, [1, 2]. Экспериментальное изучение этих распадов ведется рядом экспериментальных групп (BNL KEK - JAEA IHEP, Protvino INFN, Frascati) [3]. В данной работе изучаются распады $K \rightarrow \pi l \nu_l$ (K_{l3} - распады). Для них получены параметры наклона λ'_+ ; λ'_- ; λ'_0 , а также воспроизведено соотношение Каллана-Треймана-Матура-Окубо-Пандита (КТМОП) [4, 5]. Все рассмотрение проводилось в рамках Модели Конфаймированных Кварков (МКК) [6].

1. Получение параметров K_{l3} распадов

Матричный элемент распада $K \rightarrow \pi e \nu$ определяется диаграммами, приведенными на рисунке 1, и может быть записан в виде:

$$M^\mu(p_1, p_2) = F_+(t)(p_1 + p_2)^\mu + F_-(t)(p_1 - p_2)^\mu,$$

где

$$F_+(t) = F_+^{(a)}(t) + F_+^{(b)}(t)$$

$$F_-(t) = F_-^{(a)}(t) + F_-^{(b)}(t)$$

Импульсы p_1, p_2 – импульсы каона и π -мезона, $t = (p_1 - p_2)^2$. Индексы a и b означают вклады диаграмм $1a$ и $1b$ соответственно. Указанные вклады в МКК имеют вид:

$$F_{\pm}^{(a)}(t) = \sqrt{2h_K h_{\pi}} F_{VPP}^{\mp}(t, m_K^2, m_{\pi}^2, \Lambda_s, \Lambda_u, \Lambda_u).$$

где h_K, h_{π}, h_{K^*} – константы взаимодействия мезонов с кварками, вычисленные в МКК с помощью условия связности. $F_{VPP}^{\pm}(t, m_K^2, m_{\pi}^2, \Lambda_s, \Lambda_u, \Lambda_u)$ – петлевые интегралы, описывающий $V \rightarrow PP$ переход, их явный вид приведен в [7].

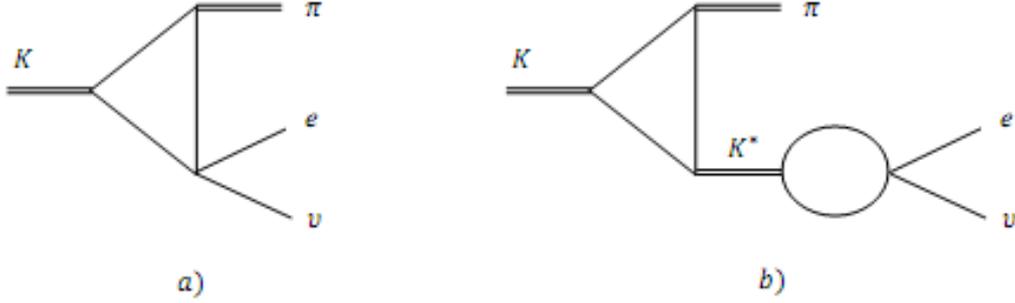


Рисунок 1 – Диаграммы, описывающие распад $K \rightarrow \pi e \nu$

Учет вклада промежуточных адронных состояний проведен в, так называемом, цепочном приближении. Пропагатор промежуточного векторного мезона в цепочном приближении определяется следующим образом:

$$h_V G_V^{\mu\nu}(p) = \frac{1}{\Pi_1(p^2) - \Pi_1(m_V^2)} \left\{ -g^{\mu\nu} + p^{\mu} p^{\nu} \frac{\Pi_2(p^2)}{\Pi_1(p^2) - \Pi_1(m_V^2) + p^2 \Pi_2(p^2)} \right\}.$$

Здесь $\Pi_1(p^2)$ и $\Pi_2(p^2)$ – поляризационные операторы.

После стандартных преобразований нами получены следующие выражения для вкладов промежуточного векторного мезона в форм-факторы $F_{\pm}^b(t)$:

$$F_{+}^b(t) = -F_{+}^a(t) \frac{t}{\Pi_1(t) - \Pi_1(m_{K^*}^2)} F_{VV}(t),$$

$$F_{-}^b(t) = F_{-}^a(t) \frac{m_K^2 - m_{\pi}^2}{\Pi_1(t) - \Pi_1(m_{K^*}^2)} F_{VV}(t),$$

$F_{VV}(t)$ – петлевой интеграл, описывающий поперечную часть $V \rightarrow V$ перехода.

В рамках алгебры токов Калланом, Трейманом [4], Матуро, Окубо и Пандитом [5] было установлено простое соотношение между $F_+(m_K^2)$ и $F_-(m_K^2)$:

$$F_+(m_K^2) + F_-(m_K^2) = \frac{f_K}{f_\pi}.$$

Вычисляя значения $F_\pm(t)$ при $t = m_K^2$ ($m_\pi^2 = 0$) получаем:

$$F_+(m_K^2) + F_-(m_K^2) = 0,9 \frac{f_K}{f_\pi}.$$

Таким образом, в рамках МКК с 10% точностью удалось воспроизвести киральное соотношение КТМОП. Следует заметить, что в данном случае вклады промежуточных состояний сокращаются.

Векторный формфактор $F_+(t)$ представляет собой s -волновую проекцию матричного элемента $\langle 0 | \bar{s} \gamma^\mu u | K \pi \rangle$. s -волновую проекцию определяет скалярный формфактор, представляющий собой комбинацию $F_\pm(t)$:

$$F_0(t) = F_+(t) + \frac{t}{m_K^2 - m_\pi^2} F_-(t).$$

Удобно рассматривать формфакторы, нормированные к значению в нуле

$$f_{+,0}(t) = \frac{F_{+,0}(t)}{F_{+,0}(0)}.$$

Обычно, для анализа экспериментальных данных используют следующую параметризацию

$$f_{+,0}(t) = 1 + \lambda'_{+,0} \frac{t}{m_\pi^2} + \frac{1}{2} \lambda''_{+,0} \left(\frac{t}{m_\pi^2} \right)^2 + \dots$$

Параметр наклона $\lambda'_{+,0}$ вычисляется как

$$\lambda'_{+,0} = m_\pi^2 f'_{+,0}(0).$$

Полученные значения параметров $\lambda'_+, \lambda'_-, \lambda'_0$ а также усредненное экспериментальное значение приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения параметров наклона K_{l_3} , полученные в МКК

λ'	МКК	Эксперимент
λ'_-	3	0 [8]
λ'_0	16,5	$11,7 \pm 1,4$ [8]
λ'_+	31	$29,86 \pm 0,2$ [9]

Заключение

В рамках Модели Конфайнмированных Кварков получены значения параметров для распада $K \rightarrow \pi l \nu_l$, $\lambda'_+, \lambda'_-, \lambda'_0$, показано, что учет промежуточного векторного мезона K^* значительно приближает полученные значения к экспериментальным. Также с 10% точностью удалось воспроизвести киральное соотношение Каллана-Треймана-Матуро-Окубо-Пандита.

Литература

1. *B, D and K Decays* / M. Artuso [et al.] // *Eur. Phys. J.* – 2008. – Vol. C57. – P. 309–492.
2. Portoles, J. Important rare kaon decays / J. Portoles // *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* – 2012. – Vol. 273, – P. 254–259.
3. Komsubara, T. K. Experiments with K-Meson Decays / T. K. Komsubara // *Prog.Part.Nucl.Phys.* – 2012. – Vol. 67. – P. 995–1018.
4. Callan, C. G. Equal Time Commutators and K Meson Decays / C. G. Callan, S. B. Treiman // *Phys. Rev. Lett.* – 1966. – Vol. 16. – P. 153–157.
5. Matur, V. Algebra of Currents and K_{l_3} Decay / V. Matur, S. Okubo, L. Pandit // *Phys. Rev. Lett.* – 1966. – Vol. 16. – P. 371–374, 601.
6. Efimov, G. V. The Quark Confinement Model of Hadrons / G. V. Efimov, M. A. Ivanov. – London. IOP Publishing Ltd, 1993.
7. Авакян, Е. З. Редкие распады странных мезонов / Е. З. Авакян, С. Л. Авакян // *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* – 2019. – № 1. – С. 51–62.
8. Particle Data Group J. / S. Beringer [et al.] // *Phys. Rev.* – 2012. – Vol. D86, № 1. – P. 010001.

9. High statistics measurement of the $K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$ (Ke3) decay formfactors / V. Obraztsov [et al.] // Nucl. Part. Phys. Proc. – 2016. – Vol. 273-275. – P. 1330–1333.

Е. З. Авакян, С. Л. Авакян

УО «Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ

Введение

Проблема описания скалярных мезонов является одной из самых актуальных в современной физике элементарных частиц «до чарма» [1]. В первую очередь, это относится к самой легкой из скалярных частиц – $f_0(600)$, которая играет ключевую роль при описании нуклон-нуклонных взаимодействий, π -рассеяния и нелептонных взаимодействий каонов. Со времени, когда в своей работе [2] Р. Estabrooks поставила вопрос «Где он и что это такое – скалярный мезон?» («Where and what are the scalar mesons?») прошло уже около четырех десятилетий и если мы знаем ответ на первую часть вопроса, то вторая остается актуальной до сих пор.

Идентификация скалярных состояний остается сложной задачей на протяжении всего времени их изучения. Основные экспериментальные данные о скалярных мезонах получены при изучении π -волн в двух частичных реакциях с псевдоскалярными мезонами: $\pi^+ \pi^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$, $\pi^+ \pi^- \rightarrow \pi^0 \pi^0$, $\pi^+ \pi^- \rightarrow K^+ K^-$, $\pi^+ \pi^- \rightarrow K_S^0 K_S^0$, $\pi K \rightarrow \pi K$, при исследовании спектров масс псевдоскалярных мезонов, рождающихся в реакциях типа $J/\Psi \rightarrow X + \pi\pi$, $\phi + \pi\pi$, $p\bar{p} \rightarrow K_S^0 K_S^0 (\pi\pi)$, в экспериментах SND и CMD2, в реакции $e^+ e^- \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ [1].

С теоретической точки зрения проблема скалярных мезонов состоит в том, что до сих пор остается неясной их внутренняя структура. Есть модели, рассматривающие скалярные мезоны 0^{++} как двухкварковые состояния $(q\bar{q})$ [3, 4]. В отличие от псевдоскалярных, векторных, аксиально векторных и тензорных мезонов, описание которых полностью согласуется с наивной двухкварковой модели [5, 6], скалярные частицы не укладываются в указанную схему. В ряде подходов скалярные мезоны рассматриваются как четырех кварковые системы $(qq\bar{q}\bar{q})$ [7, 8]. Существуют также подходы, связывающие ска-

лярные мезоны со скалярными глюониями, наличие которых предсказывается в рамках КХД [9].

В данной работе скалярные мезоны рассматриваются в рамках двухкварковых схем. Для вычисления матричных элементов будем использовать Модель Конфайнмированных Кварков (МКК), в рамках которой удалось описать широкий спектр низкоэнергетических мезонных взаимодействий [10], а также в Ковариантной Модели Константноэнтных Кварков (КМКК) [11], которая является нелокальной и позволяет описывать как двух-, так и четырехкварковые состояния.

1 Описание скалярных мезонов в МКК

В МКК [11] предполагается, что адронные поля возникают в результате интегрирования по глюонным и кварковым переменным в производящем функционале КХД. В результате получается лагранжиан взаимодействия адронов с кварками:

$$L_M^i = \frac{g_M}{\sqrt{2}} M^i \bar{q}_m^a \Gamma_M \lambda^{mn} q_n^a. \quad (1)$$

Здесь q_j^a – кварковые поля, M_i – Евклидовские поля, связанные с полями физических частиц (P, V, A), λ_i – матрицы Гелл-Манна, Γ_μ – Дираковские матрицы, a – цветовой индекс, g_M – константы взаимодействия мезонов с кварками, которые определяются из условия связности.

Лагранжиан (1) позволяет хорошо описывать взаимодействия псевдоскалярных, векторных и аксиально векторных мезонов. Однако, как будет показано ниже, описание взаимодействий скалярных мезонов требует введения в Лагранжиан взаимодействия дополнительного члена.

Кварковая диаграмма, описывающая распад $S \rightarrow PP$ приведена на рисунке 1.

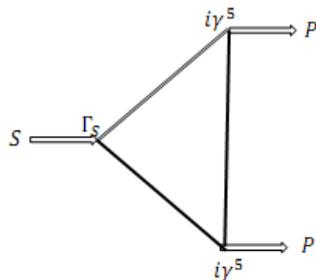


Рисунок 1 – Кварковая диаграмма, описывающая распад $S \rightarrow PP$ в двухкварковой модели

Матричный элемент распада $S \rightarrow PP$ имеет следующий вид:

$$g_{SP_1P_2}(m_S^2, m_{P_1}^2, m_{P_2}^2) = \text{Tr} \lambda_S \{ \lambda_{P_1}, \lambda_{P_2} \} \cdot \frac{\sqrt{h_{P_1} h_{P_2} h_S}}{6} I_{SPP}(m_S^2, m_{P_1}^2, m_{P_2}^2). \quad (2)$$

На рисунке 2 приведены зависимости структурных интегралов, входящих в (2) от массы скалярного мезона.

На рисунке 2а показана зависимость $I_0(x)/I_0(0)$ от массы скалярного мезона. $I_0(x)$ – форм фактор, полученный в предположении, что Лагранжиан взаимодействия скалярных мезонов с кварками имеет простейший вид $\Gamma_S = I$. Оказалось, что в случае простейшего Лагранжиана структурный интеграл $I_{SPP}(m_S^2)$ обращается в нуль при $m_S \approx 1070 \text{ МэВ}$, что, в свою очередь, приводит к значительно заниженному, по сравнению с экспериментальным, значению ширины распада $f_0 \rightarrow \pi\pi$. Полученный результат, по-видимому, свидетельствует в пользу более сложной структуры скалярных мезонов.

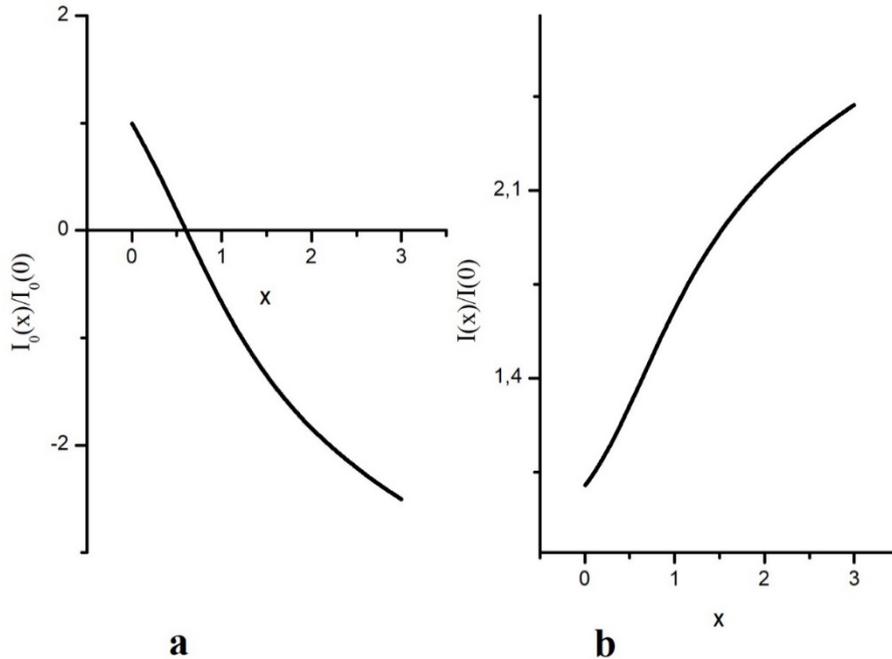


Рисунок 2 – Зависимость структурных интегралов, определяющих матричный элемент распада $S \rightarrow PP$, от массы скалярного мезона:

слева а) $\Gamma_S = I$; справа б) $\Gamma_S = I - i \frac{H}{\Lambda} \overleftrightarrow{\partial}$

Будем рассматривать скалярные мезоны как двухкварковые состояния, описываемые Лагранжианом:

$$L_S^i = \frac{g_S}{\sqrt{2}} S^i \bar{q}_m^a \left(I - i \frac{H}{\Lambda} \overleftrightarrow{\partial} \right) \lambda^{mn} q_n^a, \quad (3)$$

где $\overleftrightarrow{\partial} \equiv \overleftarrow{\partial} - \overrightarrow{\partial}$, H – неизвестный параметр,

$$\lambda = \begin{cases} \text{diag}(1, -1, 0) \Rightarrow a_0(975), \\ \text{diag}(\cos \delta_s, \cos \delta_s, -\sqrt{2} \sin \delta_s) \Rightarrow f_0(600), \\ \text{diag}(-\sin \delta_s, -\sin \delta_s, -\sqrt{2} \cos \delta_s) \Rightarrow f_0(980). \end{cases}$$

Параметр Λ – один из параметров модели, характеризующий область конфайнмента. Для нестранного сектора он был зафиксирован фитированием по хорошо известным константам низкоэнергетической физики ($f_\pi, g_{\rho\gamma}, g_{\pi\gamma\gamma}, g_{\omega\pi\gamma}, g_{\rho\pi\pi}$): $\Lambda_u = \Lambda_d = 460$ МэВ.

На рисунке 3b приведена зависимость $I(x)/I(0)$ от массы скалярного мезона. $I(x)$ – форм фактор, полученный в предположении, что Лагранжиан взаимодействия скалярных мезонов с кварками имеет вид (3).

Для фитирования значений H и δ_s были использованы условие согласованности Адлера, состоящее в требовании обращения в нуль амплитуды $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ в пределе $m_\pi \rightarrow 0$, и, аналогичное ему требование обращения в нуль амплитуды $\pi^0\gamma \rightarrow \pi^0\gamma$; а также, экспериментальное значение ширины распада $f_0 \rightarrow \pi\pi$. В результате зафиксированы значения $H = 0,54$ и $\sin \delta_s = 0,3$.

2. Описание скалярных мезонов в КМКК.

Лагранжиан взаимодействия в данной модели имеет вид [11]:

$$L_{int}^{st}(x) = g_M M(x) \int dx_1 \int dx_2 F_M(x, x_1, x_2) \bar{q}_1(x_1) \lambda_M \Gamma_M q_2(x_2). \quad (4)$$

где $F_M(x, x_1, x_2)$ – вершинная функция, характеризующая конечные размеры мезона. В силу требования трансляционной инвариантности, вершинная функция должна удовлетворять условия может быть записана в виде

$$F_M(x, x_1, x_2) = \delta^4(x - \sum_{i=1}^2 w_i x_i) \Phi_M((x_1 - x_2)^2), \quad (5)$$

где $w_i = \frac{m_i}{m_1+m_2}$, m_i – массы конститьюэнтных кварков.

Показано, что функция Φ_M , входящая в (5) может быть выбрана в простейшем виде

$$\Phi_M(-l^2) = \exp\left(-\frac{l^2}{\Lambda_M^2}\right), \quad (6)$$

где Λ_M^2 – параметр модели, характеризующий размер данного мезона.

Диаграмма, описывающая распад $S \rightarrow PP$ в (КМКК) аналогична диаграмме, приведенной на рисунке 1. Отличие состоит в том, что в вершинах взаимодействия появляются дополнительные форм факторы, имеющие вид (6).

На рисунке 3 приведена зависимость форм фактора данного распада от массы скалярной частицы. Из рисунка видно, что указанный форм фактор демонстрирует правильное физическое поведение.

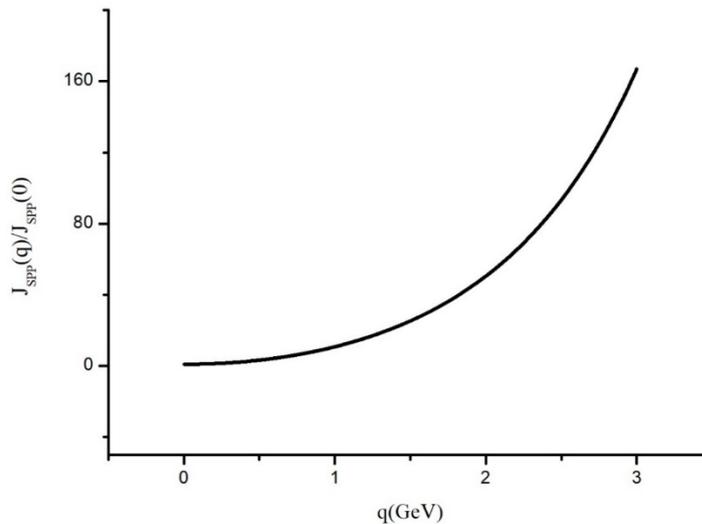


Рисунок 3 – Зависимость формфактора распада $S \rightarrow PP$ от массы скалярного мезона (нормированного к значению в 0) полученного в КМКК

Заключение

В данной работе изучались легкие скалярные мезоны в рамках кварковых моделей. Оказалось, что в Модели Конфайнмированных Кварков (МКК) использование простейшего Лагранжиана с вершиной $\Gamma_S = I$ приводит к нефизическому поведению формфактора распада

$S \rightarrow PP$. Оказалось, что для адекватного описания взаимодействия скалярных мезонов с кварками необходимо ввести в Лагранжиан взаимодействия дополнительный член с производной. Необходимость введения в Лагранжиан свидетельствует в пользу нелокального взаимодействия скалярных мезонов с кварками. В рамках Ковариантной Модели Константноэнтных Кварков (КМКК) рассматриваются нелокальные взаимодействия мезонов с кварковыми токами. Построенный в рамках двухкварковой схемы формфактор распада $S \rightarrow PP$ демонстрирует правильное поведение, что свидетельствует в пользу того, что скалярные мезоны могут рассматриваться как нелокальные двухкварковые состояния.

Литература

1. Amsler, C. Note on Scalar Mesons below 2 GeV / C. Amsler [et al.] // Chin. Phys. – 2016. – Vol. C40. – P. 100001.
2. Estabrooks, P. Where and what are the scalar mesons? / P. Estabrooks // Phys. Rev. – 1979. – Vol. D19. – P. 2678.
3. Boglione, M. Dynamical generation of scalar mesons / M. Boglione, M. R. Pennington // Phys. Rev. – 2002. – Vol. D65. – P. 114010.
4. Tornqvist, N. A. Understanding the scalar meson q anti- q nonet / N. A. Tornqvist // Z. Phys. – 1995. – Vol. C68. – P. 647.
5. Gell-Mann, M. Model of Baryons and Mesons / M. Gell-Mann, A Schematic // Phys. Lett. – 1964. – Vol. 8. – P. 214.
6. Zweig, G. An $Su(3)$ Model For Strong Interaction Symmetry And Its Breaking. 2.' / G. Zweig // CERN-TH-412.
7. A Theory of Scalar Mesons / G. t'Hooft [et al.] // Phys. Lett. – 2008. – Vol. B662. – P. 424.
8. Alford, M. Insight into the scalar mesons from a lattice calculation / M. Alford, R. L. Jaffe // Nucl. Phys. – 2000. – Vol. B578. – P. 367.
9. Kaminski, R. Gluonium nature of the $\sigma/f(0)(600)$ from its coupling to K anti- K / R. Kaminski, G. Mennessier, S. Narison // Phys. Lett. – 2009. – Vol. B680. – P.148.
10. Efimov, G. V. The Quark Confinement Model of Hadrons / G. V. Efimov, M. A. vanov. – London: IOP Publishing Ltd, 1993. – 177 p.
11. Relativistic constituent quark model with infrared confinement / T. Brantz [et al.] // Phys. Rev. – 2010. – Vol. D81. – P. 034010.

В. В. Андреев, К. С. Бабич, М. В. Ритарева
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

РЕШЕНИЕ БЕЗМАССОВОГО УРАВНЕНИЯ СОЛПИТЕРА ВАРИАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Введение

Одно из преимуществ изучения полурелятивистского гамильтониана бесспинового Солпитера [1]

$$H = T(k) + V(\mathbf{r}, \eta). \quad (1)$$

состоит в том, что он позволяет описать некоторые аспекты релятивистской описания двухчастичных связанных квантовых систем относительно в простой форме.

В уравнении (1): $V(\mathbf{r}, \eta)$ – статический потенциал взаимодействия частиц, зависящий от координаты \mathbf{r} и некоторого набора параметров $\eta = \{\alpha, \sigma, \dots\}$, которые характеризуют интенсивность взаимодействия частиц с другом; часто потенциал считается центральным, т.е. зависит только от радиальной координаты $r = |\mathbf{r}|$.

Основным источником математических трудностей является оператор кинетической энергии

$$T(k) = \sum_{i=1}^2 \sqrt{k^2 + m_i^2}, \quad k = |\mathbf{k}|, \quad (2)$$

где $m_{1,2}$ – массы частиц, образующих систему.

Из-за псевдодифференциальной природы оператора кинетической энергии решение задачи на собственные значения с гамильтонианом (1) не имеет точных аналитических решений. Поэтому для решения используется различные численные методы: решение в импульсном пространстве [2, 3]; использование вариационного метода [4–6] и другие.

При использовании вариационного метода при решении уравнения Солпитера важно получить как верхние, так и нижние оценки энергетического спектра.

Так верхняя граница энергетического спектра может получена с помощью нерелятивистского предела оператора $T(k)$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} T(k) \approx T_{\text{NR}}(k) = \sum_{i=1}^2 \frac{\mathbf{k}^2}{2m_i} + m_i. \quad (3)$$

поскольку $T(k) < T_{\text{NR}}(k)$. В этом случае уравнение Солпитера переходит в уравнение Шредингера.

Нижняя граница может быть получена в ультрарелятивистском пределе $m_i \rightarrow 0$. В данном случае такие оценки получены только для некоторых потенциалов [4].

Целью данной статьи является дать оценки для этого предельного случая $m = 0$ для кулоновского потенциала при использовании базиса Кулона-Штурма (CS-базис) [7].

Отметим, что активные исследования квантовых систем вариационным методом в Беларуси были инициированы академиком Ф. И. Федоровым. По всей видимости, как ученик академика В. А. Фока, который внес существенный вклад в развитие квантовой механики, Федор Иванович Федоров привлек своих учеников к развитию этого направления в Беларуси.

1. Элементы вариационного метода решения

Уравнение системы двух безмассовых частиц для кулоновского потенциала с константой взаимодействия α имеет вид

$$\left(2k - \frac{\alpha}{r}\right) |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle. \quad (4)$$

Наличие центральной симметрии позволяет искать решение (4) в виде

$$\Psi_{n,\ell m}(r) = (R_{n\ell}(r)/r) Y_{\ell m}(\Omega_r), \quad \tilde{\Psi}_{n,\ell m}(k) = (\tilde{R}_{n\ell}(k)/k) Y_{\ell m}(\Omega_k), \quad (5)$$

где функция $\tilde{\Psi}$ является фурье-образом функции Ψ , а $Y_{\ell m}(\Omega_r)$ сферические гармоники. Для определения волной функции Ψ необходимо найти только радиальную функцию $R_{n\ell}(r)$, которая нормирована условием

$$\int_0^{\infty} R_{n\ell}^*(r) R_{n'\ell}(r) dr = \delta_{n,n'} . \quad (6)$$

В этом подходе осуществляется разложение волновой функции (ВФ) R с использованием «пробных» ВФ $\phi_k(x, \beta)$

$$|R\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} a_k |\phi_k(\beta)\rangle, \quad (7)$$

где β – вариационный параметр (или набор параметров).

Пробные ВФ в общем случае удовлетворяют условиям нормировки и полноты

$$\int g(x, \beta) \phi_n^*(x, \beta) \phi_{n'}(x, \beta) dx = \delta_{n,n'}, \quad (8)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \int g(x, \beta) \phi_n^*(x, \beta) \phi_n(x, \beta) dx = I, \quad (9)$$

где $g(x, \beta)$ играет роль «весовой» функции¹. В случае, если $g(x, \beta) = 1$, функции $\phi_k(\beta)$ образуют ортонормированный базис.

Для расчетов удобно ввести биортонормированный партнер к функции $\phi_k(\beta)$ соотношением (смотри [8, 9] на примере базиса Кулона-Штурма (CS-базис)):

$$\bar{\phi}_k(x, \beta) = g(x, \beta) \phi_k(x, \beta). \quad (10)$$

Использование (7), (8) и (9) приводит к задаче на обобщенные собственные значения

$$\mathbf{H}(\beta) \cdot \mathbf{a} = E_{n\ell} \mathbf{W}(\beta) \cdot \mathbf{a} \quad (11)$$

с бесконечномерными матрицами

$$H_{ij}(\beta) = \langle \phi_i(\beta) | H | \phi_j(\beta) \rangle, \quad W_{ij}(\beta) = \langle \phi_i(\beta) | \phi_j(\beta) \rangle. \quad (12)$$

¹ Не надо путать с весовой функцией $w(x)$ для ортогональных полиномов.

В данном случае возможен и переход к обычной задаче на собственные значения с использованием биортонормированного состояния $\bar{\phi}_j$

$$\tilde{H}(\beta) \cdot \mathbf{a} = E_{n\ell} \mathbf{a} , \quad (13)$$

где

$$\tilde{H}_{ij}(\beta) = \langle \bar{\phi}_i(\beta) | H | \phi_j(\beta) \rangle . \quad (14)$$

Для приближенного решения уравнения бесконечномерные матрицы (12) заменяют на конечномерные вида $N \times N$. При этом, согласно вариационной технике Рэлея-Ритца для спектра с $E_0 \leq E_1 \leq \dots$, выполняется условие $E_k \leq \tilde{E}_k(\beta)$, $k = 0, \dots, N-1$, где $\tilde{E}_k(\beta)$ собственные значения уравнения (11) с конечномерными матрицами.

В данном подходе для поиска спектра $\tilde{E}_k(\beta)$ максимально приближенного к истинному E_k проводят процедуру вычисления вариационного параметра β , при котором значения $\tilde{E}_k(\beta)$ минимальны.

Безусловно выбор функций тесно связан с видом потенциалов для которых решается задача по вычислению энергетического спектра двух частичной системы. Одним из важных условий является наличие фурье-образа вариационной функции в аналитическом виде. Это позволяет использовать фурье-образы для расчета кинетической части T гамильтониана H .

2. Базисные функции Кулона-Штурма

Базисные функции Кулона-Штурма (CS) в координатном пространстве определяются соотношением [8, 9]

$$\Phi_{n\ell}^{\text{CS}}(\mathbf{r}, \xi) = N_{n\ell} (2\xi r)^{\ell+1} e^{-\xi r} L_n^{2\ell+1}(2\xi r) , \quad (15)$$

где

$$N_{n\ell} = \sqrt{\frac{n!}{(2\ell + n + 1)!}} . \quad (16)$$

Функции Кулона-Штурма являются решениями уравнения

$$\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right) - \frac{\xi(n+\ell+1)}{r} \right) \Phi_{n\ell}^{\text{CS}}(r, \xi) = -\frac{\xi^2}{2} \Phi_{n\ell}^{\text{CS}}(r, \xi). \quad (17)$$

Биортонормированный партнер $\bar{\Phi}_{n\ell}^{\text{CS}}(r, \xi)$ к функции $\Phi_{n\ell}^{\text{CS}}(r, \xi)$ определяется соотношением

$$\bar{\Phi}_{n\ell}^{\text{CS}}(r, \xi) = \frac{1}{r} \Phi_{n\ell}^{\text{CS}}(r, \xi). \quad (18)$$

Ортогональность и полнота базисных состояний задаются выражениями

$$\int_0^{\infty} \bar{\Phi}_{n\ell}^{*\text{CS}}(r, \xi) \Phi_{n'\ell}^{\text{CS}}(r, \xi) dr = \delta_{n,n'}, \quad (19)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \bar{\Phi}_{n\ell}^{*\text{CS}}(r, \xi) \Phi_{n\ell}^{\text{CS}}(r, \xi) dr = I. \quad (20)$$

В импульсном пространстве CS-базис можно представить в виде

$$\tilde{\Phi}_{n\ell}^{\text{CS}}(p, \xi) = N_{n\ell} \ell! (\ell + n + 1) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \xi \frac{(4\xi p)^{\ell+1}}{(\xi^2 + p^2)^{\ell+2}} C_n^{(\ell+1)} \left(\frac{p^2 - \xi^2}{p^2 + \xi^2} \right), \quad (21)$$

а биортонормированный партнер формулой

$$\bar{\tilde{\Phi}}_{n\ell}^{\text{CS}}(p, \xi) = \frac{p^2 + \xi^2}{2\xi(\ell + n + 1)} \tilde{\Phi}_{n\ell}^{\text{CS}}(p, \xi). \quad (22)$$

Замена переменных

$$p = \xi \sqrt{\frac{1+z}{1-z}}, \quad z \in [-1, 1] \quad (23)$$

приводит к удобной для интегрирования трансформации (21)

$$\tilde{\Phi}_{n\ell}^{\text{CS}}(z, \xi) = \frac{\ell!}{\sqrt{2\pi\xi}} N_{n\ell} (1 + \ell + n) (1 - z) (4(1 - z^2))^{\frac{\ell+1}{2}} C_n^{(\ell+1)}(z). \quad (24)$$

3. Решение задачи на собственные значения

Для решения используем обобщенную задачу на собственные значения вида (11). В данном случае необходимо вычислить следующие матричные элементы:

$$W_{m',\ell}(\xi) = \langle \phi_n(\xi) | \phi_{n'}(\xi) \rangle = \int_0^\infty \Phi_{n\ell}^{*CS}(r, \xi) \Phi_{n'\ell}^{CS}(r, \xi) dr, \quad (25)$$

$$V_{m',\ell}(\xi) = \langle \phi_n(\xi) | \phi_{n'}(\xi) \rangle = \int_0^\infty \Phi_{n\ell}^{*CS}(r, \xi) \left(\frac{1}{r} \right) \Phi_{n'\ell}^{CS}(r, \xi) dr, \quad (26)$$

$$T_{nn',\ell}(\xi) = \int_0^\infty \tilde{\Phi}_{n\ell}^{CS}(k, \xi)(k) \tilde{\Phi}_{n'\ell}^{CS}(k, \xi) dk. \quad (27)$$

Интегралы в координатном представлении рассчитаются относительно несложно. Так вследствие (18) и (19) для матричных элементов с кулоновским потенциалом получаем

$$V_{m',\ell}(\xi) = \delta_{n,n'}. \quad (28)$$

Использование свойств полиномов Лагерра, входящих в функции Кулона-Штурма позволяет найти, что (25) определяется соотношением [9]

$$W_{nn',\ell} = \frac{1}{\xi} \tilde{W}_{n'n,\ell}(\xi) = \frac{1}{\xi} \left((\ell + n + 1) \delta_{n,n'} - \sqrt{\frac{1}{4} n' (2\ell + n' + 1) \delta_{n,n'-1}} - \sqrt{\frac{1}{4} n (2\ell + n + 1) \delta_{n,n'+1}} \right). \quad (29)$$

Интеграл (27) после замены переменных (23) и использования (24) трансформируется к виду

$$T_{m',\ell}(\xi) = N_{n\ell} N_{n'\ell} 2^{2\ell+1} (\ell!)^2 (\ell + n' + 1) (\ell + n + 1) \times \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 (1-x^2)^{L+1} C_{n'}^{(\ell+1)}(x) C_n^{(\ell+1)}(x) dx. \quad (30)$$

Опуская, технические детали вычисления интеграла в (30) запишем окончательный ответ в виде

$$\begin{aligned}
T_{m',\ell}(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} (\ell + n' + 1)(\ell + n + 1) \sqrt{\Gamma[n' + 1, 2\ell + n' + 2, n + 1, 2\ell + n + 2]} \times \\
&\times \sum_{j=0}^{\min(n', n)} 2^{2j+2(\ell+1)+1} (j + \ell + 1) (-1)^{-2j+n'+n} \times \\
&\times \Gamma \left[\begin{matrix} j + \ell + 1, & j + \ell + 1, & 2j + \ell + 2 \\ j + 1, & j + 2(\ell + 1), & -j + n' + 1, & -j + n + 1 \end{matrix} \right] \times \\
&\times {}_3\tilde{F}_2 \left(\begin{matrix} 2j - n' - n, & j + \ell + 2, & 2(\ell + 1) + n + n' \\ 3/2, & 2(j + \ell + 2) \end{matrix} ; 1 \right). \quad (31)
\end{aligned}$$

В формуле (31) ${}_3\tilde{F}_2$ является регуляризованной обобщенной гипергеометрической функцией, которая определяется соотношением

$${}_3\tilde{F}_2 \left(\begin{matrix} a_1, & a_2, & a_3 \\ b_1, & b_2 \end{matrix} ; z \right) = \frac{1}{\Gamma[b_1, b_2]} {}_3F_2 \left(\begin{matrix} a_1, & a_2, & a_3 \\ b_1, & b_2 \end{matrix} ; z \right). \quad (32)$$

Функции $\Gamma[\dots]$ задаются формулами [10]

$$\begin{aligned}
\Gamma[b_1, b_2, \dots, b_n] &= \prod_{i=1}^n \Gamma(b_i), \\
\Gamma \left[\begin{matrix} a_1, & \dots, & a_m \\ b_1, & \dots, & b_n \end{matrix} \right] &= \frac{\prod_{i=1}^m \Gamma(a_i)}{\prod_{j=1}^n \Gamma(b_j)}, \quad (33)
\end{aligned}$$

где $\Gamma(z)$ является «обычной» гамма-функцией. Матричное уравнение задачи на собственные значения с учетом (29), (28) и (31) принимает вид

$$(\mathbf{T} - \alpha \mathbf{V}) \cdot \mathbf{a} = \frac{E_{n\ell}}{\xi} \tilde{\mathbf{W}} \cdot \mathbf{a} = \varepsilon_{n\ell} \tilde{\mathbf{W}} \cdot \mathbf{a}. \quad (34)$$

Из уравнения (34) следует, что функция $E_{n\ell}(\xi)$ не имеет точки минимума. Поскольку для безмассового уравнения с кулоновским потенциалом нет размерных параметров, входящих в операторы, то единственной возможностью для дискретного спектра остается является вариант, когда $\xi \rightarrow \infty$. Тогда границей дискретного спектра является значение $E_{n\ell} = 0$. Этот вывод также проверен путем решения

уравнения (34) для различных значений параметра $N = 50, 100, \dots, 500$, определяющих размер матриц. Собственные значения $\varepsilon_{n\ell=0} \rightarrow 0$, если $N \rightarrow \infty$. Таким образом, полученный ответ дает очевидную границу для дискретного спектра, который следует из требования положительности полной энергии E для гамильтониана H .

Это требование приводит к условию вида (расширение Фридрихса)

$$E(\eta) = \frac{\langle \Psi | H(\eta) | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \geq 0, \quad (35)$$

Уравнение (35) определяет ограничения на параметры потенциала взаимодействия η , при которых существует дискретный спектр оператора H . Значения параметров $\eta_{\text{crit.}}$, при которых $E = 0$, называют критическими.

В этой связи важной задачей является нахождение критического значения параметра кулоновского потенциала α . Из формул (34) и (28) следует, что для $E = 0$ получаем задачу на собственные значения для критических значений $\alpha_{\text{crit.}}$ вида:

$$\mathbf{T}\mathbf{a} = \alpha_{\text{crit.}} \mathbf{a}. \quad (36)$$

В таблице 1 представлены результаты вычислений критических значений для различных квантовых чисел n и $\ell = 0$ с помощью уравнения (36).

Таблица 1 – Значения отношения $\alpha_{\text{crit.}}$, полученного из уравнения (36)

$\ell = 0$			
N	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
100	0,67056389	0,77116870	0,93614355
300	0,66108069	0,73372201	0,85244578
500	0,65797276	0,72142024	0,82513589
700	0,65623828	0,71455112	0,80990777

Заключение

В данной работе получено численное решение безмассового уравнения Солпитера для системы двух частиц с кулоновским потенциалом взаимодействия. Решение проведено вариационным методом с использованием разложения волновой функции по базису Кулона-Штурма.

Показано, что из этого уравнения не удастся найти нижнюю границу для массивного уравнения Солпитера с тем же потенциалом. Исследование численного решения приводит к тривиальному ограничению положительности дискретного спектра.

Для бесспинового уравнения Солпитера с $m=0$ получены численные оценки α_{crit} с орбитальным моментом $\ell=0$. Полученное значение практически совпадает с оценкой $\alpha_{\text{crit}} = 2/\pi$ работы [11].

Литература

1. Salpeter, E. E. Mass-corrections to the fine structure of Hydrogen-like atoms / E. E. Salpeter // Phys. Rev. – 1952. – Vol. 87, № 2. – P. 328–343.

2. Norbury, J. W. Exact numerical solution of the spinless Salpeter equation for the Coulomb potential in momentum space/ J. W. Norbury, K. M. Maung, D. E. Kahana // Phys. Rev. A. – Nov 1994. – Vol. 50. – P. 3609–3613.

3. Andreev, V. V. The Nystrom method for solving state q anti-q equations in momentum space with QCD-inspired potential/ V. V. Andreev, A. A. Yuchko // Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 2005. – Vol. 8, № 4. – P. 351–358.

4. Hall, R. L. The Energy of a system of relativistic massless bosons bound by oscillator pair potentials/ R. L. Hall, W. Lucha, F. F. Schoberl // Phys.Lett. – 2003. – Vol. A320. – P. 127–130.

5. Lucha, W. Facets of the spinless Salpeter equation/ W. Lucha, F. F. Schoberl // Recent Res. Devel. Phys. – 2004. – Vol. 5. – P. 1423.

6. Lucha, W. Relativistic Coulomb problem: Analytic upper bounds on energy levels/ W. Lucha, F. F. Schoberl// Phys.Rev. – 1996. – Vol. A54. – P. 3790–3794.

7. Rotenberg, M. Theory and Application of Sturmian Functions/ M. Rotenberg / ed. by D. Bates, I. Esternan. – Academic Press, 1970. – Vol. 6 of Advances in Atomic and Molecular Physics. – P. 233–268.

8. Day, J. P. Two-body Problems with Confining Potentials/ J. P. Day, J. E. McEwen, Z. Papp // Few-Body Systems. – 2010. – Vol. 47. – P. 17–23.

9. Green's operator for Hamiltonians with Coulomb plus polynomial potentials/ E. Kelbert [et al.] // Journal of Physics A Mathematical General. – 2007. – Vol. 40. – P. 7721–7728.

10. Прудников, А. П. Интегралы и ряды, т. 2. Специальные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. – Москва: Наука. Главная ред. физ.-мат. лит-ры, 1983. – 752 с.

11. Herbst, I. W. Spectral theory of the operator $(p^2 + m^2)^{1/2} - Ze^2 / r$ / I. W. Herbst // Communications in Mathematical Physics. – 1977. – Vol. 53, № 3. – P. 285-294. – *ibid.* 55 (1977) 316 (addendum).

Н. А. Ахраменко

УО «Белорусский государственный университет
транспорта», Гомель, Беларусь

ПОТЕНЦИАЛ ГРАВИТИРУЮЩЕГО КОЛЬЦА

Введение

В Солнечной системе некоторые планеты окружены кольцами. Они состоят из космической пыли и льда, вращающегося вокруг планеты. Долгое время Сатурн считался единственной планетой, окружённой кольцами. Одним из первых, предположивших наличие у Сатурна «придатка», был Галилей. Это было в 1610 году, а в 1655 году Христиан Гюйгенс впервые описал этот «придаток» как кольцо, окружающее Сатурн. В 1977 году были обнаружены кольца у Урана, в 1979 году тонкие кольца были зафиксированы вокруг Юпитера космическим аппаратом «Вояджер-1». А в 1989 году приборы космическим аппаратом «Вояджер-2» диагностировали наличие кольца вокруг Нептуна. В 2014 году были открыты кольца вокруг астероида Харикло – самого большого астероида в области между Главным поясом и поясом Койпера. В январе 2017 года обнаружили кольца у Хаумеи – четвёртой по величине карликовой планеты Солнечной системы. Природа происхождения колец до сих пор не ясна. Наиболее популярными гипотезами образования колец вокруг Сатурна и других планет является две. По первой кольца сформировались из остатков околопланетного облака вещества, которые из-за непостоянства притяжения Сатурна не смогли, как у других планет, стать полноценным спутником. По второй кольца появились в результате разрушения крупного спутника из-за столкновения с метеоритом, крупной кометой или астероидом. Исследовали кольца Сатурна П. Лаплас, С. В. Ковалевская, Д. Максвелл, М. С. Бобров [1–4].

1. Потенциал для пространственной точки

Кольца Сатурна имеют сложную структуру, расщепляясь на многочисленные более тонкие колечки, разделённые так называемыми щелями. По снимкам «Вояджера-1» было установлено, что кольца Сатурна состоят из сотен узеньких колечек. В 1981 году автоматическая межпланетная станция «Вояджер-2» приблизилась к Сатурну на расстояние 161 000 км от его центра и была способна наблюдать кольца с намного бóльшим разрешением и открыла много новых колечек. Размер материала колец у Сатурна – от нескольких микрон до десятков метров, а по составу это – водяной лёд с примесями силикатной пыли и обломков.

Кольца планеты находятся в гравитационном поле, создаваемом самой планетой, и в то же время сами являются источниками поля. Определим, каким будет потенциал, создаваемый одним гравитирующим кольцом.

Пусть гравитирующая масса с некоторой объемной плотностью распределена внутри тора малого сечения и большого радиуса R . Ввиду малого сечения тора заменим его кольцом радиуса R с линейной плотностью массы τ . Тогда элементарная масса dm , соответствующая элементу длины dl будет τdl (рисунок 1).

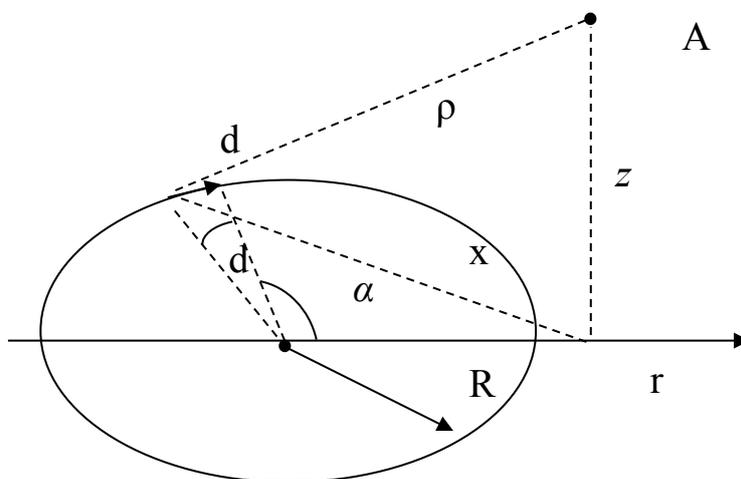


Рисунок 1 – Гравитирующее кольцо радиуса R

Потенциал, создаваемый элементарной массой dm в точке, расположенной на расстоянии ρ от нее, определяется соотношением

$$d\varphi = -\frac{Gdm}{\rho},$$

где G – гравитационная постоянная.

Подставив вместо dm величину $\tau R d\alpha$, можно записать

$$d\varphi = -\frac{G\tau R d\alpha}{\rho}.$$

Заменяя ρ величиной $\rho = \sqrt{x^2 + z^2}$, получим

$$d\varphi = -\frac{G\tau R d\alpha}{\sqrt{x^2 + z^2}}.$$

Учитывая, что согласно теореме косинусов $x^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha$, можно записать

$$d\varphi = -\frac{G\tau R d\alpha}{\sqrt{R^2 + r^2 + z^2 - 2Rr \cos \alpha}}.$$

Потенциал всего кольца будет определяться выражением

$$\varphi = -2 \int_0^{\pi} \frac{G\tau R d\alpha}{\sqrt{R^2 + r^2 + z^2 - 2Rr \cos \alpha}}.$$

Преобразуем последнее соотношение, введя параметр

$$k = \frac{r}{R}.$$

Тогда для потенциала получим

$$\varphi = -2\tau G I,$$

где интеграл I равен

$$I = \int_0^{\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 + k^2 + \frac{z^2}{R^2} - 2k \cos \alpha}}.$$

Потенциал можно выразить также через массу кольца

$$\varphi = -\frac{Gm}{R} \cdot \frac{I}{\pi}.$$

2. Потенциал для точки в плоскости кольца

Для точки, расположенной в плоскости кольца, $z = 0$, поэтому

$$\varphi(z=0) = -2\tau GI, \text{ где } I = \int_0^{\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{1+k^2-2k\cos\alpha}}.$$

Интеграл I определяется величиной параметра k , который для точек внутри кольца меньше единицы, а вне его больше единицы. Вычисленные значения интеграла для некоторых значений k точек внутри кольца представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения интеграла I для некоторых значений параметра k точек внутри кольца

k	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
I	3,141	3,149	3,174	3,216	3,28	3,371
k	0,6	0,7	0,8	0,9	0,99	0,999
I	3,502	3,691	3,991	4,561	6,713	8,991

Вычисленные значения интеграла для некоторых значений k точек вне кольца представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения интеграла I для некоторых значений параметра k точек вне кольца

k	1,001	1,01	1,1	1,2	1,3	1,4
I	8,983	6,656	4,222	3,445	2,986	2,661
k	1,5	2	4	10	20	50
I	2,413	1,685	0,798	0,315	0,157	0,063

3. Обсуждение результатов

Анализируя зависимость распределения потенциала внутри кольца от расстояния до центра кольца, можно отметить, что величина потенциала в центре имеет максимум, уменьшаясь при приближении к точкам кольца. За пределами кольца потенциал начинает возрастать и на бесконечности обращается в нуль. Для близлежащих к кольцу точек, в области внутри тора, можно учесть величину сечения тора. Внутри сечения потенциал с достаточной степенью приближения будет изменяться аналогично полю однородного бесконечного длинного цилиндра с радиусом, равным радиусу кругового сечения тора. Это

обусловлено тем, что длина кольца много больше диаметра сечения тора.

Закономерности распределения потенциала, в частности, уменьшение его в точках локализации частиц тора позволяет обосновать одну из причин устойчивости кольцеобразных образований. Попадающие извне частицы материи в потенциальном поле гравитирующего кольца будут втягиваться в области с меньшей величиной потенциала. При этом возможны колебательные процессы вблизи области с минимумом потенциальной энергии. Или же одна из частиц, составляющих кольцо, удаляясь от точек минимального потенциала после столкновения с другими частицам, будет потом втягиваться обратно.

Литература

1. Laplace, P. S. Mem. Acad. sci (Mecanique Celeste, k.3, p.VI) / P. S. Laplace. – 1789 (1787).
2. Maxwell, J. C. The Sci. Papers, v. 1. / J. C. Maxwell. – Cambridge, 1859. – 287 p.
3. Ковалевская, С. В. В кн.: С. В. Ковалевская. Научные работы. – М. Изд-во АН СССР, 1948.
4. Бобров, М. С. Кольца Сатурна / М. С. Бобров. – М. Наука, 1970. – 123 с.

Е. В. Вакулина¹, В. В. Андреев², Н. В. Максименко²

¹Брянский государственный университет
имени академика И. Г. Петровского, Новозыбков, Россия

²УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНВАРИАНТНОЙ АМПЛИТУДЫ КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТИВНОГО ЛАГРАНЖИАНА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ПИОНОМ С УЧЕТОМ ЕГО ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ

Введение

В настоящее время используются многие электродинамические процессы, на основе которых реализуются получение данных о поляризуемостях адронов. В связи с этим возникает задача о том, как по-

следовательно ковариантным образом учитывать вклад поляризуемостей в амплитуды и сечения электродинамических процессов на адронах. Подобную проблему можно решить, построив теоретико-полевой ковариантный формализм взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учетом их поляризуемостей.

На протяжении многих лет Ф. И. Федоровым и его учениками активно развивались ковариантные методы получения лагранжианов и уравнений взаимодействия электромагнитного поля с адронами, в которых электромагнитные характеристики частиц являются основополагающими [1–4].

Если электрическая и магнитная поляризуемости точечноподобных частиц со спином $\frac{1}{2}$ отличны от нуля, то аналогичные поляризуемости точечноподобных частиц со спином 0 равны нулю [5, 6]. Следовательно, электромагнитными характеристиками пиона, которые связаны с их структурой, являются формфакторы в однофотонном взаимодействии и мультипольные моменты пионов в комптоновском рассеянии.

В данной работе определена инвариантная амплитуда и сечения комптоновского рассеяния на основе эффективного лагранжиана взаимодействия электромагнитного поля с пионом с учетом его поляризуемостей.

1. Эффективный релятивистский лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с пионом с учетом его поляризуемостей.

Релятивистским обобщением лагранжиана

$$L = 2\pi(\alpha\vec{E}^2 + \beta\vec{B}^2) \quad (1)$$

является лагранжиан, приведенный в работах [3, 7]:

$$L = -\frac{2\pi}{m} \left[(\alpha + \beta) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \theta_v^\sigma + \frac{m^2\beta}{2} \varphi^+ \varphi F^2 \right], \quad (2)$$

где φ^+ и φ волновые функции пиона, A^μ – четырехмерный потенциал электромагнитного поля, α и β электрическая и магнитная поляризуемость пиона и

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \quad \theta_v^\sigma = \frac{1}{2} (\partial^\sigma \varphi^+ \partial_\nu \varphi + \partial_\nu \varphi^+ \partial^\sigma \varphi).$$

S – матричный элемент процесса комптоновского рассеяния определяется через гамильтониан следующим образом:

$$\langle k_2, p_2 | \hat{S} | k_1, p_1 \rangle = \langle k_2 p_2 | : H d^4 x : | k_1, p_1 \rangle, \quad (3)$$

где две точки обозначают нормальное произведение полевых операторов, а гамильтониан равен [8]

$$H = -L.$$

Осуществим расчет матричных элементов от нормального произведения полевых операторов в блоках содержащихся в H , согласно работе [8].

Матричный элемент от нормального произведения ($: \hat{\phi}^+ \hat{\phi} :$) имеет вид:

$$\langle p_2 | : \hat{\phi}^+ \hat{\phi} : | p_1 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{4E_2 E_1}} e^{i(p_2 - p_1)x}. \quad (4)$$

Матричный элемент от произведения ($: \hat{\theta}_\nu^\sigma :$) равен:

$$\langle p_2 | : \hat{\theta}_\nu^\sigma : | p_1 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{4E_2 E_1}} \frac{1}{2} (p_2^\mu p_{1\nu} + p_1^\mu p_{2\nu}) e^{i(p_2 - p_1)x}. \quad (5)$$

Матричный элемент от произведения ($: \hat{F}_{\sigma\mu} \hat{F}^{\sigma\nu} :$) определяется соотношением:

$$\begin{aligned} & \langle k_2 | : \hat{F}_{\sigma\mu} \hat{F}^{\sigma\nu} : | k_1 \rangle = \\ & = \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{4\omega_2 \omega_1}} \left[(k_{2\sigma} e_\mu^{(\lambda_2)*} - k_{2\mu} e_\sigma^{(\lambda_2)*}) ((k_1^\sigma e^{(\lambda_1)\nu} - k_1^\nu e^{(\lambda_1)\sigma}) + \right. \\ & \left. + (k^{2\sigma} e^{(\lambda_2)\nu} - k^{2\nu} e^{(\lambda_2)\sigma}) (k_{1\sigma} e_\mu^{(\lambda_1)} - k_{1\mu} e_\sigma^{(\lambda_1)}) \right] e^{i(k_2 - k_1)x}. \quad (6) \end{aligned}$$

Матричный элемент от произведения ($: \hat{F}_{\mu\nu} \hat{F}^{\mu\nu} :$) равен:

$$\begin{aligned} & \langle k_2 | : \hat{F}_{\mu\nu} \hat{F}^{\mu\nu} : | k_1 \rangle = \\ & = \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{4\omega_2 \omega_1}} [(k_2 k_1) (e^{(\lambda_2)} e^{(\lambda_1)}) - (k_2 e^{(\lambda_1)}) (k_1 e^{(\lambda_2)})] e^{i(k_2 - k_1)x}. \quad (7) \end{aligned}$$

В выражениях (6) и (7) $e_\mu^{(\lambda_2)*}$ и $e_\mu^{(\lambda_1)}$ четырёхмерные вектора поляризации рассеянных и падающих фотонов.

Подставляя выражения (4) – (7) в формулу (3) и интегрируя, получим амплитуду комптоновского рассеяния на пионе с учетом вкладов поляризуемостей α и β [9].

$$T = \frac{2\pi}{m} \{ (\alpha + \beta) [(\mathcal{P}k_1)(\mathcal{P}k_2)(e^{(\lambda_2)}e^{(\lambda_1)}) + (k_2k_1)(\mathcal{P}e^{(\lambda_2)})(\mathcal{P}e^{(\lambda_1)}) - (\mathcal{P}k_2)(\mathcal{P}e^{(\lambda_1)})(k_1e^{(\lambda_2)}) - (\mathcal{P}k_1)(\mathcal{P}e^{(\lambda_2)})(k_2e^{(\lambda_1)})] - 4m^2\beta [(k_2k_1)(e^{(\lambda_2)}e^{(\lambda_1)}) - (k_2e^{(\lambda_1)})(k_1e^{(\lambda_2)})] \}, \quad (8)$$

где $\mathcal{P} = p_1 + p_2$.

Амплитуда (8) получена на основе лагранжиана (2). Выясним, согласуется ли эта амплитуда с вкладом поляризуемостей в определении амплитуды, в котором используется ковариантное представление Пранджа и Львова.

Распишем амплитуду (8) по инвариантным спиновым структурам амплитуды Пранджас помощью разложения [12]

$$A_{\mu\nu} = 2m \left(\frac{\Pi_\mu \Pi_\nu}{\Pi^2} T_1 + \frac{N_\mu N_\nu}{N^2} T_2 \right). \quad (9)$$

В выражении (9) определены импульсы:

$$\Pi = P - \frac{(Pk)}{k^2} K, N_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P^\nu K^\lambda Q^\sigma,$$

$$P = \frac{1}{2}(p_1 + p_2), K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2), Q = \frac{1}{2}(k_2 - k_1),$$

T_1 и T_2 – скалярные функции переменных s, t, u (амплитуды Пранджа), которые выражаются через импульсы следующим образом:

$$s = (p_1 + k_1)^2, t = (k_1 - k_2)^2, u = (p_1 - k_2)^2.$$

Сумма этих переменных равна:

$$s + t + u = 2m^2.$$

Обозначим амплитуду (8) как

$$T = e^{(\lambda_2)\mu} A_{\mu\nu} e^{(\lambda_1)\nu}. \quad (10)$$

Определим скалярные функции T_1 и T_2 амплитуды (9), используя выражение (8)

$$t = (k_1 - k_2)^2 = 2k_2k_1,$$

$$k_2k_1 = -\frac{t}{2}.$$

В амплитуде (8) заменим импульс $\mathcal{P} = p_1 + p_2$ на импульс $P = \frac{p_1+p_2}{2}$, который используется в определении (9)

$$e^{(\lambda_2)^*} A e^{(\lambda_1)} = \frac{2\pi}{m} \{4(\alpha + \beta) [(Pk_1)(Pk_2)(e_2e_1) - \frac{t}{2}(Pe_2)(Pe_1) -$$

$$- (Pk_2)(Pk_1)(k_1e_2) - (Pk_1)(Pe_2)(k_2e_1)] +$$

$$+ 4m^2\beta \left[\frac{t}{2}(e_2e_1) + (k_2e_1)(k_1e_2) \right]. \quad (11)$$

Обратим внимание на то, что

$$Pk_1 = Pk_2 = Pk = \frac{s-u}{4}.$$

Вычислим теперь T_1 , используя определения (9) и (10). Из амплитуды (9) следует:

$$\text{ПТП} = 2m^2T_1\Pi^2, \quad (12)$$

а из соотношения (11) получим:

$$\text{ПАП} = \frac{2\pi}{m} \Pi^2 \left(4(\alpha + \beta) \left((Pk)^2 - t \frac{\Pi^2}{2} \right) + 2m^2\beta t \right). \quad (13)$$

В таком случае из уравнений (12) и (13) имеем:

$$T_1 = \frac{\pi}{m^2} \left(\frac{(\alpha+\beta)}{4} ((s-u)^2 - 8t\Pi^2 + 2m^2\beta t) \right). \quad (14)$$

Аналогичным образом вычислим скалярную функцию T_2 :

$$NTN = 2m^2T_2N^2, \quad (15)$$

$$NTN = \frac{2\pi}{m}N^2(4(\alpha + \beta)(Pk)^2 + 2m^2\beta t). \quad (16)$$

Из выражений (15) и (16) следует:

$$T_2 = \frac{\pi}{m^2} \left(\frac{(\alpha + \beta)}{4} ((s - u)^2 + 2m^2\beta t) \right). \quad (17)$$

Вычислим амплитуды свободные от кинематических особенностей, которые связаны с T_1 и T_2 соотношениями [10]:

$$A_1 = \frac{1}{t}(T_1 + T_2), \quad (18)$$

$$A_2 = \frac{m^2}{t\Pi^2}(T_1 - T_2). \quad (19)$$

Из соотношений (14), (17) и (19) следует:

$$A_2 = -2\pi(\alpha + \beta).$$

Согласно выражениям (14) и (17)

$$T_1 + T_2 = \frac{\pi}{m^2} \left(\frac{(\alpha + \beta)}{4} (2(s - u)^2 - 8t\Pi^2 + 4m^2\beta t) \right). \quad (20)$$

Следовательно, получим:

$$\begin{aligned} T_1 + T_2 &= \frac{2\pi}{m^2} \left(\frac{(\alpha + \beta)}{4} t(t - 4m^2) + 2m^2\beta t \right) = \\ &= \frac{2\pi t}{2m^2} ((\alpha + \beta)(t - 4m^2) + 8m^2\beta). \end{aligned} \quad (21)$$

Согласно работе [10], амплитуда A_1 определяется при $t = 0$. Из соотношений (18) и (21) следует

$$A_1 = \frac{1}{t} \frac{\pi t}{2m^2} ((\alpha + \beta)(-4m^2) + 8m^2\beta) = -2\pi(\alpha - \beta).$$

Таким образом, амплитуды полученные из лагранжиана (2) согласуются с амплитудами A_1 и A_2 работы [10].

2. Определение вкладов полюсных диаграмм и поляризуемостей в сечения комptonовского рассеяния на пионе

В борновском приближении амплитуда комptonовского рассеяния на пионе имеет вид [11]:

$$A = e_2^\mu A_{\mu\nu} e_1^\nu, \quad (22)$$

где

$$A_{\mu\nu} = -2e^2 \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_{2\mu} p_{1\nu}}{p_1 k_1} + \frac{p_{1\mu} p_{2\nu}}{p_2 k_2} \right). \quad (23)$$

В формуле (23) введены обозначения: e – заряд пиона, p_1 и p_2 – четырёхмерные импульсы начального и конечного пиона, k_1 и k_2 – импульсы начального и конечного фотонов.

Амплитуда комptonовского рассеяния на пионе в ковариантном представлении определяется так [10, 12, 13]:

$$M_{fi} = -2m e_2^\mu \left(\frac{\Pi_\mu \Pi_\nu}{\Pi^2} T_1 + \frac{N_\mu N_\nu}{N^2} T_2 \right) e_1^\nu = e_2^\mu T_{\mu\nu} e_1^\nu. \quad (24)$$

В выражении (24) определены импульсы так же, как в выражении (9). Импульсы p_1 и p_2 можно выразить через P и Q : $p_1 = P + Q$, $p_2 = P - Q$.

Импульсы N_μ и Π_μ ортогональны, то есть

$$\Pi_\mu N^\mu = 0.$$

Определим теперь вклад полюсных диаграмм (23) в скалярные функции T_1 и T_2 выражения (24). Свертка $\Pi^\mu A_{\mu\nu} \Pi^\nu$ равна:

$$\Pi^\mu A_{\mu\nu} \Pi^\nu = -2e^2 \Pi^2 \left(1 + 2\Pi^2 \frac{t}{(s-m^2)(u-m^2)} \right). \quad (25)$$

Если учтем, что

$$\Pi^2 = \frac{m^2 t - (s-m^2)(u-m^2)}{t}, \quad (26)$$

то получим:

$$\Pi^\mu A_{\mu\nu} \Pi^\nu = -2e^2 \Pi^2 \frac{2m^2 t - (s-m^2)(u-m^2)}{(s-m^2)(u-m^2)}. \quad (27)$$

Согласно (24), свертка имеет вид:

$$\Pi^\mu T_{\mu\nu} \Pi^\nu = -2m^2 \Pi^2 T_1. \quad (28)$$

Из соотношений (27) и (28) следует:

$$T_1 = \left(\frac{e^2}{m}\right) \frac{2m^2 t - (s-m^2)(u-m^2)}{(s-m^2)(u-m^2)}. \quad (29)$$

Аналогичным образом вычислим свертки:

$$N^\mu A_{\mu\nu} N^\nu = -2e^2 N_1^2, \quad (30)$$

$$N^\mu T_{\mu\nu} N^\nu = -2m^2 N^2 T_2. \quad (31)$$

Из соотношений (30) и (31) следует, что

$$T_2 = \frac{e^2}{m}.$$

Согласно [14] инвариантное сечение определено как:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi} \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} |M_{fi}|^2.$$

В работе [11] установлено, что в системе центра масс

$$d\Omega = \frac{\pi}{\omega^2} dt = \frac{4s\pi}{(s-m^2)^2} dt,$$

и поэтому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} |M_{fi}|^2. \quad (32)$$

Вычислим $\sum_{\lambda_1 \lambda_2} |M_{fi}|^2$ из выражения (32)

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} |e_2^\mu T_{\mu\nu} e_1^\nu|^2 &= \sum_{\lambda_1 \lambda_2} (e_\rho^{\lambda_2} T^{\rho\sigma} e_\sigma^{\lambda_1})^* (e_\mu^{\lambda_2} T^{\mu\nu} e_\nu^{\lambda_1}) = \\ &= T^{\rho\sigma*} T^{\mu\nu} \sum_{\lambda_2} (e_\rho^{\lambda_2*} e_\mu^{\lambda_2}) \sum_{\lambda_1} (e_\sigma^{\lambda_1*} e_\nu^{\lambda_1}) = T^{\rho\sigma*} T^{\mu\nu} g_{\rho\mu} g_{\sigma\nu} = T_{\mu\nu}^* T^{\mu\nu}. \end{aligned}$$

Таким образом, сечение в системе центра масс определено следующим образом

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} T_{\mu\nu}^* T^{\mu\nu}. \quad (33)$$

Поскольку

$$T_{\mu\nu} = -2m \left(\frac{\Pi_\mu \Pi_\nu}{\Pi^2} T_1 + \frac{N_\mu N_\nu}{N^2} T_2 \right),$$

а вектора N_μ и Π_μ ортогональны, то

$$T_{\mu\nu}^* T^{\mu\nu} = 4m^2 (|T_1|^2 + |T_2|^2).$$

С учетом данной формулы, соотношение (33) примет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} 2m^2 (|T_1|^2 + |T_2|^2). \quad (34)$$

В работе [10] определен вклад поляризуемостей в амплитуды свободные от кинематических особенностей, которые связаны с T_1 и T_2 соотношениями (18) и (19). Вклад полюсных диаграмм в A_1 и A_2 следующий:

$$A_1 = \frac{2me^2}{(s-m^2)(u-m^2)}, A_2 = \frac{2me^2}{(s-m^2)(u-m^2)}.$$

Если учесть определение A_1 и A_2 через поляризуемости [10], то

$$A_1 = \frac{2me^2}{(s-m^2)(u-m^2)} + 2\pi(\alpha - \beta), \quad (35)$$

$$A_2 = \frac{2me^2}{(s-m^2)(u-m^2)} + 2\pi(\alpha + \beta). \quad (36)$$

Теперь вычислим $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ограничиваясь вкладом полюсных диаграмм, то есть в (35) и (36) будем учитывать первые слагаемые. В этом случае

$$A_1 = A_2 = \frac{2me^2}{(s - m^2)(u - m^2)}.$$

Используем соотношение (34)

$$\begin{aligned} & (|T_1|^2 + |T_2|^2) = \\ &= \frac{1}{4} t^2 \left[\left(A_1^* + \frac{\Pi^2}{m^2} A_2^* \right) \left(A_1 + \frac{\Pi^2}{m^2} A_2 \right) + \left(A_1^* - \frac{\Pi^2}{m^2} A_2^* \right) \left(A_1 - \frac{\Pi^2}{m^2} A_2 \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} t^2 \left(|A_1|^2 + \frac{\Pi^4}{m^4} |A_2|^2 \right), \end{aligned}$$

Тогда сечение (34) в системе центра масс принимает вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} m^2 t^2 \left(|A_1|^2 + \frac{\Pi^4}{m^4} |A_2|^2 \right). \quad (37)$$

В приближении полюсных диаграмм $|A_1|^2 = |A_2|^2$ и выражение (37) определяется соотношением:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2 t^2}{64\pi^2 s} |A_1|^2 \left(1 + \frac{\Pi^4}{m^4} \right). \quad (38)$$

Далее отметим, что

$$\Pi^2 = \frac{m^2 t - (s - m^2)(u - m^2)}{t}.$$

В системе центра масс кинематическая переменная t имеет вид:

$$t = -2\omega^2(1 - z) = -\frac{(s - m^2)^2}{2s}(1 - z).$$

Вместо переменных $t(u)$ для дальнейших вычислений используем $z = \cos\theta$, поскольку в экспериментальных работах такой вид сечений часто применяется:

$$u - m^2 = -\frac{(s - m^2)}{2s} (s(1 + z) + m^2(1 - z)).$$

В свою очередь,

$$|A_1|_B^2 = |A_2|_B^2 = \frac{16m^2 e^4 s^2}{(s - m^2)^4 (s(1 + z) + m^2(1 - z))^2},$$

$$\Pi^2 = -s \frac{(1 + z)}{(1 - z)}.$$

В этом случае

$$1 + \frac{\Pi^4}{m^4} = \frac{s^2(1 + z)^2 + m^4(1 - z)^2}{m^4(1 - z)^2}.$$

Подставим все полученные выражения в (38), тогда сечение в борновском приближении примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{m^2 t^2}{64\pi^2 s} \frac{16m^2 e^4 s^2}{(s - m^2)^4 (s(1 + z) + m^2(1 - z))^2} \frac{s^2(1 + z)^2 + m^4(1 - z)^2}{m^4(1 - z)^2} = \\ &= \frac{4e^2}{64\pi^2 s} \frac{(s^2(1+z)^2 + m^4(1-z)^2)}{(s(1+z) + m^2(1-z))^2}. \end{aligned}$$

Учтем, что

$$\frac{(s^2(1 + z)^2 + m^4(1 - z)^2)}{(s(1 + z) + m^2(1 - z))^2} = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{(s - m^2) + (s + m^2)z}{(s + m^2) + (s - m^2)z} \right)^2 \right).$$

В итоге получим для сечения в борновском приближении такое же выражение, как и в экспериментальной работе [14]:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_B = \frac{1}{2s} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right) \left(1 + \left(\frac{(s - m^2) + (s + m^2)z}{(s + m^2) + (s - m^2)z} \right)^2 \right).$$

3. Определение дифференциального сечения комptonовского рассеяния в системе центра масс с учетом совместного вклада полюсных диаграмм и поляризуемостей пиона

Согласно формулам (35) и (36) амплитуды, свободные от кинематических особенностей выражаются через вклады полюсных диаграмм и поляризуемостей, следующим образом [10]

$$A_1 = A_1^{(B)} + 2\pi(\alpha - \beta), \quad (39)$$

$$A_2 = A_2^{(B)} + 2\pi(\alpha + \beta), \quad (40)$$

в которых

$$A_1^{(B)} = A_2^{(B)} = \frac{2me^2}{(s - m^2)(u - m^2)}.$$

Скалярные функции ковариантного тензорного представления (24) связаны с A_1 и A_2 :

$$T_1 = \frac{1}{2} t \left(A_1 + \frac{\Pi^2}{m^2} A_2 \right),$$

$$T_2 = \frac{1}{2} t \left(A_1 - \frac{\Pi^2}{m^2} A_2 \right).$$

Поскольку

$$(|T_1|^2 + |T_2|^2) = \frac{t^2}{2} \left(|A_1|^2 + \frac{\Pi^4}{m^4} |A_2|^2 \right),$$

То дифференциальное сечение в системе центра масс имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2m^2}{64\pi^2 s} (|T_1|^2 + |T_2|^2) = \frac{m^2 t^2}{64\pi^2 s} \left(|A_1|^2 + \frac{\Pi^4}{m^4} |A_2|^2 \right). \quad (41)$$

Согласно (39) и (40) квадраты амплитуд $|A_1|^2$ и $|A_2|^2$ можно представить

$$|A_1|^2 = |A_1^{(B)}|^2 + 4\pi(\alpha - \beta)A_1^{(B)} + 4\pi^2(\alpha - \beta)^2,$$

$$|A_2|^2 = |A_2^{(B)}|^2 + 4\pi(\alpha + \beta)A_2^{(B)} + 4\pi^2(\alpha + \beta)^2.$$

В сечении (41) необходимо учесть то, что $A_1^{(B)} = A_2^{(B)}$, и интерференции $4\pi(\alpha - \beta)A_1^{(B)}$ и $4\pi(\alpha + \beta)A_2^{(B)}$. В таком случае

$$|A_1|^2 + \frac{\Pi^4}{m^4}|A_2|^2 = |A_1^{(B)}|^2 \left(1 + \frac{\Pi^4}{m^4}\right) + 4\pi A_1^{(B)}((\alpha - \beta) + (\alpha + \beta) \frac{\Pi^4}{m^4})$$

и дифференциальное сечение комптоновского рассеяния в системе центра инерции в указанном приближении имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2 t^2}{64\pi^2 s} |A_1|^2 \left(1 + \frac{\Pi^4}{m^4}\right) + \frac{4\pi m^2 t^2}{64\pi^2 s} A_1^{(B)}((\alpha - \beta) + (\alpha + \beta) \frac{\Pi^4}{m^4}). \quad (42)$$

В выражении (42) первое слагаемое является дифференциальным сечением в борновском приближении

$$\frac{d\sigma^{(B)}}{d\Omega} = \frac{m^2 t^2}{64\pi^2 s} |A_1|^2 \left(1 + \frac{\Pi^4}{m^4}\right),$$

а второе слагаемое – интерференция борновской части с амплитудой с учетом вкладов поляризуемостей

$$\frac{d\sigma^{(Int)}}{d\Omega} = \frac{4\pi m^2 t^2}{64\pi^2 s} A_1^{(B)}((\alpha - \beta) + (\alpha + \beta) \frac{\Pi^4}{m^4}). \quad (43)$$

Амплитуда $A_1^{(B)}$ в переменных s и $z = \cos\theta$ в системе центра инерции имеет вид

$$A_1^{(B)} = -\frac{4me^2 s}{(s-m^2)^2(s(1+z)+m^2(1-z))}. \quad (44)$$

В выражении (52) учтено, что

$$u - m^2 = -\frac{s-m^2}{2s}(s(1+z) + m^2(1-z)).$$

В свою очередь в переменных s и z

$$\Pi^2 = -s \frac{(1+z)}{(1-z)}.$$

Поэтому выражение в скобках из формулы (51) равно:

$$(\alpha - \beta) + (\alpha + \beta)s^2 \frac{(1+z)^2}{m^4(1-z)^2} = \frac{(\alpha - \beta)(1-z)^2 + \frac{s^2}{m^4}(\alpha + \beta)(1+z)^2}{(1-z)^2}. \quad (45)$$

Если (44) и (45) подставим в выражение (43), то получим формулу, аналогичную экспериментальной работе [14]:

$$\frac{d\sigma^{(Int)}}{d\Omega} = -\frac{m^3(s-m^2)^2}{4s^2} \left(\frac{e^2}{4\pi}\right) \frac{(\alpha - \beta)(1-z)^2 + \frac{s^2}{m^4}(\alpha + \beta)(1+z)^2}{(s+m^2) + (s-m^2)z}.$$

Заключение

Таким образом, на основе эффективного ковариантного лагранжиана взаимодействия электромагнитного поля с пионом с учетом его электрической и магнитной поляризуемостей, рассчитан вклад этих поляризуемостей в скалярные функции инвариантной амплитуды комптоновского рассеяния на пионе. Используя инвариантную амплитуду комптоновского рассеяния на пионе с учетом вкладов полюсных диаграмм и поляризуемостей, получено дифференциальное и полное сечение этого процесса, которые экспериментально могут быть экспериментально измерены.

Литература

1. Максименко, Н. В. Поляризуемость и гирация элементарных частиц / Н. В. Максименко, Л. Г. Мороз // Вопросы атомной науки и техники. Сер. «Общая и ядерная физика». – 1979. – № 4(10). – С. 26–27.
2. Крылов, В. Б. Спиновые частицы в поле плоской электромагнитной волны / В. Б. Крылов, А. Ф. Радюк, Ф. И. Федоров // Препринт № 113. – Минск, 1976. – 59 с.
3. Максименко, Н. В. Низкоэнергетическое комптоновское рассеяние и поляризуемость адронов спина 0 в калибровочно-

инвариантном подходе / Н. В. Максименко, Е. В. Вакулина // Известия вузов. Физика. – 2010. – Т. 53. – № 7. – С. 84–88.

4. Андреев, В. В. Поляризуемости псевдоскалярных мезонов в пуанкаре-инвариантной кварковой модели и гирация элементарных частиц / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Вестник Брестского университета. Сер. «Прыродазнаўчыя навукі». – 2009. – № 2(33). – С. 36–45.

5. Силенко, А. Я. Электрическая и магнитная поляризуемости точечноподобных частиц со спином $\frac{1}{2}$ / А. Я. Силенко // Письма в ЭЧАЯ. – 2014. – Т. 11(190). – С. 1118–1121.

6. Силенко, А. Я. Оператор Гамильтона и классический предел для скалярных частиц в электромагнитном поле / А. Я. Силенко // ТМФ. – 2008. – Т. 156. – С. 398–411.

7. Feinberg, G. General theory of the Van der Waals interaction: a model-independent approach / G. Feinberg, J. Sucher // Phys. Rev. A. – 1970. – Vol. 2. – P. 2395–2415.

8. Ициксон, К. Квантовая теория поля / К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер. – М.: Мир, 1984. – Т.1. – 448 с.

9. Feinberg, G. Spin-dependent two-photon-exchange forces / G. Feinberg, J. Sucher // Phys. Rev. D. – 1992. – Vol. 45. – P. 2493–2517.

10. Львов, А. И. Правила сумм для коэффициентов электрической и магнитной поляризуемости адронов / А. И. Львов, В. А. Петрунькин, С. А. Старцев // Препринт № 173, ФИАН, Москва, 1976. – 25 с.

11. Holstein, B. R. Graviton Physics Holstein // American Journal of Physics. – 2006. – Vol. 74. – P. 1002–1011.

12. Prange, R. E. Dispersion relations for Compton scattering / R. E. Prange // Phys. Rev. – 1956. – Vol. 110, №1 – P. 240–252.

13. Берестецкий, В. Б. Квантовая электродинамика / В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. – Москва: Наука, 1980. – 704 с.

14. Measurement of the π meson polarizabilities via the $\gamma p \rightarrow \gamma \pi^+ n$ reaction / J. Ahrens [et al.] // Eur. Phys. J. – 2005. – Vol. A23. – P. 113–127.

А. В. Ивашкевич

Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

**БЕЗМАССОВОЕ ПОЛЕ СО СПИНОМ 3/2:
РЕШЕНИЯ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ,
УСТРАНЕНИЕ КАЛИБРОВОЧНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ**

Известно представление уравнения для частицы со спином 3/2 [1]

$$\gamma^5 \varepsilon_\rho^{\sigma\alpha\beta}(x) \gamma_\sigma D_\alpha \Psi_\beta = 0, \quad D_\alpha = \nabla_\alpha + \Gamma_\alpha. \quad (1)$$

Переходя к тетрадному представлению $\Psi_\beta = e_\beta^{(l)} \Psi_l$, получаем уравнение $\gamma^5 \varepsilon_k^{can} \gamma_c (D_a)_n^l \Psi_l = 0$, где $D_a = e_{(a)}^\alpha \partial_\alpha + \frac{1}{2} (\sigma^{ps} \otimes I + I \otimes j^{ps}) \gamma_{[ps]a}$. Введем шесть матриц $\varepsilon_k^{can} = (\mu^{[ca]})_k^n$, тогда уравнение записывается так

$$\gamma^5 (\mu^{[ca]})_k^n \gamma_c (D_a)_n^l \Psi_l = 0. \quad (2)$$

Используем цилиндрическую систему координат и соответствующую тетраду, компоненты оператора D_c такие:

$$D_0 = \partial_t, D_1 = \partial_r, D_2 = \frac{1}{r} \partial_\phi + \frac{1}{r} (\sigma^{12} \otimes I + I \otimes j^{12}), D_3 = \partial_z. \quad (3)$$

Строим решения в виде цилиндрических волн

$$\Psi_{A(n)} = e^{-i\epsilon t} e^{im\phi} e^{ikz} \Phi_{A(n)}(r), \quad \Phi(r) = \begin{vmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & f_3 \\ g_0 & g_1 & g_2 & g_3 \\ h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ d_0 & d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Квантовое число m принимает значения: $m = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \dots$. После разделения переменных получаем систему из 16 уравнений, вводим новые переменные

$$f_1 + if_2 = F_1, \quad f_1 - if_2 = F_2, \quad g_1 + ig_2 = G_1, \quad g_1 - ig_2 = G_2,$$

$$\begin{aligned}
h_1 + ih_2 = H_1, \quad h_1 - ih_2 = H_2, \quad d_1 + id_2 = D_1, \quad d_1 - id_2 = D_2, \\
f_0 + f_3 = F_0, \quad f_0 - f_3 = F_3, \quad g_0 + g_3 = G_0, \quad g_0 - g_3 = G_3, \\
h_0 + h_3 = H_0, \quad h_0 - h_3 = H_3, \quad d_0 + d_3 = D_0, \quad d_0 - d_3 = D_3.
\end{aligned}$$

Уравнения в этих переменных запишем с использованием обозначений

$$a = \frac{d}{dr} + \frac{1+2m}{2r}, \quad b = \frac{d}{dr} + \frac{1-2m}{2r}. \quad (5)$$

Тогда 16 уравнений представимы в виде двух несвязанных подсистем, рассматриваем первую:

$$\begin{aligned}
iaF_1 + iaG_3 - i(b + \frac{1}{r})F_2 = (\varepsilon + k)G_2, \quad ibG_2 + ibF_0 - i(a + \frac{1}{r})G_1 = (\varepsilon - k)F_1, \\
iaG_0 = (\varepsilon - k)G_2, \quad ibF_3 = (\varepsilon + k)F_1, \quad i(a - \frac{1}{r})F_0 = F_2(\varepsilon - k), \quad i(b - \frac{1}{r})G_3 = G_1(\varepsilon + k), \\
ibF_0 = F_1(\varepsilon - k) - G_0(\varepsilon + k) + G_3(\varepsilon - k), \quad iaG_3 = G_2(\varepsilon + k) - F_3(\varepsilon - k) + F_0(\varepsilon + k). \quad (6)
\end{aligned}$$

Методом исключения получаем уравнения 2-го порядка:

$$\begin{aligned}
\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m-1/2)^2}{r^2} \right] \left(\frac{F_0}{\varepsilon - k} - \frac{F_3}{\varepsilon + k} \right) = 0, \\
\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m+1/2)^2}{r^2} \right] \left(\frac{G_0}{\varepsilon - k} - \frac{G_3}{\varepsilon + k} \right) = 0.
\end{aligned}$$

Затем показываем, что можно наложить линейные условия связи двух типов:

$$A, \quad \frac{F_3(r)}{\varepsilon + k} = + \frac{F_0(r)}{\varepsilon - k} = f(r), \quad \frac{G_3(r)}{\varepsilon + k} = + \frac{G_0(r)}{\varepsilon - k} = g(r); \quad (7)$$

$$B, \quad \frac{F_3(r)}{\varepsilon + k} = - \frac{F_0(r)}{\varepsilon - k} = f(r), \quad \frac{G_3(r)}{\varepsilon + k} = - \frac{G_0(r)}{\varepsilon - k} = g(r). \quad (8)$$

В случае А уравнения выполняются тождественно, при этом основные функции $f(r), g(r)$ могут быть любыми. Можно показать, что случай А описывает калибровочные решения.

В случае же В основные функции $f(r), g(r)$ удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned} F_0, F_3, & \quad \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \varepsilon^2 - k^2 - \frac{(m-1/2)^2}{r^2} \right] f(r) = 0; \\ G_0, G_3, & \quad \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \varepsilon^2 - k^2 - \frac{(m+1/2)^2}{r^2} \right] g(r) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Убеждаемся, что принятые условия В совместимы с полной системой уравнений, если выполняются соотношения связи первого порядка:

$$bF_0 = i(\varepsilon + k)G_0, \quad aG_0 = i(\varepsilon - k)F_0. \quad (10)$$

В выражениях $F_0 = -(\varepsilon - k)f$, $G_0 = -(\varepsilon - k)g$ множители можно ввести в обозначения:

$$F_0 = -(\varepsilon - k)f = F, \quad G_0 = -(\varepsilon - k)g = G;$$

при этом условия связи примут вид

$$bF = i(\varepsilon + k)G, \quad aG = i(\varepsilon - k)F. \quad (11)$$

Отметим, что уравнения (11) содержат в себе введенные выше уравнения 2-го порядка. Существование связей (11) означает, что для случая В система из 8 уравнений описывает только одно решение, а не два (как могло бы показаться с первого взгляда). Соотношения (11) позволяют вычислить относительный коэффициент между функциями $F(r)$ и $G(r)$.

Чтобы исследовать следствия из второй восьмерки уравнений, достаточно увидеть, что второй набор функций следует из первого в результате замен (воспользуемся ими в самом конце). Построим решения уравнений 2-го порядка:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \varepsilon^2 - k^2 - \frac{(m+1/2)^2}{r^2} \right] G(r) = 0,$$

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \varepsilon^2 - k^2 - \frac{(m-1/2)^2}{r^2} \right] F(r) = 0. \quad (12)$$

Для этого переходим к переменной $x = \sqrt{\varepsilon^2 - k^2} r$, в результате получим уравнения Бесселя:

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d}{dx} + 1 - \frac{p^2}{x^2} \right] G = 0, \quad p = m + \frac{1}{2}, \quad -p = -m - \frac{1}{2}.$$

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d}{dx} + 1 - \frac{s^2}{x^2} \right] F = 0, \quad s = m - \frac{1}{2} = p - 1, \quad -s = -p + 1. \quad (13)$$

Независимые решения каждого из уравнений Бесселя можно перечислить таким образом:

$$G_{(1)}(x) \sim J_p(x), \quad G_{(2)}(x) \sim J_{-p}(x);$$

$$F_{(1)}(x) \sim J_s(x) = J_{p-1}(x), \quad F_{(2)}(x) \sim J_{-s}(x) = J_{-p+1}(x). \quad (14)$$

Ниже для определенности будем следить только за регулярными в нуле решениями. При положительных значениях величины m это решения G_1, F_1 . Преобразуем уравнения связи (11) к функциям Бесселя:

$$\sqrt{\varepsilon + k} \left(\frac{d}{dx} + \frac{p}{x} \right) \beta J_p = i \sqrt{\varepsilon - k} \alpha J_{p-1};$$

$$\sqrt{\varepsilon - k} \left(\frac{d}{dx} - \frac{p-1}{x} \right) \alpha J_{p-1} = i \sqrt{\varepsilon + k} \beta J_p.$$

Отсюда с учетом известных тождеств

$$\left(\frac{d}{dx} + \frac{p}{x} \right) J_p = J_{p-1}, \quad \left(\frac{d}{dx} - \frac{p-1}{x} \right) J_{p-1} = -J_p$$

получаем алгебраические уравнения для коэффициентов α, β :

$$\sqrt{\varepsilon+k} \beta = i\sqrt{\varepsilon-k} \alpha, \quad \sqrt{\varepsilon-k} \alpha = -i\sqrt{\varepsilon+k} \beta \Rightarrow \alpha = \sqrt{\varepsilon+k}, \quad \beta = i\sqrt{\varepsilon-k}.$$

Следовательно, нужные решения имеют вид (при $m > 0$)

$$F_{(1)}(x) = \sqrt{\varepsilon+k} J_{p-1}(x), \quad G_{(1)}(x) = i\sqrt{\varepsilon-k} J_p(x); \quad (15)$$

нужные решения при отрицательных m такие:

$$F_{(2)}(x) = \sqrt{\varepsilon+k} J_{-p+1}(x), \quad G_{(2)}(x) = i\sqrt{\varepsilon-k} J_{-p}(x). \quad (16)$$

Без вычислений получаем аналогичные ответы из анализа второй восьмерки уравнений (детали опускаем):

$$H_{(1)}(x) = \sqrt{\varepsilon-k} J_{p-1}(x), \quad D_{(1)}(x) = i\sqrt{\varepsilon+k} J_p(x), \quad m > 0. \quad (17)$$

$$H_{(2)}(x) = \sqrt{\varepsilon-k} J_{-p+1}(x), \quad D_{(2)}(x) = i\sqrt{\varepsilon+k} J_{-p}(x), \quad m < 0. \quad (18)$$

Таким образом, система уравнений, описывающая безмассовую частицу со спином $3/2$, решена в цилиндрических координатах пространства Минковского. Используется общековариантный тетрадный формализм. На решениях диагонализуются операторы $i\partial_t, J_3, i\partial_z$. После разделения переменных получена система уравнений для 16 функций, зависящих от переменной r . Показано, что построенные согласно теории Паули-Фирца калибровочные решения с цилиндрической симметрией, обращают эти 16 уравнений в тождества. Найдены 6 линейно независимых решений системы уравнений, 4 из них совпадают с калибровочными, два не содержат калибровочных степеней свободы и описывают физически наблюдаемые состояния, они выражаются через функции Бесселя.

Литература

1. Редьков, В. М. Поля частиц в римановом пространстве и группа Лоренца / В. М. Редьков. – Минск: Белорус. наука, 2009. – 486 с.

А. В. Ивашкевич, О. А. Василюк, В. В. Кисель, В. М. Редьков
 Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
 Минск, Беларусь

ТЕОРИЯ ФРАДКИНА ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 3/2, НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЙ ПРЕДЕЛ

1. Исходные соотношения

Помимо уравнения Паули-Фирца [1, 2] для частицы со спином 3/2, известно уравнение, предложенное Фрадкиным [3]; также см. [4–7]. При занулении дополнительного параметра Фрадкина Λ следует уравнение Паули-Фирца. С целью установления физической интерпретации этого параметра в работе исследован вопрос нерелятивистском приближения в теории Фрадкина.

Исходим из уравнения Фрадкина

$$(D_\mu \Gamma_\mu + M + Q)\Psi = 0, \quad D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu, \quad (1)$$

где Ψ преобразуется как вектор-биспинор; матрицы Γ_μ представляются так:

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu \otimes e^{v,v} + \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_\rho \otimes (e^{\rho,\mu} - e^{\mu,\rho}); \quad (2)$$

Q описывает дополнительное взаимодействие с электромагнитным полем:

$$Q = -\frac{ie\Lambda}{3M} F_{\mu\nu} \left\{ 2\sqrt{3} \gamma_\lambda \gamma_\nu \otimes e^{\lambda,\mu} - 2\gamma_\mu \gamma_\rho \otimes (e^{v,\rho} + e^{\rho,v}) + \right. \\ \left. + \gamma_\mu \gamma_\nu \otimes e^{\rho,\rho} + 2I \otimes e^{\mu,\nu} + \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho} \gamma^5 \otimes e^{\lambda,\rho} \right\}. \quad (3)$$

Для разложения функций в большие и малые составляющие нужно знать минимальное уравнение для матрицы Γ_4 : $\Gamma_4^2(\Gamma_4^2 - 1) = 0$. Учитывая его, можно убедиться в существовании трех проективных операторов:

$$P_+ = +\frac{1}{2}\Gamma_4^2(\Gamma_4 + 1), \quad P_- = -\frac{1}{2}\Gamma_4^2(\Gamma_4 - 1), \quad P_0 = 1 - \Gamma_4^2, \quad P_+ + P_- + P_0 = 1;$$

они позволяют разложить волновую функцию в сумму трех частей:

$$\Psi^{(+)} = \frac{1+\gamma_4}{2} \begin{vmatrix} \Psi_c - \frac{1}{3}\gamma_c\gamma_b\Psi_b \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \Psi^{(-)} = \frac{1-\gamma_4}{2} \begin{vmatrix} \Psi_c - \frac{1}{3}\gamma_c\gamma_b\Psi_b \\ 0 \end{vmatrix},$$

$$\Psi^{(0)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3}\gamma_c\gamma_b\Psi_b \\ \Psi_4 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

В нерелятивистском приближении компонента $\Psi^{(+)}$ является большой, а компоненты $\Psi^{(-)}$ и $\Psi^{(0)}$ – малые.

2. Нерелятивистское уравнение в приближении 1-го порядка по Λ

Выведено нерелятивистское уравнение в приближении 1-го порядка по Λ :

$$D_4\Phi_c^{(+)} - \frac{1}{2M}D^2\Phi_c^{(+)} + \frac{ie}{3M}F_{ab} \left\{ \frac{3}{4}\gamma_a\gamma_b\Phi_c^{(+)} + \gamma_c\gamma_a\Phi_b^{(+)} \right\} -$$

$$-\frac{ie\Lambda}{3M} \left\{ 2F_{ab}\gamma_c\gamma_a\Phi_b^{(+)} - 2F_{ca}\Phi_a^{(+)} + F_{ab}\gamma_a\gamma_b\Phi_c^{(+)} \right\} = 0. \quad (5)$$

Из 16 уравнений независимыми являются только четыре. Покажем, что после перехода к этим 4-м компонентам член, пропорциональный Λ , дает нулевой вклад. Для этого детализируем структуру нерелятивистской функций $\Phi_c^{(+)}$:

$$\Phi_1^{(+)} = (1/6)(1+\gamma_4)[2\Phi_1 - \gamma_1\gamma_2\Phi_2 + \gamma_3\gamma_1\Phi_3],$$

$$\Phi_2^{(+)} = (1/6)(1+\gamma_4)[2\Phi_2 + \gamma_1\gamma_2\Phi_1 - \gamma_2\gamma_3\Phi_3],$$

$$\Phi_3^{(+)} = (1/6)(1+\gamma_4)[2\Phi_3 - \gamma_3\gamma_1\Phi_1 + \gamma_2\gamma_3\Phi_2].$$

Получаем явные представления для трех компонент:

$$\Phi_1^{(+)} = \begin{vmatrix} \Phi_{11}^{(+)} \\ \Phi_{21}^{(+)} \\ \Phi_{11}^{(+)} \\ \Phi_{21}^{(+)} \end{vmatrix}, \quad \Phi_2^{(+)} = \begin{vmatrix} \Phi_{12}^{(+)} \\ \Phi_{22}^{(+)} \\ \Phi_{12}^{(+)} \\ \Phi_{22}^{(+)} \end{vmatrix}, \quad \Phi_3^{(+)} = \begin{vmatrix} -(\Phi_{21}^{(+)} + i\Phi_{22}^{(+)}) \\ (\Phi_{11}^{(+)} - i\Phi_{12}^{(+)}) \\ -(\Phi_{21}^{(+)} + i\Phi_{22}^{(+)}) \\ (\Phi_{11}^{(+)} - i\Phi_{12}^{(+)}) \end{vmatrix};$$

отсюда следует, что в нерелятивистских функциях $\Phi_c^{(+)}$ имеем только 4 независимые компоненты. Собираем их в столбец $\psi = \{\Phi_{11}^{(+)}, \Phi_{21}^{(+)}, \Phi_{12}^{(+)}, \Phi_{22}^{(+)}\}$. Обратимся к 16-мерному уравнению (5). Рассмотрим часть, содержащую Λ -член. Пусть $c = 1$, пропорциональный Λ член задается выражением

$$X_{\Lambda(1)} = -2 \frac{ie\Lambda}{3M} F_{23} \begin{vmatrix} -i\Phi_{13}^{(+)} + \Phi_{22}^{(+)} - i\Phi_{21}^{(+)} \\ i\Phi_{23}^{(+)} - \Phi_{12}^{(+)} - i\Phi_{11}^{(+)} \\ -i\Phi_{33}^{(+)} + \Phi_{42}^{(+)} - i\Phi_{41}^{(+)} \\ i\Phi_{43}^{(+)} - \Phi_{32}^{(+)} - i\Phi_{31}^{(+)} \end{vmatrix}.$$

В силу полученных выше равенств, для $X_{\Lambda(1)}$ получаем тождество: $X_{\Lambda(1)} \equiv 0$, аналогично $X_{\Lambda(2)} \equiv 0$, $X_{\Lambda(3)} \equiv 0$. Таким образом, имеем уравнение

$$D_4 \Phi_c^{(+)} - \frac{1}{2M} D^2 \Phi_c^{(+)} + \frac{ie}{3M} F_{ab} \left\{ \frac{3}{4} \gamma_a \gamma_b \Phi_c^{(+)} + \gamma_c \gamma_a \Phi_b^{(+)} \right\} = 0. \quad (6)$$

Явное представление этого уравнения для 4-компонентной функции следующее:

$$\left(D_4 - \frac{1}{2M} D^2 \right) \begin{vmatrix} \Phi_{1(1)}^+ \\ \Phi_{2(1)}^+ \\ \Phi_{1(2)}^+ \\ \Phi_{2(2)}^+ \end{vmatrix} + \frac{ie}{3M} \left\{ F_{12} \begin{vmatrix} -i/2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & i/2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -i/2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & i/2 \end{vmatrix} + \right.$$

$$+F_{31} \begin{vmatrix} 0 & 3/2 & 0 & i \\ -3/2 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 \end{vmatrix} + F_{23} \begin{vmatrix} 0 & -i/2 & 0 & 0 \\ -i/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -3i/2 \\ 1 & 0 & -3i/2 & 0 \end{vmatrix} \left. \begin{matrix} \Phi_{1(1)}^+ \\ \Phi_{2(1)}^+ \\ \Phi_{1(2)}^+ \\ \Phi_{2(2)}^+ \end{matrix} \right\} = 0.$$

Введя три матрицы (для компонент спина)

$$S_1 = -i \begin{vmatrix} 0 & -i/2 & 0 & 0 \\ -i/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -3i/2 \\ 1 & 0 & -3i/2 & 0 \end{vmatrix}, \text{ и т. д.}$$

уравнение представляем так:

$$\left\{ D_4 - \frac{1}{2M} \bar{D}^2 - \frac{e}{3M} (F_{23} S_1 + F_{31} S_2 + F_{12} S_3) \right\} \Psi = 0. \quad (7)$$

3. Учет квадратичных членов по Λ

Определим вид нерелятивистского уравнения с учетом квадратичных по Λ членов. Для этого малые функции исходного уравнения выразим через большие, используя следующим за нулевым порядок приближения.

При учете только магнитного поля для квадратичного слагаемого получаем выражение

$$\frac{4}{M} \left(\frac{e\Lambda}{3M} \right)^2 \left\{ B_3^2 \begin{vmatrix} -1 & 0 & i & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -i \\ -i & 0 & -1 & 0 \\ 0 & i & 0 & -1 \end{vmatrix} + B_3 B_2 \begin{vmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{vmatrix} + \right. \\ \left. + B_3 B_1 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2i & 0 & 1 \\ -2i & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} + B_2^2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \right.$$

$$+B_2B_1 \begin{vmatrix} -i & 0 & -2 & 0 \\ 0 & i & 0 & -2 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{vmatrix} + B_1^2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{vmatrix} \left. \vphantom{\begin{vmatrix} -i & 0 & -2 & 0 \\ 0 & i & 0 & -2 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{vmatrix}} \right\} \begin{vmatrix} \Phi_{11}^{(+)} \\ \Phi_{21}^{(+)} \\ \Phi_{12}^{(+)} \\ \Phi_{22}^{(+)} \end{vmatrix}.$$

Полное нерелятивистское уравнение записывается символически так:

$$D_4\psi = \left\{ \frac{1}{2M} D^2 + \frac{e}{3M} \sum_i B_i S_i - \frac{4}{M} \left(\frac{e\Lambda}{3M} \right)^2 \sum_{(ik)} B_i B_k M_{ik} \right\} \psi. \quad (8)$$

Уравнение описывает дополнительное взаимодействие частицы с магнитным полем.

Нерелятивистское уравнение во внешнем электрическом поле после необходимых вычислений принимает очень простой вид

$$D_4\Phi_c^{(+)} = \frac{1}{2M} D^2\Phi_c^{(+)}. \quad (9)$$

Таким образом, нерелятивистское уравнение в теории Фрадкина не содержит дополнительного члена взаимодействия с электрическим полем, есть только вклады взаимодействия с магнитным полем. По этой причине это уравнение можно рассматривать как описывающее частицу с магнитным квадрупольным моментом.

Литература

1. Fierz, M. Über die relativistische theorie Kraftfreier Teilchen mit beliebigem Spin / M. Fierz // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Vol. 12. – P. 3–37.
2. Pauli, W. Über relativistische Feldgleichungen von Teilchen mit beliebigem Spin im elektromagnetischen Feld / W. Pauli // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Vol. 12. – P. 297–300.
3. Фрадкин, Е. С. К теории частиц с высшими спинами / Е. С. Фрадкин // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20, вып. 1. – С. 27–38.
4. Федоров, Ф. И. Обобщенные релятивистские волновые уравнения / Ф. И. Федоров // Докл. Акад. наук СССР. – 1952. – Т. 82, № 1. – С. 37–40.

5. Богуш, А. А. Уравнение для частицы со спином $3/2$, обладающей аномальным магнитным моментом / А. А. Богуш, В. В. Кисель // Изв. вузов. Физика. – 1984. – № 1. – С. 23–27.

6. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск: Беларус. навука, 2015. – 328 с.

7. Elementary particles with internal structure in external fields. I. General theory, II. Physical problems. / V. V. Kisel [et al.]. – New York: Nova Science Publishers Inc., 2018. – 404 p.

**Е. С. Кокоулина¹, М. И. Левчук^{2,3}, М. Н. Невмержицкий³,
Р. Г. Шуляковский^{3,4}**

¹Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

²Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

³Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь

⁴Институт ядерных проблем Белорусского государственного
университета, Минск, Беларусь

КОМПОНЕНТА ТЕНЗОРНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ T_{20} В РЕАКЦИИ КОГЕРЕНТНОГО ФОТОРОЖДЕНИЯ ПИ-МЕЗОНА НА ДЕЙТРОНЕ В ОБЛАСТИ Δ -РЕЗОНАНСА

Введение

Эксперименты по рождению пионов на нуклонах и ядрах предоставляют уникальную возможность для изучения внутренней структуры нуклона и других сильновзаимодействующих систем. Исследования в этой области долгое время являются одним из основополагающих направлений физики частиц и ядер.

Недавно были опубликованы результаты уникальных измерений компоненты тензорной поляризации T_{20} в реакции когерентного фоторождения пиона на дейтроне [1]. Настоящая работа посвящена вычислению T_{20} в рамках плосковолнового импульсного приближения.

1. Кинематика реакции

Все расчеты проводятся в системе отсчета центра масс. Введем обозначения $k = (\omega, \vec{k})$, $p = (E, -\vec{k})$, $q = (\varepsilon_\pi, \vec{q})$ и $p' = (E', -\vec{q})$ для 4-импульсов начального фотона, начального дейтрона, конечного пи-

она и конечного дейтрона соответственно. E_γ – энергия фотона в лабораторной системе отсчета, т.е. $\omega = E_\gamma M / W_{\gamma d}$, где M – масса дейтрона, $W_{\gamma d} = \sqrt{M^2 + 2ME_\gamma}$ – инвариантная масса системы.

Стоит отметить, что для массы пиона $\mu = 134,98$ МэВ пороговая энергия реакции составляет

$$E_\gamma^{\text{th}} = \mu + \frac{\mu^2}{2M} = 139,8 \text{ МэВ.}$$

В качестве независимых кинематических переменных используем энергию фотона в лабораторной системе E_γ и угол вылета пиона в системе центра масс θ . Импульс пиона в системе центра масс можно выразить как

$$q = \frac{1}{2W_{\gamma d}} \sqrt{[W_{\gamma d}^2 - (M + \mu)^2][W_{\gamma d}^2 - (M - \mu)^2]}.$$

Кинематика, таким образом, полностью определена.

Неполяризованное дифференциальное сечение реакции определяется следующим соотношением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{96\pi^2} \frac{EE'q}{E_\gamma MW_{\gamma d}} \sum_{m'_d \lambda m_d} |\langle m'_d | T | \lambda m_d \rangle|^2, \quad (1)$$

где m_d, m'_d и λ обозначают спиновые состояния начального и конечного дейтронов и фотона соответственно. Из сохранения четности следует равенство

$$\langle m'_d | T | \lambda m_d \rangle = (-1)^{1+m_d+m'_d+\lambda} \langle -m'_d | T | -\lambda - m_d \rangle. \quad (2)$$

В случае реальных фотонов ($\lambda = \pm 1$) соотношение (2) может быть переписано в более простой форме:

$$\langle -m'_d | T | -\lambda - m_d \rangle = (-1)^{m_d+m'_d} \langle m'_d | T | \lambda m_d \rangle. \quad (3)$$

Равенство (3) позволяет получить исчерпывающее описание реакции, используя только половину из 18 поляризованных амплитуд, например те, в которых спиральность фотона $\lambda = 1$. Следовательно, дифференциальное сечение (1) можно записать как

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{48\pi^2} \frac{EE'q}{E_\gamma MW_{\gamma d}} \sum_{m'_d m_d} |\langle m'_d | T | 1m_d \rangle|^2. \quad (4)$$

Кроме того, используя тождество (3), можно определить компоненту тензорной поляризации T_{20} :

$$T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sum_{m_d} (|\langle m_d | T | 11 \rangle|^2 + |\langle m_d | T | 1-1 \rangle|^2 - 2|\langle m_d | T | 10 \rangle|^2)}{\sum_{m'_d m_d} |\langle m'_d | T | 1m_d \rangle|^2}. \quad (5)$$

2. Модель реакции

Для описания реакции построена модель в рамках плосковолнового импульсного приближения (ПВИП), диаграмма которого представлена на рисунке 1.

В расчетах в качестве основной использована параметризация волновой функции дейтрона, основанная на зарядозависимом бонновском нуклон-нуклонном потенциале (CD-Bonn NN potential, [2]). Описание элементарных амплитуд фоторождения пиона на нуклоне построено в параметризации [3] с использованием унитарной изобарной модели MAID07 [4].

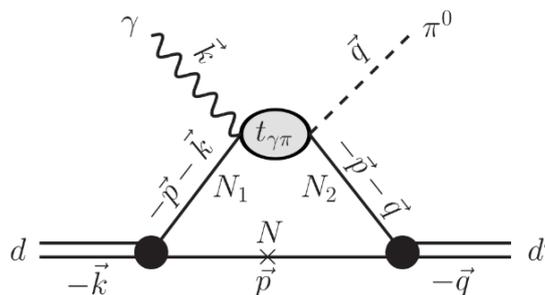


Рисунок 1 – Диаграммное представление реакции в ПВИП

3. Результаты

На рисунке 2 приведено сравнение расчетов, использующих различные параметризации волновых функций дейтрона. Точки – экспе-

риментальные данные из работы [1]. Черные кривые – результаты, полученные с использованием волновой функции, соответствующей потенциалу CD-Bonn [2], синие – потенциалу V18 [5], красные – потенциалу Nijm93 [6]. Результаты, полученные для потенциала NijmII [6] совпадают с таковыми для V18 и на рисунке не представлены.

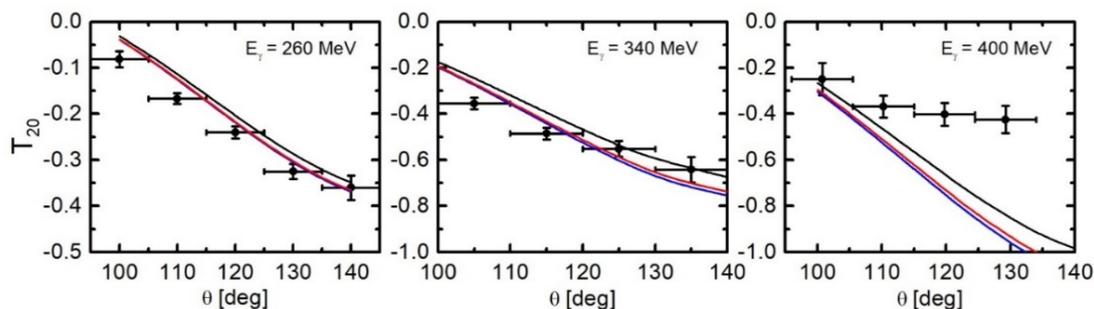


Рисунок 2 – Зависимость результатов от выбора потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия

На рисунке 3 представлены предсказания, выполненные в рамках различных моделей. Черные кривые – то же, что и на рисунке 3, получены в рамках описанной в разделе 2 модели. Синие кривые – полный расчет из работы [7]. Красные кривые получены из модели, аналогичной нашей [8]. Голубые линии – предсказания из работы [9].

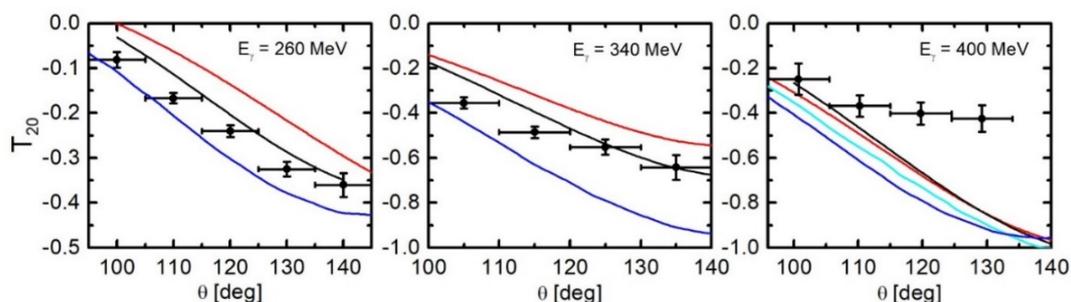


Рисунок 3 – Сравнение с предсказаниями других моделей

Работа была выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований, грант Ф21ИКР–002.

Литература

1. Measurement of the tensor analyzing power T_{20} for the reaction $\gamma d \rightarrow \pi^0 d$ / V. V. Gauzshtein [et al.] // Eur. Phys. J. – 2020. – Vol. 56, № 6. – P. 169 (7).

2. Machleidt, R. High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential / R. Machleidt // *Phys. Rev. C*. – 2001. – Vol. 63, № 2. – P. 024001(32).
3. Relativistic Dispersion Relation Approach to Photomeson Production / G. F. Chew [et al.] // *Phys. Rev.* – 1957. – Vol. 106, № 6. – P. 1345–1355.
4. A unitary isobar model for pion photo- and electroproduction on the proton up to 1 GeV / D. Drechsel [et al.] // *Nucl. Phys. A*. – 1999. – Vol. 645, Iss. 1. – P. 145–174.
5. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking / R. B. Wiringa, V. G. J. Stoks, R. Schiavilla // *Phys. Rev. C*. – 1995. – Vol. 38, № 1 – P. 38–51.
6. Construction of high-quality NN potential models / V. G. J. Stoks [et al.] // *Phys. Rev. C*. – 1994. – Vol. 49, № 6. – P. 2950–2963.
7. Coherent π^0 and η photoproduction on the deuteron / S. S. Kamalov, L. Tiator, C. Bennhold // *Phys. Rev. C*. – 1997. – Vol. 55, № 1. – P. 98–110.
8. Darwish, E. M. Private communication.
9. Coherent pion photoproduction on the deuteron in the Δ resonance region / P. Wilhelm, H. Arenhövel // *Nucl. Phys. A*. – 1995. – Vol. 593, № 4. – P. 435–462.

**В. Р. Куриленко^{1,2}, Д. В. Синегрибов^{1,2}, С. А. Лукашевич¹,
А. А. Бабич², А. А. Панков^{2,3}**

¹УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

²УО «Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

³Объединенный институт ядерных исследований, ОИЯИ,
Дубна, Россия

МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТОВ НОВЫХ НЕЙТРАЛЬНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ БОЗОНОВ НА ЛИНЕЙНОМ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОН КОЛЛАЙДЕРЕ ILC

Введение

Стандартная модель сильных и электрослабых взаимодействий элементарных частиц (СМ), основанная на калибровочной группе $SU(3)_C SU(2)_L U(1)_Y$, достигла поистине впечатляющих успехов в

описании экспериментальных данных во всем интервале достижимых на сегодняшний день энергий. Основными задачами экспериментов на будущих ускорительных электрон-позитронных комплексах таких, например, как ILC и CLIC, являются всесторонняя проверка СМ, а также поиск новых объектов материи и промежуточных состояний, таких, например, как новые нейтральные калибровочные бозоны Z' , существование которых предсказывается моделями, являющимися обобщением СМ [1]. В этой связи оптимизация стратегии поиска эффектов нестандартной физики, в частности, Z' -бозонов на Международном линейном коллайдере ILC является чрезвычайно актуальной и важной задачей. Поставленная задача будет решаться с помощью «традиционных» наблюдаемых величин, таких как сечение процесса и асимметрия вперед-назад. При этом будут рассматриваться процессы аннигиляционного рождения пар лептонов ($\bar{\mu} \mu$) и тяжелых кварков – $c\bar{c}$ и $b\bar{b}$.

1. Сечение процесса аннигиляционного рождения фермионных пар. Асимметрия вперед-назад

Дифференциальное сечение электрон-позитронной аннигиляции в пару фермионов $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ для неполяризованных начальных пучков может быть представлено в борновском приближении в виде

$$\frac{d\sigma_{ff}}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2}{2s} [(1 + \cos^2\theta)F_1 + 2\cos\theta F_2],$$

$$F_1 = F_1^{SM} + \Delta F_1, F_2 = F_2^{SM} + \Delta F_2. \quad (1)$$

Функции $F_{1,2}$ зависят от констант связи и масс стандартного Z -бозона и нового тяжёлого нейтрального Z' -бозона [1–3]. Парциальные ширины распада Z' -бозона в фермионные пары имеют вид:

$$\Gamma_{Z'}^{ff} = N_c \frac{\alpha_{e.m.} M_{Z'}}{3} \sqrt{1 - 4m_f^2/M_{Z'}^2} [v_f'^2 + a_f'^2 + 2m_f^2/M_{Z'}^2 (v_f'^2 - 2a_f'^2)]. \quad (2)$$

Полная ширина распада, $\Gamma_{Z'}$, состоит из суммы парциальных фермионных и бозонных ширин распада [1–3].

Лептонный канал процесса $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ ($f=l$) в предположении el -универсальности имеет очевидное преимущество перед процессом с произвольным конечным фермионным состоянием, состоящее в за-

висимости наблюдаемых от меньшего числа свободных параметров. В частности, лептонный процесс зависит от двух констант связи, v'_l и a'_l , и массы $M_{Z'}$. Для описания же процесса $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ в общем случае требуется также информация о кварковых константах связи.

При анализе процесса парного рождения фермионов традиционно используется следующая пара интегральных наблюдаемых, полное сечение рассеяния, σ_{ff} , и асимметрия вперед-назад, A_{FB} [1]:

$$\sigma_{ff} = \int_{-1}^1 \frac{d\sigma_{ff}}{d\cos\theta} d\cos\theta = N_C \sigma_{pt} F_1, \quad A_{FB} = \frac{\sigma_{FB}}{\sigma_{ff}} = \frac{\sigma_{ff}^F - \sigma_{ff}^B}{\sigma_{ff}} = \frac{3F_2}{4F_1}, \quad (3)$$

где $\sigma_{pt} \equiv \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) = (4\pi\alpha_{e.m.}^2)/s$. Цветовой фактор $N_C = 3(1)$ для кварков (лептонов). Сечения рассеяния в переднюю и заднюю полусферы определяются, соответственно, как

$$\sigma_{ff}^F = \int_0^1 \left(\frac{d\sigma_{ff}}{d\cos\theta} \right) d\cos\theta, \quad \sigma_{ff}^B = \int_{-1}^0 \left(\frac{d\sigma_{ff}}{d\cos\theta} \right) d\cos\theta. \quad (4)$$

Здесь $ff = \mu^+\mu^-, b\bar{b}, c\bar{c}$.

2. Модельно независимые ограничения на константы связи Z' -бозона

Для количественного представления интерференционной картины рассмотрим три случая, отличающиеся друг от друга разным выбором фермионных констант связи v'_l и a'_l , но с одной и той же массой $M_{Z'}$: векторный Z'_V -бозон ($v'_l = 1, a'_l = 0$); аксиально-векторный Z'_A -бозон ($v'_l = 0, a'_l = 1$); Z'_{VA} -бозон ($v'_l = 1, a'_l = 1$). Во всех случаях, представленных на рисунке 1 и рисунке 2, берется $M_{Z'} = 500$ ГэВ.

Если на ILC не удастся обнаружить отклонения наблюдаемых от предсказаний СМ на уровне ожидаемой экспериментальной точности, то в этом случае можно оценить ограничения на параметры (константы связи) Z' -бозона. В настоящей заметке будут получены модельно независимые ограничения на лептонные и кварковые константы связи Z' -бозона на основе статистического анализа данных, ожидаемых из экспериментов на коллайдере ILC.

Чувствительность, например, полного сечения σ к параметрам Z' -бозона можно оценить с помощью функции χ^2 :

$$\chi^2 = \left(\frac{\Delta\sigma}{\delta\sigma} \right)^2. \quad (5)$$

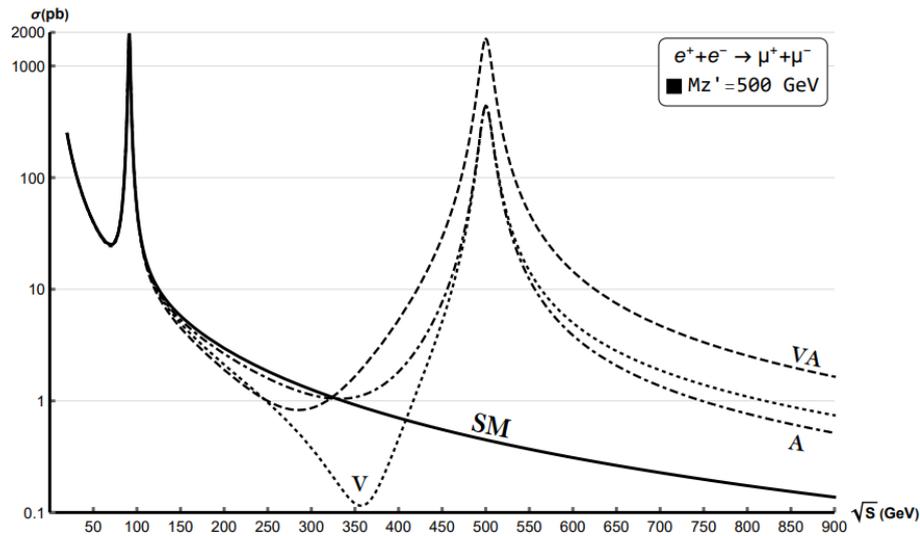


Рисунок 1 – Энергетическая зависимость полного лептонного сечения в и для модели с Z' -бозонами. Подписи на кривых пояснены в тексте

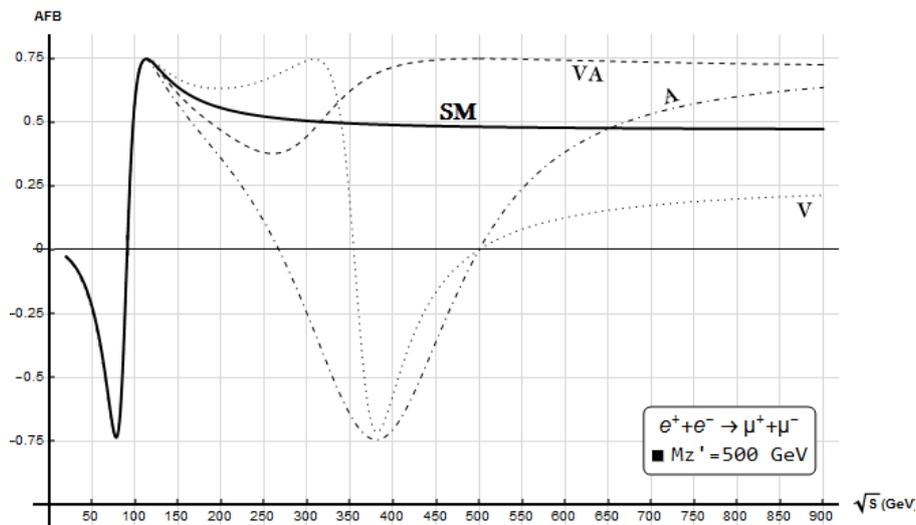


Рисунок 2 – Зависимость аналогичная графикам рисунка 1, но для асимметрии вперед-назад

Здесь $\Delta\sigma$ есть отклонение сечения от поведения в СМ. Экспериментальная погрешность $\delta\sigma$ учитывает как статистическую, так и систематическую ошибки. Критерием для ограничений модельно независимых фермионных констант связи v'_f и a'_f служит условие, согласно которому $\chi^2 < \chi^2_{crit}$. Величина χ^2_{crit} определяется требуемым уровнем статистической достоверности. Аналогично определяется и функции χ^2 для асимметрии вперед-назад.

Результаты модельно независимого анализа эффектов Z' -бозонов из (ожидаемых) данных коллайдера ILC по измерению физических

наблюдаемых величин для лептонных и кварковых процессов представлены на рисунках 3 и 4.

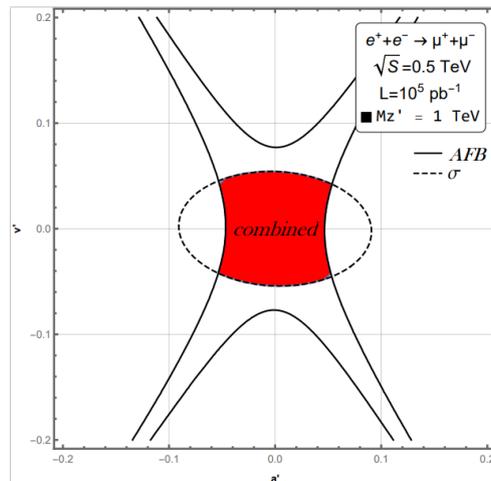


Рисунок 3 – Модельно независимые ограничения на лептонные константы Z' -бозона, полученные из комбинированного анализа полного сечения и асимметрии вперед-назад

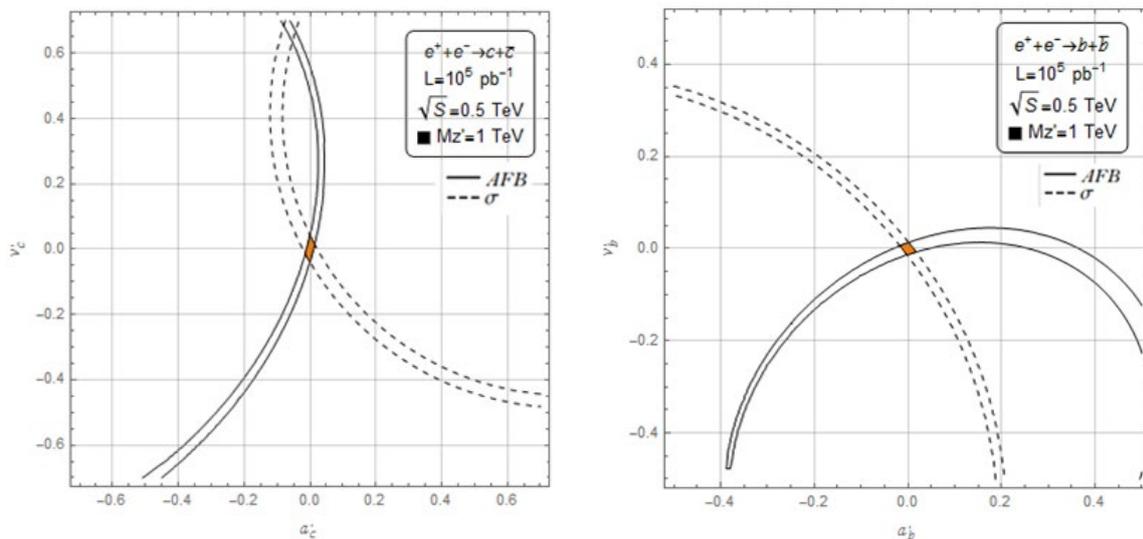


Рисунок 4 – Модельно независимые ограничения на константы Z' -бозонов (a'_f, v'_f) , полученные из комбинированного анализа полного сечения и асимметрии вперед-назад ($f = c, b$)

Заключение

В работе исследованы интерференционные эффекты новых нейтральных Z' -бозонов в полном сечении и асимметрии вперед-назад A_{FB} в лептонных и кварковых процессах. Выявлены их харак-

терные особенности в энергетическом поведении в сравнении с такими же эффектами в СМ.

Выполнен статистический анализ эффектов Z' -бозонов, на основе которого впервые получены модельно-независимые ограничения на константы Z' -бозона для процессов $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$, $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$, ожидаемые из экспериментов на коллайдере ILC.

Работа выполнена при поддержке БРФФИ.

Литература

1. Pankov, A. A. Z-prime interference effects from TRISTAN to LEP-2 / A. A. Pankov, P. Osland // Phys. Lett. B. – 1997. – Vol. 403. – P.93–100.

2. Pankov, A. A. Searches for new neutral gauge Z-prime bosons at the e^+e^- International Linear Collider and their identification / A. A. Pankov, A. V. Tsytrinov, A. A. Babich, N. V. Karpenko // Phys. Atom. Nucl. – 2010. – Vol. 73. – P. 773–784.

3. Pankov, A. A. Updated constraints on Z' and W' bosons decaying into bosonic and leptonic final states using the run 2 ATLAS data / A. A. Pankov, I. A. Serenkova, P. Osland // Phys. Rev. D. – 2021. – Vol. 103, № 5, – P. 053009.

Ю. А. Курочкин, Н. Д. Шайковская

Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

МЕТОД ГЕОМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КИНЕМАТИКЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ЧАСТИЦ: СПЕЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА

Введение

На связь теории относительности с геометрией пространства Лобачевского обращали внимание такие выдающиеся ученые как В. Паули, А. Зоммерфельд, В. А. Фок. [1–3] В работах Н. А. Черникова и Я. А. Смородинского процессам столкновений и распадов частиц ставились в соответствие геометрические фигуры (многогранники), являющиеся инвариантными образами описываемых процессов, содержащие информацию об их кинематике [4–5].

В Институте физики имени Б. И. Степанова развит новый метод релятивистской кинематики, основанный на связи бикватернионного

исчисления с векторной параметризацией и геометрией Лобачевского [6–10].

В данном подходе сторонам и диагоналям геометрических образов процесса рассеяния ставятся в соответствие комплексные векторы проективного пространства \vec{q} , сопоставляемые парам упорядоченных точек трехмерного пространства Лобачевского. В основу теории положен закон сложения векторов Федорова. Векторы \vec{q} связаны с комплексными относительными скоростями. Квадрат \vec{q}^2 есть величина вещественная и дает квадрат относительной скорости двух частиц. Углы между пересекающимися векторами являются реальными углами между направлениями движения релятивистских частиц. В качестве кинематических переменных, характеризующих процесс рассеяния, в таком подходе выступают длины ребер и диагоналей многогранника (быстроты) и углы между векторами \vec{q} . Эти величины являются лоренцевскими инвариантами. [7–10].

Нами был использован данный метод при решении задачи о специальной системе отсчета, связанной с этим процессом.

1. Специальная система отсчета

Геометрическим образом процесса бинарного упругого рассеяния является четырехугольник 1234 (рисунок 1). Специальным системам отсчета отвечают точки, лежащие на геодезических пространства Лобачевского, образующих геометрический образ процесса рассеяния, либо точки их пересечения. Примерами таких систем отсчета являются: система отсчета, связанная с центром масс частиц (ей отвечает точка пересечения диагоналей геометрического образа), система отсчета Брейта, в которой $\vec{p}_1 = -\vec{p}_3$, лабораторная система отсчета, в которой одна из частиц до столкновения покоится. Мы рассмотрели новую специальную систему отсчета, которой отвечает точка пересечения геодезических линий, заданных векторами \vec{q}_{14} и \vec{q}_{32} .

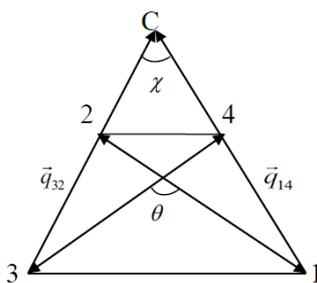


Рисунок 1 – Точка С, отвечающая специальной системе отсчета

Данная специальная система отсчета обладает той особенностью, что в ней частицы в результате столкновения обмениваются направлениями своего движения.

Методом, основанным на геометрии Лобачевского, с использованием закона сложения векторов Федорова был найден угол рассеяния χ частиц в специальной системе отсчета

$$\cos \chi = \frac{(V_1^2 + V_2^2) \cos \theta + 2V_1V_2 + V_1^2V_2^2 \sin^2 \theta}{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \theta - V_1^2V_2^2 \sin^2 \theta}. \quad (1)$$

а также ее скорость относительно центра масс сталкивающихся частиц

$$V_{0C} = \frac{2V_1 V_2 \cos \frac{\theta}{2}}{V_1 - V_2}, \quad (2)$$

где θ – угол рассеяния частиц в системе центра масс, V_1 и V_2 – скорости первой и второй частиц в этой системе отсчета соответственно до столкновения.

2. Анализ формулы для угла рассеяния

Было получено выражение для угла рассеяния частиц в специальной системе отсчета через кинематические инварианты Мандельстама s и t .

В первом канале (s-канале) величина s есть квадрат полной энергии сталкивающихся частиц $s = (E_1 + E_2)^2$. А величина $-t$ есть квадрат переданного одной из частиц в результате столкновения импульса, $t = -2\vec{p}_1^2(1 - \cos \theta)$.

$$\cos \theta = \frac{(s - t)[ts + A] + t(m_1^2 - m_2^2)^2}{(s + t)[ts + A] - t(m_1^2 - m_2^2)^2}, \quad (3)$$

где $A = (s - (m_1 - m_2)^2)(s - (m_1 + m_2)^2)$

Специальная система отчета существует, если $-1 \leq \cos \theta \leq 1$, что при фиксированном значении полной энергии системы приводит к условию

$$t \in \left[-\frac{A}{s}, -\frac{A}{s} + \frac{1}{s} (m_1^2 - m_2^2)^2 \right], \quad (4)$$

что означает ограничение на угол рассеяния в ц-системе

$$\cos \theta \in \left[-1, -1 + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2V_1^2 V_2^2} \right]. \quad (5)$$

При $t = -\frac{A}{s} + \frac{1}{s} (m_1^2 - m_2^2)^2$ (то есть $\cos \theta = -1 + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2V_1^2 V_2^2}$)

рассматриваемые геодезические пересекаются на абсолюте, $\cos \chi = 1$ и скорость специальной системы отчета равна скорости света $V_{0c} = 1$.

При невыполнении условия (4), рассматриваемые геодезические становятся расходящимися, и специальная система отчета не существует.

3. Расходящиеся прямые

Аналогично был найден угол между векторами \vec{q}_{24} и \vec{q}_{31} . Оказывается, что для данных прямых пространства Лобачевского

$$\cos \chi = \frac{2 + V_1 V_2 (1 + \cos \theta)}{\sqrt{2 - V_1^2 (1 + \cos \theta)} \sqrt{2 - V_2^2 (1 + \cos \theta)}} > 1, \quad (6)$$

то есть сам угол χ – мнимый. Таким образом, данные геодезические не пересекаются, и являются расходящимися. Было найдено расстояние между ними, определяемое как длина отрезка геодезической, перпендикулярной каждой их рассматриваемых прямых, заключенного между ними. Вычисление дало следующую связь между длиной перпендикулярного расходящимся прямым отрезка и косинусом угла между ними

$$ch\rho = \cos \chi . \quad (7)$$

В случае равных масс мы получили, что обе пары геодезических линий являются расходящимися и угол между ними

$$\cos \chi = \frac{s-t}{s+t} > 1, \quad (8)$$

и также справедливо соотношение (7).

Заключение

Таким образом, продемонстрировано использование метода геометрии Лобачевского для решения задачи о нахождении скорости специальной системы отсчета, которой отвечает точка пересечения продолжений сторон четырехугольника процесса упругого рассеяния двух частиц. Найден модуль ее скорости – выражение (2).

При рассмотрении столкновения из данной специальной системы отсчета обе частицы рассеиваются на одинаковый угол, косинус которого дается выражением (1) и обмениваются направлениями своего движения. Условия существования данной специальной системы отсчета при фиксированной полной энергии сталкивающихся частиц определяются интервалом (4).

Показано, что в случае расходящихся прямых косинус угла между ними и расстояние между ними связаны как $ch\rho = \cos \chi$.

Литература

1. Паули, В. Теория относительности / В. Паули. – М.: Наука, 1983. – 336 с.
2. Зоммерфельд, А. Электродинамика / А. Зоммерфельд. – М. Иностранная литература, 1958. – 501 с.
3. Фок, В. А. Теория пространства, времени и тяготения / В. А. Фок. – М.: Физматгиз, 1961. – 569 с.
4. Черников, Н. А. Геометрии Лобачевского и релятивистская кинематика / Н. А. Черников // ЭЧАЯ. – 1973. – Т. 4, вып. 3. – С. 773–810.
5. Смородинский, Я. А. Геометрия Лобачевского и кинематика Эйнштейна. Эйнштейновский сборник / Я. А. Смородинский. – М.: Наука, 1972. – С. 272–301.

6. Березин, А. В. Кватернионы в релятивистской физике / А. В. Березин, Ю. А. Курочкин, Е. А. Толкачев. – Мн., 1989. – 202 с.
7. Богуш, А. А. Бикватернионы в кинематике реакции $\gamma + A \rightarrow \gamma' + B + C$ в 3-пространстве Лобачевского / А. А. Богуш, И. Л. Бородкина, Ю. А. Курочкин, М. И. Левчук. – Мн., 1989 (Препринт/Институт физики АН БССР: 567).
8. Курочкин, Ю. А. Вектор-параметры Ф. И. Федорова и аксиоматическое описание геометрии пространств постоянной кривизны / Ю. А. Курочкин, А. А. Богуш // Весці АНБ, Сер. Фіз.-мат. навук. – 1995. – № 4. – С. 10–75.
9. Курочкин, Ю. А. Специальная теория относительности и геометрия Лобачевского / Ю. А. Курочкин // Наука и инновации. – 2016. – № 3 (157). – С. 51–56.
10. Богуш, А. А. Кинематические модели трехмерных пространств постоянной кривизны / А. А. Богуш, Ю. А. Курочкин // Гравитация и электромагнетизм. – 1998. – С. 20–26.

В. И. Лашкевич, О. П. Соловцова

УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ИНТЕГРАЛОВ МЕЛЛИНА – БАРНСА В КВАНТОВОЙ ФИЗИКЕ

Введение

Интегралы Меллина – Барнса (МБ) [1] – семейство интегралов в комплексной плоскости, подынтегральное выражение которых определяется произведением гамма-функций – широко используются в физике и технике (см., например, работу [2]) и достигнут значительный прогресс в эффективных численных методах оценки этих интегралов [3, 4]. В настоящее время в математической физике и экспериментальной математике востребована очень высокая точность вычислений интегралов МБ, до 10^{-12} и выше. На первый взгляд, наибольшая эффективность при численной оценке интегралов МБ может быть достигнута при использовании контура стационарной фазы, где осцилляции подынтегральной функции отсутствуют. Однако решение соответствующего дифференциального уравнения для нахождения контура стационарной фазы и его последующее применение при численном интегрировании может потребовать больших компьютерных затрат, а

может вообще быть не выполнимо (см. нижеприведённый пример 2). В связи с этим возникла необходимость в построении эффективных аппроксимаций точного контура стационарной фазы. Первая попытка такого построения в квантовой физике была сделана Косовером [5] применительно к нахождению партонных функций распределений нуклона на основе их меллиновских моментов – соответствующий контур далее обозначается как C_K .

В настоящей работе представлено новое приближение для контура стационарной фазы C_{as} , которое позволяет эффективно и с высокой точностью вычислять интегралы МБ в случае ограниченного асимптотического поведения контура стационарной фазы на бесконечности, что, в частности, реализуется и для отмеченных выше функций распределений. Соответствующий контур называется асимптотическим и обозначается как C_{as} . Наше рассмотрение начинается с точно решаемого для контура стационарной фазы примера, на котором демонстрируется идея построения C_{as} .

1. Теоретические основы

Пусть функция имеет вид $F(s) = s^a$ для любых действительных значений константы a и аргументе $0 < s < 1$. Если выразить эту функцию через её меллиновские моменты

$$M(z) = \int_0^1 ds s^{z-1} F(s) = \frac{\Gamma(a+z)}{\Gamma(a+1+z)}, \quad (1)$$

то с помощью обратного преобразования Меллина в комплексной z -плоскости получаем представление

$$F(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_C dz s^{-z} M(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} dz \frac{e^{uz}}{z+a}, \quad u \equiv -\ln(s), \quad (2)$$

где контур интегрирования обычно выбирается параллельно мнимой оси $\delta > -a$. Точный контур стационарной фазы определяется выражением

$$x_{st}(y) = -a + y \operatorname{ctg}(uy), \quad y \neq 0, \quad (3)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} x_{st}(y) = -a + \frac{1}{u} \equiv c_0, \quad y = 0,$$

из которого легко находится асимптотическое поведение контура стационарной фазы на бесконечности.

На рисунке 1 сплошной линией изображен точный контур стационарной фазы (3), горизонтальные штрихпунктирные линии показывают его асимптотическое поведение, точки соответствуют контуру Косовера C_K , а пунктирная линия – асимптотический контур, однако без сдвижки в седловую точку c_0 . После сдвижки в c_0 асимптотический контур C_{as} в точности совпадает с контуром стационарной фазы C_{st} .

Следующий пример демонстрирует, что на практике могут встречаться интегралы МБ, для которых структура контуров стационарной фазы может оказаться чрезвычайно сложной, затрудняющей интегрирование по точным контурам, а контур Косовера C_K может не определять нужного направления.

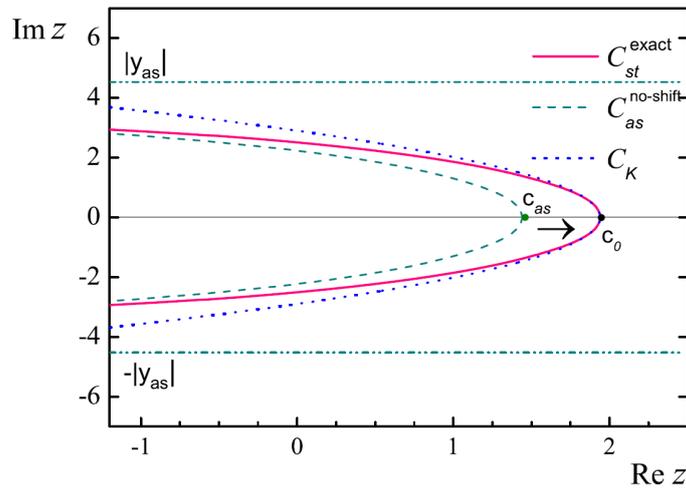


Рисунок 1 – Эффективные контура для интеграла (2): сплошная линия – контур стационарной фазы, пунктирная линия – асимптотический контур без сдвижки, линия из точек – контур Косовера, штрихпунктирные горизонтальные прямые – асимптотический предел контура стационарной фазы на бесконечности

Это имеет место для одного из интегралов МБ, возникающих в массивных диаграммах Фейнмана в квантовой теории поля

$$I_{II}(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} dz (-s)^z \frac{\Gamma^4(-z)\Gamma(1+2z)}{\Gamma^2(-2z)\Gamma^2(1+z)}. \quad (4)$$

Структура контуров стационарной фазы для интеграла $I_{II}(s)$ как в области $0 < -s < 4^3$, так и в области $-s > 4^3$ показана на рисунке 2, на ко-

тором асимптотики контура стационарной фазы изображены в виде горизонтальных прямых.

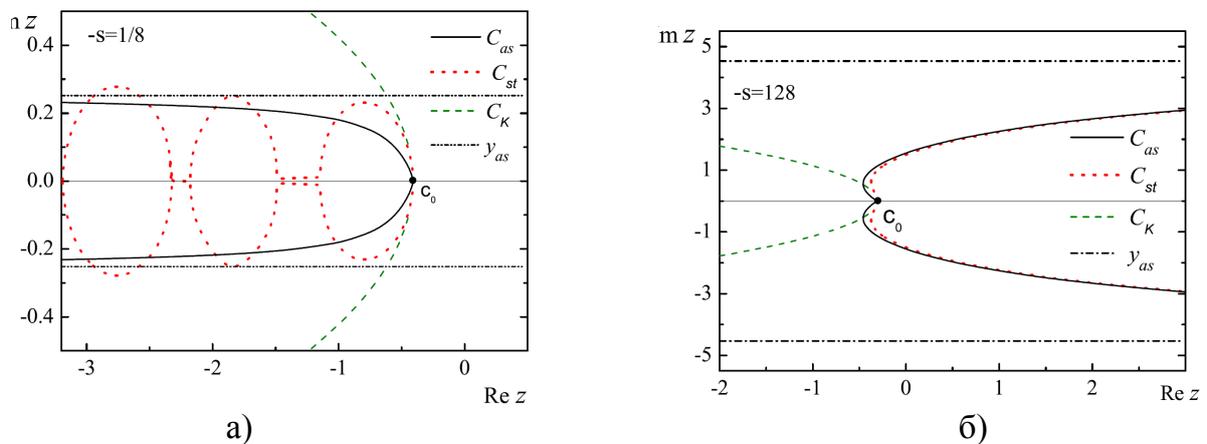


Рисунок 2 – Эффективные контура для интеграла (4):

a – в области $0 < -s < 4^3$; b – в области $-s > 4^3$.

Сплошной линии соответствует асимптотический контур, пунктирной линии контур Косовера, точками обозначен контур стационарной фазы, горизонтальные прямые – асимптотический предел контура стационарной фазы на бесконечности

Как видно из рисунка 2, контур C_K не воспроизводит асимптотическое поведение контура стационарной фазы, а в случае $-s > 4^3$ контур C_K направлен в сторону противоположную направлению контура стационарной фазы C_{st} , что не позволит провести интегрирование по контуру C_K с высокой точностью.

2. Обсуждение результатов

Асимптотический контур стационарной фазы может быть применен при вычислении широкого класса интегралов МБ. Важно отметить, что восстановление с помощью обратного преобразования Меллина структурной функции F_3 полностью аналогично рассмотренному выше простейшему примеру (2). Численные оценки при восстановлении структурной функции F_3 , включая с учетом Q^2 -эволюции меллиновских моментов, приведены в работе [4]. Несомненно, что применение асимптотического контура C_{as} при проведении интенсивных вычислений, связанных с обработкой экспериментальных данных, например, при нахождении параметров формы структурных функций, функций фрагментаций и распределений кварков и глюонов в нуклоне, окажется намного эффективнее, чем использование обычных прямолинейных контуров интегрирования.

Заключение

В данной работе представлен новый метод построения эффективного контура интегрирования при проведении расчетов одномерных интегралов Меллина-Барнса. Новый контур строится как приближение контура стационарной фазы в случае его ограниченного асимптотического поведения в пределе $\text{Re}(z)$ стремящемся к бесконечности. Построение асимптотического контура намного проще, чем построение других эффективных контуров, в частности, не требуется вычислять производные высших порядков, как например, это происходит для контура Косовера, кроме того, для достижения высокой точности достаточно небольшого числа полиномов в квадратурной формуле. Процентная точность достигается при числе полиномов < 10 . Показано, что асимптотический контур позволяет эффективно вычислять интегралы МБ даже при сложной форме контуров стационарной фазы.

Литература

1. Bateman, H. Higher transcendental functions / H. Bateman, A. Erdelyi // New York: McGraw-Hill, 1953. – Vol. 1. – 345 pp.
2. Fikiori, G. Integral evaluation using the Mellin transform and generalized hypergeometric functions: Tutorial and applications to antenna problems / G. Fikiori // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2006. – Vol. 54. – P. 3895–3907.
3. Gluza, J. Efficient evaluation of massive Mellin-Barnes integrals / J. Gluza, T. Jelinski., D. A. Kosower // Phys. Rev. D. – 2017. – Vol. 95. – Article ID: 076016.
4. Sidorov, A. V. Asymptotics of the contour of the stationary phase and efficient evaluation of the Mellin-Barnes integral for the F_3 structure function/ A. V. Sidorov, V. I. Lashkevich, O. P. Solovtsova // Phys. Rev. D. – 2018. – Vol. 97. – Article ID: 076009.
5. Kosower, D. A. Evolution of parton distributions / Kosower D. A. // Nucl. Phys. B. – 1997. – Vol. 506.– P. 439–467.

В. Ю. Лойко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Q-ШАРЫ В МОДЕЛИ ФРИДБЕРГА – ЛИ – СИРЛИНА – МАКСВЕЛЛА

Введение

Q-шары представляют собой пространственно-локализованные конфигурации поля с конечной энергией в плоском пространстве [1–4], они могут существовать в модели с комплексным скалярным полем, обладающим ненарушенной, непрерывной глобальной симметрией [5–7]. Наличие этой симметрии приводит к сохраняющемуся Нетеровскому заряду. Q-шары являются зависящими от времени нетопологическими солитонами со стационарно колеблющейся фазой. Конфигурации этого типа могут существовать как в моделях с одним комплексным полем и подходящим неперенормируемым потенциалом самодействия [4], так и в двухкомпонентной модели с потенциалом, нарушающим симметрию [3]. Q-шары и их обобщений привлекают внимание многих исследователей [8–11].

Модель Фридберга – Ли – Сирлина (FLS) [3] – это двухкомпонентная перенормируемая скалярная теория с потенциалом четвертого порядка и минимальным членом взаимодействия. В такой модели комплексное скалярное поле становится массивным вследствие взаимодействия между компонентами, действительное поле имеет конечное вакуумное ожидание, порожденное потенциалом, нарушающим симметрию. Примечательно, что устойчивые нетопологические солитонные решения этой модели существуют в предельном случае исчезающего потенциала [12, 13], поскольку вакуумное ожидание действительного поля остается конечным.

В данной работе представлена модель, в которой могут существовать солитоны типа Q-шар, изучены их свойства в зависимости от существенных параметров, определены области существования конфигураций.

1. Модель Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла

Рассматривается $U(1)$ -калибровочная двухкомпонентная модель Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла [14–16], которая описывает связанную систему действительного самодействующего скалярного поля ψ и комплексного скалярного поля ϕ , которое динамически свя-

зано с абелевым калибровочным полем A_μ . Плотность функции Лагранжа имеет следующий вид:

$$L = (\partial_\mu \psi)^2 + D^\mu \phi^\dagger D_\mu \phi + m^2 \psi^2 \phi^\dagger \phi - U(\psi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1)$$

где $D^\mu \phi = (\partial_\mu + igA_\mu)\phi$ обозначает ковариантную производную, абелев тензор напряженности электромагнитного поля равен $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ с электрическими компонентами $E_k = F_{k0}$ и магнитными компонентами $B_k = \varepsilon_{kmn} F_{mn}$, g обозначает калибровочную константу связи, а m постоянная связи. Потенциал действительного скалярного поля выберем в форме полинома четвертой степени:

$$U(\psi) = \mu(\psi^2 - 1)^2, \quad (2)$$

Таким образом вакуумное значение находится в точке $\psi \rightarrow 1$, симметрия $U(1)$ нарушается внутри Q-шара, и калибровочное поле A_μ становится массивным. Массой ψ -мезона в данном случае является μ . Можно сказать, что в некотором смысле калибровочный Q-шар ведет себя как сверхпроводник [14], здесь компонент ψ играет роль параметра порядка. Нормальная фаза соответствует случаю $\psi = 0$, тогда модель (1) сводится к обычной скалярной электродинамике, которая не поддерживает нетопологические солитоны.

Инвариантность модели относительно обычных локальных $U(1)$ калибровочных преобразований полей приводит к сохранению нетеровского заряда, связанного с этой симметрией.

Вариация лагранжиана модели Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла (1) относительно скалярных полей приводит к уравнениям движения для этих полей:

$$\begin{aligned} \partial^\mu \partial_\mu \psi &= 2\psi(m^2|\phi|^2 + 2\mu(1 - \psi^2)), \\ D^\mu D_\mu \phi &= m^2\psi^2\phi. \end{aligned} \quad (3)$$

Параметр μ определяет массу вещественного компонента ψ , комплексное поле ϕ становится массивным благодаря связи со своим действительным партнером. Электромагнитное связывание также способствует уменьшению эффективной массы поля ϕ , при увеличении калибровочной константы связи g . В безмассовом пределе $\mu \rightarrow$

0, но при фиксированном значении вакуумного ожидания, действительное скалярное поле становится безмассовым и, следовательно, имеет дальний порядок. Отметим, что комплексное поле ϕ все еще обладает массой в этом пределе благодаря связи с кулоноподобным полем ψ .

В противоположном пределе $\mu \rightarrow \infty$, действительная компонента модели (1) становится тривиальной, $\psi = 1$, а массивное комплексное поле ϕ удовлетворяет уравнениям классической скалярной электродинамики. Ясно, что пространственно локализованные стационарные вращающиеся решения этого уравнения не существуют в плоском пространстве.

2. Решения модели

Различные реализации модели диктуются поставленной параметризацией действительного и комплексного полей, а характеристические кривые и область существования решений зависит от значений параметров. Таким образом от анзаца зависит симметрия модели (разделяют сферически и аксиально симметричные решения), аксиальная модель [17–19] переходит в сферическую при значении числа намотки $n = 0$. От калибровочной константы связи и массы скалярного поля существенно зависит область существования солитонов. В данной работе ограничимся рассмотрением сферически-симметричной модели Фридберга-Ли-Сирлина-Максвелла:

$$\psi = X(r), \quad \phi = Y(r)e^{-i\omega t}, \quad A_i = 0, \quad A_0 = A(r). \quad (4)$$

Мы заинтересованы в безузловых солитонных решениях, удовлетворяющих граничными условиями, обеспечивающим финитность энергии на пространственной бесконечности и условиям регулярности в начале координат.

Данная система не допускает аналитического решения ввиду высокой степени нелинейности связанной системы дифференциальных уравнений, поэтому для ее решения будет использован метод пристрелки и Дормана-Принса с последующим численным интегрированием полученных функций для нахождения значений энергии и заряда конфигурации. Решения данных уравнений представлено на рисунке 1.

Наиболее интересной физической характеристикой Q-шара является энергия, которая может быть определена путем интегрирования T_0^0 компоненты тензора энергии-импульса по всему пространству:

$$E = \int d^3x T_0^0 = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 T_0^0. \quad (5)$$

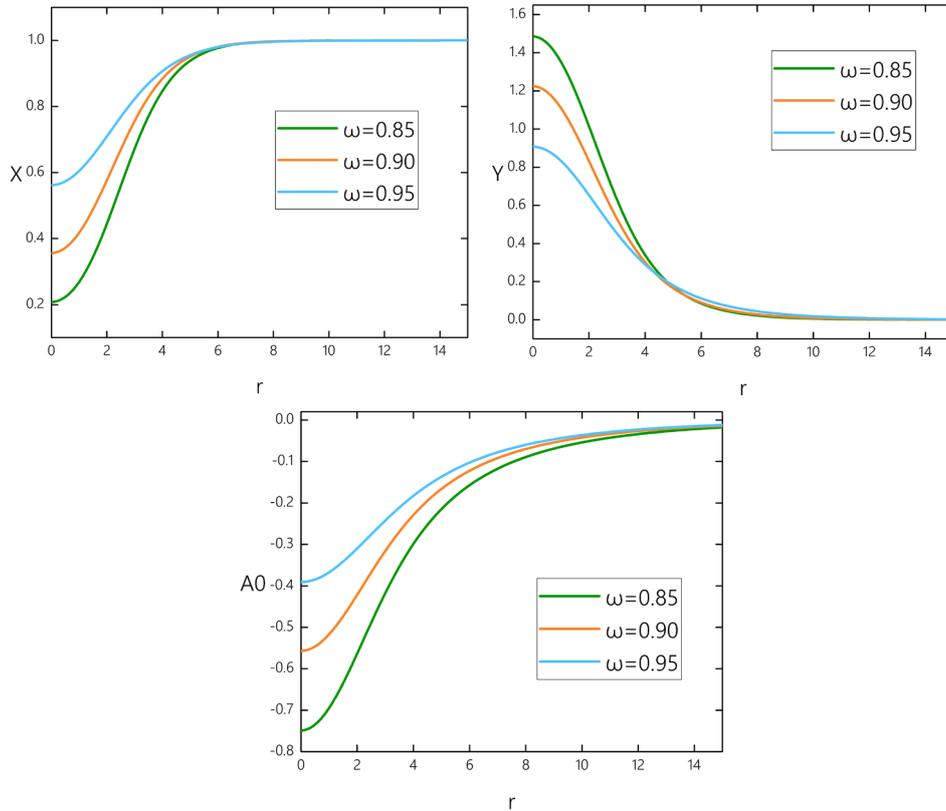


Рисунок 1 – Решение уравнений поля сферически-симметричного Q-шара в модели Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла для различных значений угловой частоты при значениях калибровочной константы связи $g = 0,1$ в массивном случае $\mu = 0,25$

Результаты вычисления тензора энергии-импульса в зависимости от существенных параметров представлены на рисунке 2. Точками «1» на рисунке обозначены стабильные решения относительно сил сдвига и напряжения. Точки «2» и «3» являются нестабильными.

3. Обсуждение результатов

Из полученных результатов численных решений уравнений поля, а также вычислений энергетических кривых для Q-шаров видно, что при увеличении значения угловой частоты уменьшается характерный размер солитона. При этом действительное скалярное поле достигает своего максимального значения экспоненциально, как и в модели без калибровочного поля.

При рассмотрении безмассового случая ситуация будет такой же, как и в обыкновенной модели Фридберга – Ли – Сирлина [13]. Отсутствие массы действительного скалярного поля приводит к изменению асимптотики профиля действительного скалярного поля на простран-

ственной бесконечности. Скалярное поле становится дальнедействующим и достигает своего предельного значения при $r \rightarrow \infty$ по асимптотике $\frac{1}{r}$.

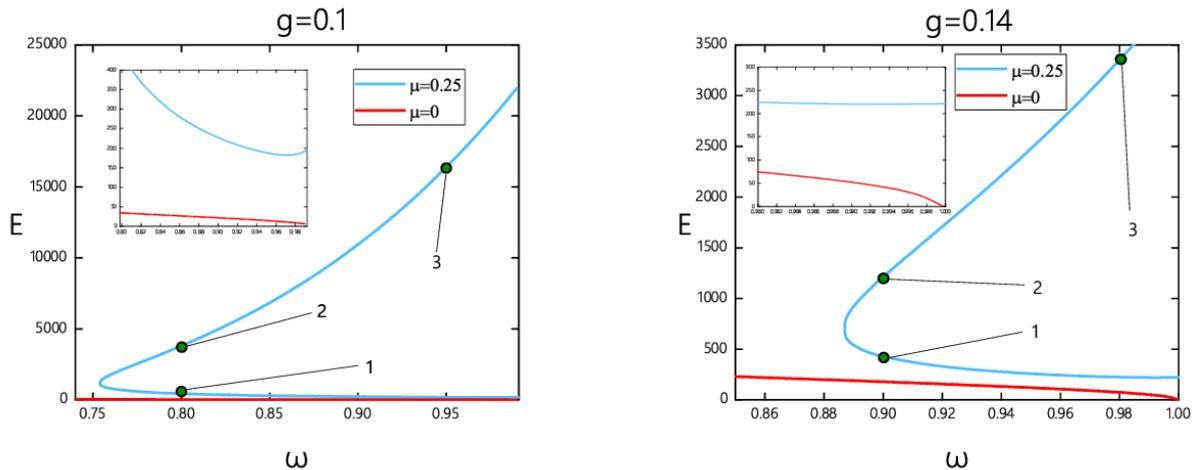


Рисунок 2 – Профили энергии калибровочного Q-шара в зависимости от угловой частоты в массивном и безмассовом случаях при различных значениях калибровочной константы связи g

При этом в модели сохраняется присутствие скалярного волоса, который был первоначально описан в [12], свойства которого существенно не отличаются от случая обыкновенной модели Q-шара без присутствия калибровочного поля. Энергия и заряд в этом случае также стремятся к своим вакуумным значениям, при этом пропадает нестабильная ветвь зависимости энергии от заряда и в безмассовом пределе солитон становится полностью стабильным с классической точки зрения для всего допустимого диапазона значений угловой частоты.

Наличие калибровочного поля существенно меняет область существования Q-шара. По мере увеличения электромагнитного отталкивания нижний допустимый предел угловой частоты увеличивается. В случае отсутствия калибровочного поля областью существования нетопологических солитонов в двухкомпонентной модели является $\omega \in [0, \omega_{max} = 1]$.

Заключение

Мы рассмотрели общие свойства нетопологических солитонов типа Q-шар. Основной целью данной работы было построить семейство решений в модели калибровочного Q-шара Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла.

Наше исследование подтверждает существование нового типа сферически-симметричных решений $U(1)$ калибровочной модели Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла с исчезающим потенциалом. Мы видим, что калибровочные Q-шары существуют при относительно малых значениях калибровочной константы связи, ее увеличение приводит к более сильному электромагнитному отталкиванию, что делает конфигурацию нестабильной и ограничивает ее область существования. Обращаясь к частотной зависимости Q-шаров, мы обнаружили, что решения существуют только в диапазоне, который ограничен снизу некоторой критической частотой ω_{min} . Значение ω_{min} зависит от силы калибровочной связи.

В случае отсутствия массы у скалярного поля Q-шар стабилен на всей области определения.

Литература

1. Rosen, G. Particlelike Solutions to Nonlinear Complex Scalar Field Theories with Positive-Definite Energy Densities / G. Rosen // J. Math. Phys. – 1968. – Vol. 9, № 996 – 3 pp.
2. Rosen, G. Charged Particlelike Solutions to Nonlinear Complex Scalar Field Theories / G. Rosen // J. Math. Phys. – 1968. – Vol. 9., № 999 – 4 pp.
3. Friedberg, R. Class of scalar-field soliton solutions in three space dimensions / R. Friedberg, T. D. Lee, and A. Sirlin // Phys. Rev. D. – 1976. – Vol. 13, № 2739 – 23 pp.
4. Coleman, S. Q-balls. / S. Coleman // Nucl. Phys. B. – 1985. – Vol. 262. – P. 263–283.
5. Lee, T. D. Nontopological solitons / T. D. Lee, Y. Pang // Phys. Rept. – 1992. – Vol. 221. – P. 251–350.
6. Shnir, Y. M. Topological and Non-Topological Solitons in Scalar Field Theories / Y. M. Shnir // Cambridge University Press. – 2018. – P. 180–190.
7. Radu, E. Stationary ring solitons in field theory — Knots and vortons / E. Radu, M. Volkov // Phys. Rept. – 2008. – Vol. 468. – P. 41–54.
8. Affleck, I. A New Mechanism for Baryogenesis / I. Affleck, M. Dine // Nucl. Phys. B. – 1985. – Vol. 249. – P. 361–380.
9. Friedberg, R. Scalar soliton stars and black holes / R. Friedberg, T. D. Lee, and Y. Pang // Phys. Rev. D. – 1987. – Vol. 35, № 3658 – 70 pp.

10. Witten, E. Superconducting strings / E. Witten // Nucl. Phys. B. – 1985. – Vol. 249. – P. 557–592.
11. Kleihaus, B. Stable phases of boson stars / B. Kleihaus, J. Kunz, and S. Schneider // Phys. Rev. D. – 2012. – Vol. 85. – № 024045 – 16 pp.
12. Levin, A. Q-balls with scalar charge / A. Levin, V. Rubakov // Mod. Phys. Lett. A. – 2011. – Vol. 26, № 6. – P. 409–413.
13. Loiko, V. Q-balls without a potential / V. Loiko, I. Perapechka, and Ya. Shnir // Phys. Rev. D. – 2018. – Vol. 98, № 045018 – 9 pp.
14. Lee, K. M. Gauged Q balls / K. M. Lee, J. A. Stein-Schabes, R. Watkins, and L. M. Widrow // Phys. Rev. D. – 1989. – Vol. 39, № 1665 – 9 pp.
15. Loiko, V. Q-balls in the U(1) gauged Friedberg-Lee-Sirlin model / V. Loiko, Ya. Shnir // Physics Letters B. – 2019. – Vol. 797, № 134810 – 7 pp.
16. Loiko, V. Q-chains in the U(1)-gauged Friedberg-Lee-Sirlin model / V. Loiko, I. Perapechka and Ya. Shnir // [Europhysics Letters](#). – 2021. – Vol. 133, № 41001 – 7 pp.
17. Volkov, M. S. Spinning Q-balls / M. S. Volkov, E. Wüthert // Phys. Rev. D. – 2002. – Vol. 66, № 085003 – 9 pp.
18. Kleihaus, B. Rotating boson stars and Q-balls / B. Kleihaus, J. Kunz, M. List // Phys. Rev. D. – 2005. – Vol. 72, № 064002 – 17 pp.
19. Kleihaus, B. Rotating boson stars and Q-balls. II. Negative parity and ergoregions / B. Kleihaus, J. Kunz, M. List, and I. Schaffer // Phys. Rev. D. – 2008. – Vol. 77, № 064025 – 16 pp.

С. А. Лукашевич, Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова
 УО «Гомельский государственный университет
 имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

КВАНТОВЫЕ ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ С ПОЛЯРИЗУЕМОСТЯМИ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение

Современные экспериментальные данные по взаимодействию фотонов с адронами в области высоких энергий и больших переданных импульсов находят теоретическое объяснение в рамках теории возмущений квантовой хромодинамики.

Однако структурные степени свободы, которые проявляются в области низких энергий, не сводятся к простым представлениям о взаимодействии электромагнитного поля с адронами. Отклик внутренних степеней свободы адронов на действие электромагнитного поля феноменологически можно определить с помощью поляризуемостей и других электромагнитных характеристик.

Низкоэнергетические теоремы, в основе которых лежат общие принципы релятивистской квантовой теории поля и разложение амплитуды комптоновского рассеяния по частоте фотонов, играют важную роль в понимании структуры адронов.

Эквивалентный модельный подход определения амплитуды низкоэнергетического комптоновского рассеяния можно реализовать в рамках релятивистской электродинамики структурных частиц. При этом, если учесть спиновые степени свободы, то получим возможность использовать основные принципы, характерные не только для релятивистской электродинамики бесспиновых частиц, но и микрочастиц с учетом их спиновых свойств [1–3].

Низкоэнергетическое представление амплитуды комптоновского рассеяния, установленное на основе общих принципов релятивистской квантовой теории поля, свидетельствует о том, что членам, соответствующим определенному порядку по частоте излучения, присущи характерные электромагнитные свойства микрочастиц [1, 4, 5].

В последнее время ряд работ посвящены исследованию электромагнитных характеристик адронов, которые вносят вклад в амплитуды процессов комптоновского рассеяния реальных и виртуальных фотонов.

При этом большое внимание уделяется проблеме ковариантного и калибровочно-инвариантного определения роли и вкладов феноменологических электромагнитных характеристик адронов в амплитуды и сечения электродинамических процессов (см., например, [6, 7]).

В данной работе на основе представления об электрической и магнитной поляризуемостях частиц в релятивистской электродинамике получены функции Лагранжа и Гамильтона взаимодействия электромагнитного поля с структурными микрочастицами. Используя теоретико-полевое квантовое обобщение Лагранжианов и Гамильтонианов взаимодействия электромагнитного поля со структурными микрочастицами спина $\frac{1}{2}$, установлены уравнения движения частиц в электромагнитном поле с учетом их поляризуемостей.

Чтобы получить релятивистский Лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицами с учетом их электрических и

магнитных поляризуемостей, воспользуемся определением электрического и магнитного дипольных моментов [8]

$$\vec{d} = 4\pi\alpha_E \vec{E}, \quad \vec{m} = 4\pi\beta_M \vec{H}.$$

Для частиц, находящихся в покое, энергия взаимодействия равна

$$U_{\text{Взаим}} = -2\pi(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2).$$

Релятивистское обобщение данных соотношений для \vec{d} , \vec{m} и $U_{\text{Взаим}}$ можно реализовать используя методы работ [9–11].

1. Функция Лагранжа в релятивистской электродинамике

Следуя работам [9–11] представим функцию Лагранжа взаимодействия электромагнитного поля с дипольными моментами микрочастиц в виде

$$L = -\frac{1}{4} D^{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \quad (1)$$

В этом выражении $F_{\mu\nu}$ и $D^{\mu\nu}$ антисимметричные тензоры, которые определяются соотношениями [10, 11]

$$D^{\mu\nu} = (d^\mu u^\nu - d^\nu u^\mu) + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} m_\rho u_\sigma, \quad (2)$$

$$F^{\mu\nu} = (e^\mu u^\nu - e^\nu u^\mu) + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} b_\rho u_\sigma, \quad (3)$$

где u^μ – 4-х-мерная скорость частицы, $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ – полностью антисимметричный единичный тензор с компонентой $\varepsilon^{0123} = +1$.

Вектора e^μ и b^μ выражаются через тензор $F^{\mu\nu}$ и дуальный тензор $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$ электромагнитного поля следующим образом

$$e^\mu = F^{\mu\nu} u_\nu, \quad b^\mu = \tilde{F}^{\mu\nu} u_\nu. \quad (4)$$

Аналогично определяются вектора d^μ и m^μ через компоненты тензора $D^{\mu\nu}$, которые выражаются через электрический и магнитный дипольные моменты структурной частицы.

Если подставим (2) и (3) в (1), то получим нерелятивистскую функцию Лагранжа

$$L = -\frac{1}{4}(d^\mu e_\mu + m^\mu b_\mu). \quad (5)$$

Свертка уравнения (5) в трехмерной форме имеет вид

$$L = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{1}{u^0} (\vec{d}\vec{u})(\vec{E}\vec{u}) + u^0 (\vec{d}\vec{E}) - (\vec{u}[\vec{d}\vec{H}]) - \frac{1}{u^0} (\vec{m}\vec{u})(\vec{H}\vec{u}) + u^0 (\vec{m}\vec{H}) - (\vec{m}[\vec{u}\vec{E}]) \right\}, \quad (6)$$

Где $u^0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta = \vec{v}/c$, $c=1$, \vec{E} – вектор напряженности электрического поля, а \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля.

2. Функция Лагранжа в нерелятивистском приближении

Ограничиваясь в определении (6) первым порядком по скорости частицы \vec{v} , получим функцию Лагранжа взаимодействия электромагнитного поля с дипольными моментами частицы [10, 11]

$$L = \frac{1}{2} \left[(\vec{d}\vec{E}) - (\vec{v}[\vec{d}\vec{H}]) + (\vec{m}\vec{H}) - (\vec{m}[\vec{v}\vec{E}]) \right]. \quad (7)$$

Выразим \vec{d} и \vec{m} через поляризуемости $\vec{d} = 4\pi\alpha_E\vec{E}$, $\vec{m} = 4\pi\beta_M\vec{H}$. Тогда (7) примет вид:

$$\begin{aligned} L &= 2\pi \left[\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2 - \alpha_E (\vec{v}[\vec{E}\vec{H}]) - \beta_M (\vec{H}[\vec{v}\vec{E}]) \right] = \\ &= 2\pi \left[\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2 + (\alpha_E + \beta_M) (\vec{E}[\vec{v}\vec{H}]) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Когда скорость частицы $\vec{v} = 0$, то

$$L = 2\pi (\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2).$$

Используя функцию Лагранжа (7) и преобразования Лежандра, получим функцию Гамильтона [10]:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} + \frac{1}{2} [\vec{m}\vec{E}] + \frac{1}{2} [\vec{d}\vec{H}] \right)^2 - \frac{1}{2} (\vec{m}\vec{H}) - \frac{1}{2} (\vec{d}\vec{H}). \quad (9)$$

Если перейдем к поляризуемостям α_E и β_M в (9), то получим функцию Гамильтона:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} + 2\pi(\alpha_E + \beta_M)[\vec{E}\vec{H}] \right)^2 - 2\pi(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2), \quad (10)$$

где \vec{p} – канонический импульс.

Таким образом, функция Лагранжа взаимодействия покоящихся частиц с поляризуемостью с электромагнитным полем имеет вид:

$$L = 2\pi(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2), \quad (11)$$

а функция Гамильтона аналогичного взаимодействия:

$$H_{\text{Гам}} = -2\pi(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2). \quad (12)$$

3. Определение функции Лагранжа с учетом дипольных электрической и магнитной поляризуемостей частиц

Поскольку из релятивистской функции Лагранжа (5) и определений d_μ и m_μ получаются соотношения (11) и (12) нерелятивистской электродинамики, то следуя работе [11] определим антисимметричный тензор:

$$D^{\mu\nu} = 4\pi\alpha_E(u^\mu e^\nu - u^\nu e^\mu) + 4\pi\beta_M \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} b_\rho u_\sigma. \quad (13)$$

В этом случае релятивистскую функцию Лагранжа (1) можно представить так:

$$L = \frac{1}{4} D^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2\pi(\alpha_E e_\mu e^\mu + \beta_M b_\mu b^\mu). \quad (14)$$

Учитывая определение (4) для e^μ и b^μ через тензор электромагнитного поля и 4-х-мерную скорость, функцию Лагранжа можно представить следующим образом:

$$L = K_{\mu\nu} u^\mu u^\nu, \quad (15)$$

где множитель $K_{\mu\nu}$ имеет вид:

$$K_{\mu\nu} = (\alpha_E + \beta_M) F_{\rho\mu} F^\sigma{}_\nu - \frac{\beta_M}{2} g_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma}. \quad (16)$$

Используя уравнение (15) для функции Лагранжа и выполняя квантовое теоретико-полевое обобщение этого выражения, получим Лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с микрочастицами спина $1/2$ с учетом их электрических и магнитных поляризуемостей.

В случае взаимодействия электромагнитного поля с частицами спина $1/2$ с учетом их поляризуемостей Лагранжиан имеет вид:

$$L = K_{\mu\nu} \theta^{\mu\nu}, \quad (17)$$

в этом выражении $K_{\mu\nu}$ приведено в (16), а $\theta^{\mu\nu}$ определено следующим образом

$$\theta^{\mu\nu} = \frac{i}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\partial}^\nu \psi, \quad (18)$$

где ψ волновая функция частицы спина $1/2$, а $\bar{\psi}$ – сопряженная волновая функция, $\vec{\partial}^\nu = \partial^\nu - \bar{\partial}^\nu$, γ^μ – матрицы Дирака, удовлетворяющие соотношению

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}.$$

Заключение

На основании представления Лагранжиана в ковариантной форме (17) и физической интерпретации отдельных его слагаемых квантово-полевые уравнения движения представляются в виде [12]

$$(i\hat{\partial} - m)\psi = e\hat{A}\psi - \frac{i}{2} \left[\partial^\nu (K_{\sigma\nu} \gamma^\sigma \psi) + K_{\sigma\nu} \gamma^\sigma \partial^\nu \psi \right], \quad (19)$$

где $\hat{\partial} = \gamma_\mu \partial^\mu$, $\hat{A} = A_\mu \gamma^\mu$.

Применяя метод функции Грина для решения уравнения (19), можно получить амплитуду Комптоновского рассеяния на частице с учетом поляризуемостей в инвариантной форме, а также амплитуды других электродинамических процессов.

Литература

1. Максименко, Н. В. Феноменологическое описание поляризуемости элементарных частиц в полевой теории / Н. В. Максименко, Л. Г. Мороз // Сборник трудов 11 Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике, Дубна / Д2-11707. – Дубна, 1979. – С. 533–543.
2. Любошиц, В. Л. Ковариантное разложение электромагнитного поля / В. Л. Любошиц, Я. А. Смородинский // ЖЭТФ – 1962. – Т. 42, вып. 3. – С. 846–855.
3. Дубовик, В. М. Мультипольное разложение в классической и в квантовой теории поля и излучение / В. М. Дубовик, А. А. Чешков // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). – 1974. – Т. 53. – С. 791–837.
4. Левчук, М. И. Гирация нуклона как одна из характеристик его электромагнитной структуры / М. И. Левчук, Л. Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер.фіз.-мат. наук. – 1985. – Т. 1. – С. 45–54.
5. Ragusa, S. Third order spin polarizabilities of the nucleon / S. Ragusa // Phys. Rev. – 1993. – Vol. D47. – P. 3757–3767.
6. Drechsel, D. Dispersion relations in real and virtual Compton scattering / D. Drechsel, B. Pasquini, M. Vanderhaeghen // Phys. Rept. – 2003. – Vol. 378. – P. 99–205.
7. Gorchtein, M. New approach to low energy virtual Compton scattering and generalized polarizabilities of the nucleon / M. Gorchtein // Phys. Rev. – 2010. – Vol. C81. – P. 015206. // arXiv: 0905.4331 (nucl-th).
8. Holstein, Barry R. Hadron polarizabilities / Barry R. Holstein, Stefan Scherer // Annual Review of Nuclear and Particle Science. – 2014. – Vol. 64. – P. 51–81.
9. Меллер, К. Теория относительности / К. Меллер. – М. Атомиздат, 1975. – 400 с.
10. Anandan, J. Classical and quantum interaction of the dipole / J. Anandan // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.
11. He, Xiao-Gang. Relativistic dipole interaction and the topological nature for induced HMW and AC phases / Xiao-Gang He, Bruce McKellar // Phys. Lett. A. – 2017. – Vol. 381, № 21. – P. 1780–1783.

12. Andreev, V. V. Covariant equations of motion of a spin $\frac{1}{2}$ particle in an electromagnetic field with allowance for polarizabilities / V. V. Andreev, O. M. Deryuzhkova, N. V. Maksimenko // Russ. Phys. Journ. – 2014. – Vol. 56, № 9. – P. 1069–1075.

А. В. Павленко, Ю. А. Гришечкин
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ ЛОГУНОВА – ТАВХЕЛИДЗЕ В ИМПУЛЬСНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА ДВУМЕРНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Введение

Одной из основных моделей нерелятивистской квантовой теории, допускающих точные решения, является задача о гармоническом осцилляторе [1]. В данной работе найдено точное решение модифицированного уравнения Логунова – Тавхелидзе в импульсном представлении с потенциалом гармонического осциллятора в двумерном случае. Аналогичная задача в трёхмерном случае была рассмотрена в работе [2].

Потенциал гармонического осциллятора на плоскости в координатном представлении имеет вид

$$V(\rho) = \omega^2 \rho^2, \quad (1)$$

где ω – константа связи, ρ – модуль радиус-вектора. Используя двумерное преобразование Фурье, запишем потенциал (1) в импульсном представлении

$$V(\mathbf{p} - \mathbf{k}) = -(2\pi)^2 \omega^2 \Delta_p \delta(\mathbf{p} - \mathbf{k}), \quad (2)$$

где Δ_p – оператор Лапласа на плоскости импульсов, $\delta(\mathbf{p} - \mathbf{k})$ – дельта-функция.

Модифицированное уравнение Логунова – Тавхелидзе, описывающее связанные состояния двух скалярных частиц одинаковой массы m в двумерном импульсном представлении имеет вид

$$\psi(\mathbf{p}) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{E_p^2 - E^2} \frac{E_p}{m} \int V(\mathbf{p}, \mathbf{k}) \frac{m}{E_k} \psi(\mathbf{k}) d^2 \mathbf{k}, \quad E_p = \sqrt{k^2 + m^2}, \quad (3)$$

где $\psi(\mathbf{p})$ – волновая функция, \mathbf{p} – двумерный относительный импульс в системе центра масс, $2E$ – энергия двухчастичной системы, $V(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ – релятивистский потенциал.

1. Решение релятивистского двухчастичного уравнения

Подстановка потенциала (2) в уравнение (3) и последующее интегрирование с учетом свойств дельта-функции [3] приводит к следующему дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\left(E^2 - m^2 - p^2\right) \frac{m}{E_p} \psi(\mathbf{p}) = -\omega^2 \Delta_{\mathbf{p}} \frac{m}{E_p} \psi(\mathbf{p}). \quad (4)$$

Выполним в данном уравнении разделение переменных в полярных координатах (p, φ) , для этого представим волновую функцию $\psi(\mathbf{p})$ в следующей форме [4, 5]:

$$\psi(\mathbf{p}) = \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \psi_{\mu}(p) \exp(i\mu\varphi), \quad (5)$$

где $\psi_{\mu}(p)$ – парциальные волновые функции. Подстановка ряда (5) в уравнение (4) и приравнивание в полученном равенстве коэффициентов при одинаковых множителях $\exp(i\mu\varphi)$ слева и справа приводит к обыкновенным дифференциальным уравнениям для парциальных волновых функций, каждое из которых запишем в виде

$$\left(\frac{d^2}{dp^2} + \frac{1/4 - \mu^2}{p^2} + \frac{1}{\omega^2} \left(E^2 - m^2 \right) - \frac{1}{\omega^2} p^2 \right) \frac{m}{E_p} \psi_{\mu}(p) = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) представим в форме [6]

$$\psi_{\mu}(p) = C_{\mu} \frac{E_p}{m} p^{\frac{1}{2}+\mu} \exp\left(-\alpha \frac{p^2}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{4} + \frac{|\mu|}{2}, |\mu|+1, \alpha p^2\right), \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{1}{\omega}, \quad \beta = \frac{1}{\omega}(E^2 - m^2), \quad (8)$$

где C_{μ} – неизвестная константа, ${}_1F_1(a, b, x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция [7]. Для того, чтобы функции (7) были конечными, потребуем выполнение условия

$$\frac{1}{2} - \frac{\beta}{4} + \frac{|\mu|}{2} = -n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

которое приводит к тому, что вырожденная гипергеометрическая функция преобразуется в обобщённый полином Лагерра [7]. Таким образом, парциальные волновые функции с точностью до нормировочных множителей $C_{\mu, n}$ имеют вид

$$\psi_{\mu, n}(p) = C_{\mu, n} \frac{E_p}{m} p^{\frac{1}{2}+\mu} \exp\left(-\alpha \frac{p^2}{2}\right) L_n^{|\mu|}(\alpha p^2), \quad (10)$$

где $L_b^a(x)$ – обобщенный полином Лагерра. Учитывая обозначения (8), из равенства (9) получим условие квантования энергии:

$$2E_{\mu, n} = 2\sqrt{2\omega(2n + |\mu| + 1) + m^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Анализ условия квантования энергии (11) показывает, что для любой парциальной волны существует бесконечное количество энергетических уровней системы, а сама энергия двухчастичной системы должна быть больше $2m$. Кроме того, в отличие от нерелятивистского случая, энергетические уровни релятивистского гармонического осциллятора не являются эквидистантными.

Для определения множителей $C_{\mu, n}$ воспользуемся нерелятивистским условием нормировки [1]

$$\int_0^{\infty} \psi_{\mu,n}^2(p) dp = 1. \quad (12)$$

Подставив (10) в (12) и выполнив интегрирование [8], получим следующее выражение для нормировочных множителей:

$$C_{\mu,n} = \frac{\alpha^{\mu+1} 2n!}{\left(\frac{2n+\mu+1}{\alpha m^2} + 1\right) \Gamma(n+\mu+1)}, \quad (13)$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция. На рисунке 1 показаны графики зависимости квадратов парциальных волновых функций от переменной p при $m=1$.

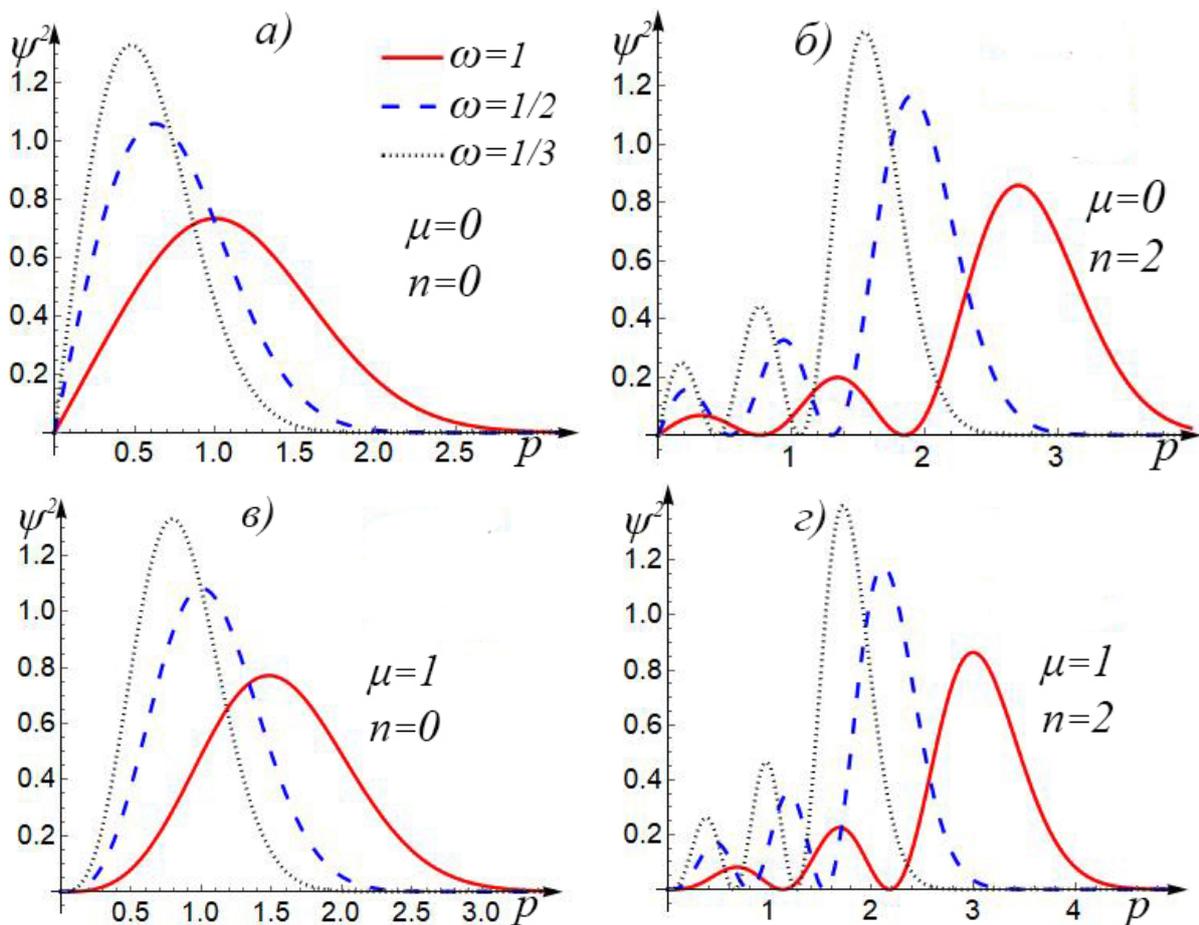


Рисунок 1 – Квадраты парциальных волновых функций

Как видно на рисунке 1, с убыванием константы связи ω парциальные волновые функции локализуются в области начала координат, также видно, что число нулей волновой функции равно $n + 1$.

Заключение

В данной работе найдено точное решение двумерного модифицированного уравнения Логунова – Тавхелидзе для потенциала гармонического осциллятора: получено условие квантования энергии двухчастичной системы и парциальные волновые функции. Проведён анализ полученных результатов.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Курс теоретической физики / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц // Учеб. пособ.: для вузов. В 10 т. Т. III. Квантовая механика (нерелятивистская теория). 6-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 800 с.
2. Капшай, В. Н. Точные решения квазипотенциальных уравнений для некоторых аналогов потенциалов запираания / В. Н. Капшай, С. П. Кулешов, Н. Б. Скачков // Ядерная физика. – 1983. – Т. 37. – С. 1292–1296.
3. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики. Учебник для вузов. 2-е изд. / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400 с.
4. Пупышев, В. В. Двумерное кулоновское рассеяние квантовой частицы: низкоэнергетические асимптотик / В. В. Пупышев // ТМФ. – 2016. – Т. 188, № 1. – С. 49–75.
5. Флюгге, З. Задачи по квантовой механике: в 2 т. / З. Флюгге. – Москва: ЛКИ, 2010. – Т. 1. – 344 с.
6. Камке, Э. Справочник по дифференциальным уравнениям. / Э. Камке. – Санкт-Петербург: Издательство «Лань», 2003 – 576 с.
7. Арфкен, Г. Математические методы в физике / Г. Арфкен. – Москва: Атомиздат, 1970. – 712 с.
8. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и производных / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2011. – 1232 с.

А. А. Садовский^{1,2}, А. А. Бабич², А. А. Панков^{2,3}

¹УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

²УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

³Объединенный институт ядерных исследований, ОИЯИ, Дубна, Россия

ПРЕЦИЗИОННАЯ ПРОВЕРКА СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ НА БУДУЩИХ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ КОЛЛАЙДЕРАХ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Введение

Хотя Большому адронному коллайдеру LHC в ЦЕРНе предстоят еще почти два десятилетия исследований, физики уже давно приступили к работе над проектом коллайдеров нового поколения. Это циклический (FCC-ee) и линейные электрон-позитронные (ILC, CLIC) коллайдеры. Для конкретизации расчетов мы остановимся на первом из них.

Первоначальный этап работы коллайдера FCC-ee будет связан с прецизионной проверкой Стандартной модели (СМ) при энергии электрон-позитронных пучков, равной или близкой массе стандартного Z -бозона, т.е. $\sqrt{s} \approx 88\text{--}95$ ГэВ. Коллайдер будет обладать поистине фантастической светимостью, которая достигнет величины 150 атобарн⁻¹ за четыре года работы. Это позволит кардинально, иногда на порядки, улучшить точность измерения многих модельных параметров, например, угла Вайнберга θ_W . В представленной работе будет оценена ожидаемая точность будущих экспериментов по измерению $\sin^2\theta_W$.

Отметим, что, если экспериментальное значение отличается от предсказаний СМ даже на мизерную величину, отклонения могут быть надежно зарегистрированы, открыв тем самым дорогу к «новой физике».

1. Полное сечение и асимметрия вперед-назад процесса аннигиляционного рождения мюонных пар

В представленной работе выявлены особенности в энергетическом поведении сечения аннигиляционного рождения мюонных пар и асимметрии вперед-назад в рамках СМ, которые позволят выполнить прецизионный тест СМ на электрон-позитронных ускорителях сле-

дующего поколения, в частности, FCC-ee. В работе исследуется возможность измерения с рекордной точностью одного из ключевых параметров СМ – угла электрослабого смешивания, известного также как угол Вайнберга θ_W .

Дифференциальное сечение электрон–позитронной аннигиляции в пару мюонов $e^+e^- \rightarrow \bar{f}f (f=\mu)$, т.е.

$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^- \quad (1)$$

для неполяризованных начальных пучков может быть записано в борновском приближении следующим образом [1]

$$\frac{d\sigma_{ff}}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha_{e.m.}^2}{2s} \left[(1 + \cos^2\theta) F_1 + 2\cos\theta F_2 \right], \quad (2)$$

где θ есть угол рассеяния между направлением движения начального электрона и вылетающего фермиона f . Кроме того, функции F_1 и F_2 в СМ

$$\begin{aligned} F_1^{SM} &= Q_e^2 Q_f^2 + 2 Q_e v_e Q_f v_f \operatorname{Re}\chi_Z + (v_e^2 + a_e^2)(v_f^2 + a_f^2)|\chi_Z|^2, \\ F_2^{SM} &= 2 Q_e a_e Q_f a_f \operatorname{Re}\chi_Z + 4 v_e a_e v_f a_f |\chi_Z|^2, \end{aligned} \quad (3)$$

зависят от электрических зарядов лептонов и лептонных констант связи Z -бозона, а также его пропагатора χ_Z . Физические наблюдаемые, измеряемые на эксперименте, включают в себя полное сечение процесса (1)

$$\sigma_{\mu\mu} = \int_{-1}^1 \frac{d\sigma_{\mu\mu}}{d\cos\theta} d\cos\theta = \sigma_{\text{pt}} F_1 \quad (4)$$

и асимметрию вперед-назад:

$$A_{\text{FB}} = \frac{\sigma_{\text{FB}}}{\sigma_{\mu\mu}} \equiv \frac{\sigma_{\mu\mu}^{\text{F}} - \sigma_{\mu\mu}^{\text{B}}}{\sigma_{\mu\mu}} = 3F_2/4F_1, \quad (5)$$

где $\sigma_{\text{pt}} \equiv \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-) = (4\pi\alpha_{e.m.}^2)/(3s)$.

Энергетическое поведение относительного сечения $R^\mu = \sigma_{\mu\mu}/\sigma_{pt}$ ($=F_1$) и асимметрии вперед-назад A_{FB} в СМ представлены на рисунке 1 и рисунке 2 соответственно. Особенностью поведения наблюдаемых является наличие характерных экстремумов, в окрестности которых следует ожидать увеличения чувствительности к параметрам СМ.

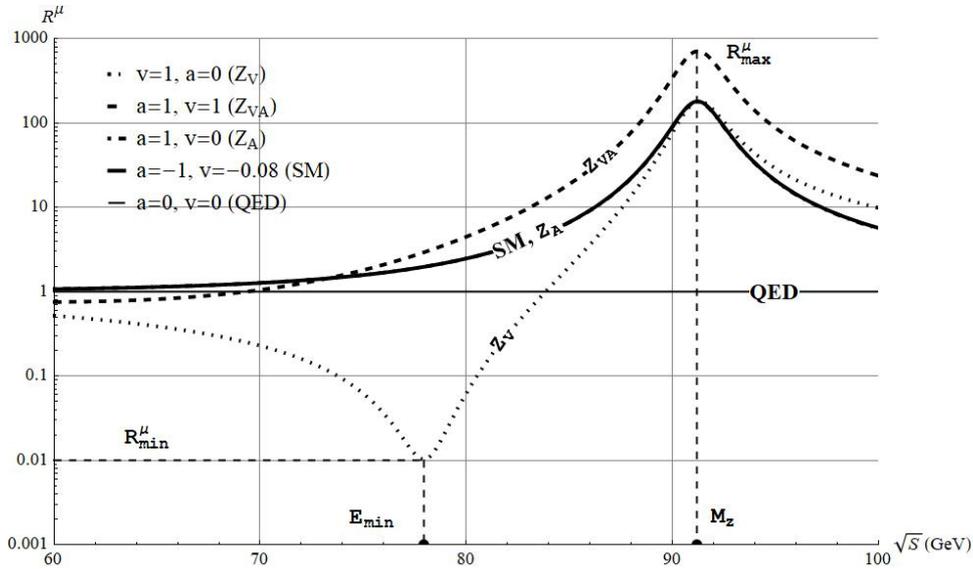


Рисунок 1 – Энергетическое поведение относительного сечения R^μ в процессе аннигиляционного рождения мюонных пар. Указаны различные возможные комбинации констант связи Z-бозона с лептонами в СМ $(v, a)=(-0,08; -1)$, а также для случаев $v=a=1$, $v=0$ и $a=0$, приведенных в легенде

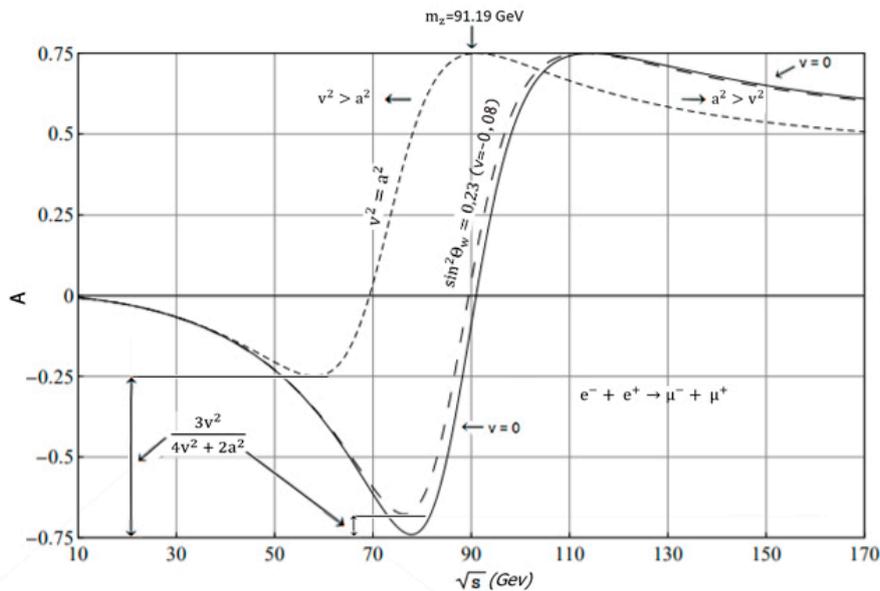


Рисунок 2 – Зависимость аналогичная графикам, приведенным на рисунке 1, но для асимметрии вперед-назад A_{FB}

Проведенный в работе статистический анализ свидетельствует о том, что при планируемой светимости пучков коллайдера FCC-ee равной 150 атобарн^{-1} удастся более чем на порядок повысить точность измерения $\sin^2\theta_W$ по сравнению с современной, доведя ее до рекордного значения $\delta(\sin^2\theta_W) \sim 10^{-6}$.

Кроме того отметим, что экспериментальное исследование экстремумов в энергетическом поведении наблюдаемых позволит не только осуществить прецизионную проверку СМ, но и получить указания на существование «новой» физики.

В заключении авторы выражают благодарность Белорусскому республиканскому фонду фундаментальных исследований (БРФФИ), за финансовую поддержку настоящей работы.

Литература

1. Osland, P. Z-prime interference effects from TRISTAN to LEP-2 / P. Osland, A. A. Pankov // Phys. Lett. B. – 1997. – Vol. 403. – P. 93–100.

2. Babich, A. A. New physics signatures at a linear collider: Model independent analysis from conventional polarized observables / A. A. Babich, P. Osland, A. A. Pankov, N. Paver // Phys. Lett. B. – 2001. – Vol. 518. – P. 128–136.

3. Pankov, A. A. High-precision limits on W – W' and Z – Z' mixing from diboson production using the full LHC Run 2 ATLAS data set / A. A. Pankov, P. Osland, I. A. Serenkova, V. A. Bednyakov // Eur. Phys. J. C. – 2020. – Vol. 80. – P. 503–525.

В. И. Стражев

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И ЭКСПЕРИМЕНТ ВЕБЕРА – КОЛЬРАУША

Эксперимент Вебера – Кольрауша (далее В-К, см. например [1]) имел, по существу, ключевое значение при создании теории электромагнитных явлений, известной как уравнения Максвелла и выдвижения гипотезы об электромагнитной природе света. Но, как ни странно (о возможных причинах в конце сообщения) в учебниках по электродинамике фактически об этом или ничего не говорится, или содержится информация, не соответствующая реальному положению дел.

В первой работе Максвелла «О фарадеевых силовых линиях» 1855 г. (см. [2]) был представлен новый подход к описанию электромагнетизма. На основе физических воззрений Фарадея, моделирования электромагнитных явлений как механических процессов в эфире и использования новейших математических методов, возникла следующая система уравнений (записывается в современных обозначениях и в системе единиц измерения СГСМ, применяемой Максвеллом):

$$\nabla \times \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}, \quad (1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi \rho. \quad (1b)$$

$$\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t - \nabla \varphi, \quad (2a)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \text{Ч} \mathbf{A} \quad (2b)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}.$$

Уравнение (1a) основывалось на законах Био-Савара и Ампера, уравнение (1b) опиралось на закон Кулона. Уравнения (2) являются интерпретацией закона электромагнитной индукции Фарадея. Максвелл предпочитал именно такую формулировку, а не использование уравнений

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (3a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3b)$$

непосредственно следующих из (2), так как связывал с уравнениями (2) физическую интерпретацию понятия электротонического состояния, введенного Фарадеем для описания электромагнитных свойств материальной среды. С математическим выражением данного физического понятия Максвелл связывал векторный потенциал, подчиняющийся условию $\text{div} \mathbf{A} = 0$.

В третьей части статьи «О физических силовых линиях», опубликованной в начале 1862 г. под названием «Теория молекулярных вихрей в применении к статическому электричеству» (см. [2]), Максвелл видоизменил уравнение (1a), включив в его правую часть выражение $\partial \mathbf{D} / \partial t$, названное им «током смещения». Кроме того, эфир стал рассматриваться им как среда с диэлектрическими свойствами. Максвелл, прибегнув к моделированию поляризации эфира, установил между векторами \mathbf{D} и \mathbf{E} следующую взаимосвязь:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{c^2} \mathbf{E}, \quad (4)$$

где c – скорость света. Вывод соотношения (4) в рамках рассмотрения, проведенного Максвеллом, был возможен только при использовании системы СГСМ. Эти принципиальные новшества (соотношение (4) и ток смещения), приведшие к созданию теории электромагнитных явлений, имели под собой конкретную экспериментальную основу.

Максвелл и здесь остался верен своему подходу к развитию новых теоретических воззрений об электромагнетизме. Его суть – опора на экспериментальные результаты при предложении теоретического описания, отличного от электродинамики дальнего действия, в которой эфир исключался в качестве носителя электромагнитных процессов и предполагалось существование в материальной среде электрических корпускул.

В работе Максвелла 1862 г. есть прямая ссылка на эксперимент В-К (см. [2]), осуществленный в 1855 г. Суть опыта внешне проста: измерить электростатическими методами (основанными на законе Кулона) заряд конденсатора, затем при разряде конденсатора измерить величину возникающего тока и определить величину заряда конденсатора с помощью электродинамических методов, использующих закон Ампера. Осуществление эксперимента для того времени было сложнейшей научно-технической задачей, связанной с отысканием новых способов и устройств, необходимых для проведения требуемых измерений.

Опыт В-К предполагал выполнение закона сохранения электрического заряда. Но в явном виде он не постулировался. В то же время, как следует из сути эксперимента В-К, а priori подразумевался. В первой работе Максвелла, как и в первых двух частях второй работы этот закон сохранения не рассматривался и не упоминался. Однако в последующих работах Максвелл стал обязательно включать его формулировку в систему уравнений электродинамики как необходимую составляющую электромагнитной теории, хотя формально он мог уже рассматриваться как прямое следствие уравнений Максвелла при наличии в них тока смещения.

Обозначим единицу электрического заряда, определенную с помощью закона Кулона, как q_C , а определенную с помощью закона Ампера как q_A . Система единиц СГСМ предполагает использование заряда q_A , тогда как система единиц СГСЕ (электростатическая си-

стема единиц) – заряда q_C . Их значения, как выяснил впервые Вебер (см. [3]), связаны между собой соотношением $q_C = c_w q_A$, где c_w имеет размерность скорости. Первоначально константа c_w получила название постоянной Вебера. В 1846 г. он же (см. [3]) сформулировал уравнение, описывающее взаимодействие движущихся зарядов. При использовании обозначений q_C и q_A оно имеет вид:

$$\mathbf{F} = \frac{q_C q'_C}{r^3} \mathbf{r} - \frac{q_A q'_A}{r^3} \mathbf{r} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{dt^2} \right]. \quad (5)$$

При введении отмеченного выше соотношения между q_C и q_A определение (5) обретает привычное (для того времени) выражение:

$$\mathbf{F} = \frac{q q' r}{r^3} \left\{ 1 - \frac{1}{c_w^2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{dt^2} \right] \right\}, \quad (6)$$

где $q \equiv q_C$, r – относительное расстояние между зарядами, сила \mathbf{F} направлена по прямой, соединяющей их. Основываясь на определении (6), можно получить формулировку законов Кулона и Ампера, а также электромагнитной индукции Фарадея, привлекая закона сохранения энергии. Уравнение (6) вплоть до открытия Герцем электромагнитных волн в 1888 г. являлось основным уравнением электродинамики. Эксперимент В-К установил значение константы c_w (её стали называть электродинамической постоянной), оказавшейся равной скорости света. Вебер интерпретировал её как величину максимальной скорости, при которой в отсутствие ускорения у движущихся зарядов их электростатическое и электромагнитное взаимодействия взаимно уравновешиваются. Он также подчёркивал, что эксперимент является первым опытом, в котором устанавливается взаимосвязь между электростатическими и магнитостатическими явлениями. В публикации 1857 г. (см. [4]) Кирхгоф дал иную интерпретацию c_w , связав её со скоростью распространения электрического сигнала (колебаний тока проводимости) в проводнике. Риман в 1858 г. (см. [5]), основываясь на опыте В-К и статье Кирхгофа, предложил электромагнитную теорию света (публикация подготовленной им статьи произошла только после его кончины в 1867 г.). В 1867 г. в том же номере журнала, что и статья Римана, была опубликована работа Людвиг Лоренца (см. [6]), в которой на той же научной основе, что и у Римана, предлагалась аналогичная теория. Но если Риман обсуждал только скалярный (запаздывающий) потенциал, то Лоренц рассматривал век-

торный и скалярный потенциалы, которые подчинялись уравнениям Даламбера с источниками. Между потенциалами им постулировалась взаимосвязь: $\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$, называемая ныне условием (калибровкой) Лоренца. Лоренцу не были известны ни статья Максвелла 1862 г., ни статья «Динамическая теория электромагнитного поля» 1864-65 гг. (см. [2]).

Опыт В-К и статья Кирхгофа стали основой и для Максвелла при введении соотношения (4) и тока смещения и выдвигении гипотезы об электромагнитной природе света. В рамках его представлений о физической сути электромагнитных явлений не было места токам проводимости в материальной среде (у Лоренца их изменение служило эквивалентом световых колебаний). Взамен у Максвелла появился ток смещения, введение которого связывалось с присутствием в уравнении непрерывности $\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ относящегося к эфиру выражения $\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

В этой субстанции (эфире) коэффициент ε в силу соотношения (4) полагался равным $\frac{1}{c^2}$, $\mu = 1$. Взяв производную по времени от уравнения (1b), Максвелл установил связь между изменением плотности тока $\nabla \cdot \mathbf{j}$ и изменением электрического смещения $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$. При сопоставлении этого результата с определением величины $\nabla \cdot \mathbf{j}$ через уравнение (1a) возникла необходимость введения выражения $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ в уравнение (1a) для устранения возникающего противоречия.

В работе 1862 г. нет уравнений Даламбера для полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , хотя Максвелл явно подразумевал их наличие при выдвигении гипотезы об электромагнитном происхождении световых колебаний.

И о возможных причинах, по которым упоминание об эксперименте В-К исчезло в учебной литературе. Их несколько: повсеместное внедрение системы СИ, в рамках которой опыт В-К объяснять затруднительно; необходимость введения и рассмотрения систем СГСМ и СГСЕ, что обязательно для объяснения причин возникновения соотношения (4); необходимость обсуждения уравнения Вебера (6) при пояснении сути эксперимента; нереалистичность придуманной Максвеллом модели эфира, от использования и упоминания о которой он позже полностью отказался, но без краткого анализа которой трудно обойтись.

Однако, нет сомнений в том, что эксперимент Вебера-Кольрауша должен занять подобающее ему место в курсе электродинамики.

Литература

1. Kirchner, F. Determination of the velocity of light from electromagnetic measurements according to W. Weber and R. Kohlrausch / F. Kirchner // American Journal of Physics. – 1957. – Vol. 25. – P. 623–925.
2. Максвелл, Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля / Дж. К. Максвелл. – М.: ГИТТЛ, 1952. – 346 с.
3. Assis, A. On the Electromagnetic and Electrostatic Units of Current and the Meaning of the Absolute System of Units / A. Assis, K. Reich, K. Wiederkehr // Sudhoffs Archiv. – 2004. – Vol. 88, № 1. – P. 10–31. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/20777923>.
4. Graneau, P. Kirchhoff on the motion of electricity in conductors / P. Graneau, A. K. T. Assis // Apeiron. – 1994. – Vol. 19. – P. 19–25.
5. Rosenfeld, L. The Velocity of Light and the Evolution of Electrodynamics / L. Rosenfeld // Nuovo Cimento, Supplement. – 1956. – Vol. 4. – P. 1630–1669.
6. Keller, O. Optical Works of L. V. Lorenz / O. Keller // Progress in Optics. – 2002. – Vol. 43. – P. 195–294.

Е. С. Тимошин, С. И. Тимошин

УО «Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

КВАРКОВЫЕ ВКЛАДЫ В СПИН НУКЛОНА ИЗ ИНКЛЮЗИВНОГО И ПОЛУИНКЛЮЗИВНОГО ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ НЕЙТРИНО И АНТИНЕЙТРИНО НА ПОЛЯРИЗОВАННЫХ НУКЛОНАХ

Нейтринное глубоконеупругое рассеяние (ГНР) на поляризованных мишенях имеет важное значение для изучения структуры адронов, в том числе спиновой структуры нуклона [1, 2]. В отличие от ГНР заряженных лептонов [3–5] нейтринное ГНР позволяет разделять вклады валентных кварков и антикварков (моря) в нуклонный спин. В настоящее время такие данные получают из полуинклюзивных процессов l -ГНР. Однако они зависят от функций фрагментации, что вносит дополнительные неопределенности в экспериментальные данные.

Нейтринные эксперименты с поляризованными мишенями ещё не проводились, поскольку из-за больших размеров пучка для набора необходимой статистики требовались поляризованные мишени в несколько метров и сотен тонн, что технически невозможно осуществить. С появлением мюонного коллайдера [6–9] будет возможным получать высокофокусированные нейтринные пучки [2, 10–14]. Поэтому нейтринные эксперименты с поляризованными мишенями могут впервые стать возможными, так как мишень приблизительно 20 кг будет давать отличную статистику [6, 15]. Нейтринные эксперименты с поляризованными мишенями позволяют получить полное разложение нуклонного спина по кварковым ароматам, что является очень важным для установления природы спина нуклона [6, 15, 16].

Важное место в изучении спиновой структуры нуклона занимает поляризация странных кварков и антикварков Δs и $\Delta \bar{s}$ [17]. КХД-анализы инклюзивных поляризационных данных l -ГНР для извлечения $(\Delta s + \Delta \bar{s})$ применяют измеряемую величину – октетный аксиальный заряд a_8 , который содержит существенные неопределенности. Данные из полуинклюзивных экспериментов имеют существенную зависимость от выбора параметризации функций фрагментации.

В работе [18] предложен подход, свободный от указанных недостатков. Здесь на основе инклюзивных и полуинклюзивных асимметрий ГНР нейтрино и антинейтрино на поляризованных протонах и дейтронах получены выражения для Δs , $\Delta \bar{s}$, $\Delta s + \Delta \bar{s}$.

Для изучения спиновой структуры нуклона важное значение имеют поляризационные данные для нейтрона.

В настоящей работе предлагается способ получения вкладов странных кварков Δs и антикварков $\Delta \bar{s}$, распределений $(\Delta s(x) \pm \Delta \bar{s}(x))$ из данных инклюзивного и полуинклюзивного ГНР (анти) нейтрино на поляризованных нейтронах (${}^3\text{He}$):

$$\nu(\bar{\nu}) + n \rightarrow l^-(l^+) + X, \quad (1)$$

$$\nu(\bar{\nu}) + n \rightarrow l^-(l^+) + \pi + X. \quad (2)$$

Сечения инклюзивных процессов (1) получены в виде

$$\frac{d\sigma_{\nu(\bar{\nu})n}}{dx dy} = 2\sigma_0 x \left[\frac{d\sigma_{\nu(\bar{\nu})n}^a}{dx dy} + \frac{p_N d\sigma_{\nu(\bar{\nu})n}^p}{dx dy} \right], \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{\bar{\nu}n}^a}{dx dy} &= u(x) + s(x) + y_1^2 \bar{d}(x), \\
\frac{d\sigma_{\bar{\nu}n}^p}{dx dy} &= \Delta u(x) + \Delta s(x) - y_1^2 \Delta \bar{d}(x), \\
\frac{d\sigma_{\bar{\nu}n}^a}{dx dy} &= y_1^2 d(x) + \bar{u}(x) + \bar{s}(x), \\
\frac{d\sigma_{\bar{\nu}n}^p}{dx dy} &= y_1 \Delta d(x) - \Delta \bar{u}(x) - \Delta \bar{s}(x).
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $\Delta q(x)$ ($\Delta \bar{q}(x)$) и $q(x)$ ($\bar{q}(x)$) – функции распределения поляризованных и неполяризованных кварков (антикварков) соответственно; $y_1 = 1 - y$.

Поляризационные асимметрии инклюзивного ГНР нейтрино и антинейтрино на поляризованных нейтронах (1) имеют вид

$$A_{\nu n, \bar{\nu} n} = \frac{d\sigma_{\nu n, \bar{\nu} n}^{\downarrow\uparrow, \uparrow\downarrow} - d\sigma_{\nu n, \bar{\nu} n}^{\downarrow\downarrow, \uparrow\uparrow}}{d\sigma_{\nu n, \bar{\nu} n}^{\downarrow\uparrow, \uparrow\downarrow} + d\sigma_{\nu n, \bar{\nu} n}^{\downarrow\downarrow, \uparrow\uparrow}}. \tag{5}$$

где

$$d\sigma = d^2\sigma/dx dy.$$

С учетом (3), (4) получаем для нейтрино

$$A_{\nu n} = \frac{d\sigma_{\nu n}^p}{d\sigma_{\nu n}^a} = \frac{\Delta u(x) + \Delta s(x) - y_1^2 \Delta \bar{d}(x)}{u(x) + s(x) + y_1^2 \bar{d}(x)}, \tag{6}$$

и антинейтрино

$$A_{\bar{\nu} n} = \frac{y_1^2 \Delta d(x) - \Delta \bar{u}(x) - \Delta \bar{s}(x)}{y_1^2 d(x) + \bar{u}(x) + \bar{s}(x)}. \tag{7}$$

Для дифференциальных сечений полуинклюзивных процессов (2) получены выражения

$$\begin{aligned}
d\sigma_{\nu n}^{a\pi} &= u(x) D_u^\pi(z) + y_1^2 \bar{d}(x) D_{\bar{d}}^\pi(z), \\
d\sigma_{\nu n}^{p\pi} &= \Delta u(x) D_u^\pi(z) - y_1^2 \Delta \bar{d}(x) D_{\bar{d}}^\pi(z), \\
d\sigma_{\bar{\nu} n}^{a\pi} &= y_1^2 d(x) D_d^\pi(z) + \bar{u}(x) D_{\bar{u}}^\pi(z), \\
d\sigma_{\bar{\nu} n}^{p\pi} &= y_1^2 \Delta d(x) D_d^\pi(z) - \Delta \bar{u}(x) D_{\bar{u}}^\pi(z).
\end{aligned} \tag{8}$$

Полуинклюзивные асимметрии $A_{\nu n}^{\pi^+-\pi^-}$ и $A_{\bar{\nu} n}^{\pi^+-\pi^-}$ имеют структуру, аналогичную (5), с заменой $\Delta\sigma \rightarrow \Delta\sigma^{\pi^+-\pi^-} = d\sigma^{\pi^+} - d\sigma^{\pi^-}$.

Для них с учетом (8) получаем выражения:

$$A_{\nu n}^{\pi^+-\pi^-} = \frac{d\sigma_{\nu n}^{p(\pi^+-\pi^-)}}{d\sigma_{\nu n}^{a(\pi^+-\pi^-)}} = \frac{\Delta u(x)D_u^{\pi^+-\pi^-} - y_1^2 \Delta \bar{d}(x)D_{\bar{d}}^{\pi^+-\pi^-}}{u(x)D_u^{\pi^+-\pi^-} + y_1^2 \bar{d}(x)D_{\bar{d}}^{\pi^+-\pi^-}}.$$

Так как $D_{\bar{d}}^{\pi^+-\pi^-} = D_u^{\pi^+-\pi^-}$, то имеем

$$A_{\nu n}^{\pi^+-\pi^-} = \frac{\Delta u(x) - y_1^2 \Delta \bar{d}(x)}{u(x) + y_1^2 \bar{d}(x)}. \quad (9)$$

Для антинейтрино с учетом $D_{\bar{u}}^{\pi^+-\pi^-} = D_d^{\pi^+-\pi^-}$ получаем

$$A_{\bar{\nu} n}^{\pi^+-\pi^-} = \frac{d\sigma_{\bar{\nu} n}^{p(\pi^+-\pi^-)}}{d\sigma_{\bar{\nu} n}^{a(\pi^+-\pi^-)}} = \frac{y_1^2 \Delta d(x) - \Delta \bar{u}(x)}{y_1^2 d(x) + \bar{u}(x)}. \quad (10)$$

Совместное применение инклюзивных и полуинклюзивных асимметрий позволяет определить вклады странных кварков Δs и антикварков $\Delta \bar{s}$. Так из асимметрий $A_{\nu n}$ (6) и $A_{\nu n}^{\pi^+-\pi^-}$ (9) получаем распределение $\Delta s(x)$, а его первый момент есть вклад -кварка в спин нуклона:

$$\Delta s = \int_0^1 \Delta s(x) dx = \int_0^1 \left[(A_{\nu n} - A_{\nu n}^{\pi^+-\pi^-}) (u(x) + y_1^2 \bar{d}(x)) + s(x) A_{\nu n} \right] dx,$$

а из $A_{\bar{\nu} n}$ (7) и $A_{\bar{\nu} n}^{\pi^+-\pi^-}$ (10) – $\Delta \bar{s}(x)$ и, соответственно, вклад странного антикварка \bar{s} :

$$\Delta \bar{s} = \int_0^1 \left[(A_{\bar{\nu} n}^{\pi^+-\pi^-} - A_{\bar{\nu} n}) (y_1^2 d(x) + \bar{u}(x)) - \bar{s}(x) A_{\bar{\nu} n} \right] dx.$$

Рассмотрим поляризационные асимметрии следующего вида:

$$A_{\pm} = \frac{(d\sigma_{\nu}^{\downarrow\uparrow} \pm d\sigma_{\nu}^{\uparrow\uparrow}) - (d\sigma_{\bar{\nu}}^{\downarrow\downarrow} \pm d\sigma_{\bar{\nu}}^{\uparrow\downarrow})}{(d\sigma_{\nu}^{\downarrow\uparrow} \pm d\sigma_{\nu}^{\uparrow\uparrow}) + (d\sigma_{\bar{\nu}}^{\downarrow\downarrow} \pm d\sigma_{\bar{\nu}}^{\uparrow\downarrow})}.$$

Для инклюзивных асимметрий A_{+n} и A_{-n} процессов (1), подставляя (3), (4) получаем выражения:

$$A_{+n} = \frac{d\sigma_{\nu n}^p + d\sigma_{\bar{\nu}n}^p}{d\sigma_{\nu n}^a + d\sigma_{\bar{\nu}n}^a} = \frac{\Delta u_V(x) + y_1^2 \Delta d_V(x) + \Delta s(x) - \Delta \bar{s}(x)}{u(x) + \bar{u}(x) + y_1^2 (d(x) + \bar{d}(x)) + s(x) + \bar{s}(x)}, \quad (11)$$

$$A_{-n} = \frac{d\sigma_{\nu n}^p - d\sigma_{\bar{\nu}n}^p}{d\sigma_{\nu n}^a - d\sigma_{\bar{\nu}n}^a} = \frac{\Delta u(x) + \Delta \bar{u}(x) + \Delta s(x) + \Delta \bar{s}(x) - y_1^2 (\Delta d(x) + \Delta \bar{d}(x))}{u_V(x) - y_1^2 d_V(x)}. \quad (12)$$

Для полуинклюзивных асимметрий процессов (2) с помощью (8) получаем

$$A_{+n}^{\pi^+ - \pi^-} = \frac{d\sigma_{\nu n}^{p(\pi^+ - \pi^-)} + d\sigma_{\bar{\nu}n}^{p(\pi^+ - \pi^-)}}{d\sigma_{\nu n}^{a(\pi^+ - \pi^-)} + d\sigma_{\bar{\nu}n}^{a(\pi^+ - \pi^-)}} = \frac{\Delta u(x) + \Delta \bar{u}(x) - y_1^2 (\Delta d(x) + \Delta \bar{d}(x))}{u_V(x) - y_1^2 d_V(x)}, \quad (13)$$

$$A_{-n}^{\pi^+ - \pi^-} = \frac{d\sigma_{\nu n}^{p(\pi^+ - \pi^-)} - d\sigma_{\bar{\nu}n}^{p(\pi^+ - \pi^-)}}{d\sigma_{\nu n}^{a(\pi^+ - \pi^-)} - d\sigma_{\bar{\nu}n}^{a(\pi^+ - \pi^-)}} = \frac{\Delta u_V(x) + y_1^2 d_V(x)}{u(x) + \bar{u}(x) + y_1^2 (d(x) + \bar{d}(x))}. \quad (14)$$

Из асимметрий A_{-n} (12) и $A_{+n}^{\pi^+ - \pi^-}$ (13) можно определить поляризацию странного моря:

$$\Delta s + \Delta \bar{s} = \int_0^1 (A_{-n} - A_{+n}^{\pi^+ - \pi^-}) [u_V(x) - y_1^2 d_V(x)] dx.$$

Таким образом, получены выражения для вкладов странных кварков и антикварков в спин нуклона, не содержащие функции фрагментации, на основе измеряемых асимметрий инклюзивного и полуинклюзивного ГНР нейтрино и антинейтрино на поляризованных нейтронах с заряженным слабым током.

Литература

1. Forte, S. Polarized parton distribution from charged – current deep-inelastic scattering and future neutrino factories / S. Forte, M. L. Mangano, G. Ridolfi // Nucl. Phys. – 2001. – Vol. B602. – P. 585–621.
2. King, B. J. High rate neutrino detectors for neutrino factories / B. J. King // Nucl. Instrum. Meth. – 2000. – Vol. A451. – P. 198–206.
3. Burkardt, M. Spin – polarized high-energy scattering of charged leptons on nucleons / M. Burkardt, A. Miller, W.-D. Nowak // Rep. Prog. Phys. – 2010. – Vol. 73. – P. 016201.

4. Kuhn, S. E. Spin Structure of the Nucleon-Status and Recent Results / S. E. Kuhn, J.-P. Chen, E. Leader // *Prog. Nucl. Part. Phys.* – 2009. – Vol. 63, № 1. – P. 1–69.
5. Deur, A. The Spin Structure of the Nucleon / A. Deur, S. J. Brodsky, G. F. de Teramond // *Rep. Progr. Phys.* – 2019. – Vol. 82. – P. 076201.
6. Harris, D. A. A Small Target Neutrino Deep-Inelastic Scattering Experiment at the First Muon Collider / D. A. Harris, K. S. McFarland // *AIP Conf. Proc.* – 1998. – Vol. 435, № 1. – P. 505–510.
7. Boscolo, M. The Future Prospects of Muon Collider and Neutrino Factories / M. Boscolo, J.-P. Delahaye, M. Palmer // *Rev. Accel. Sci. Tech.* – 2019. – Vol. 10, № 1. – P. 189–214.
8. International Design Study for the Neutrino Factory, Interim Design Report / S. Choubey [et al.]. *ArXiv: 1112.2853*.
9. Huber, P. The Case for Muon-based Neutrino Beams / P. Huber, A. Bross, M. Palmer // *ArXiv: 1411.0629*.
10. Schwienhorst, R. Colliding neutrino beams / R. Schwienhorst // *Mod. Phys. Lett.* – 2008. – Vol. A23. – P. 2751–2761.
11. Kaplan, D. M. Muon collider / neutrino factory: status and prospects / D. M. Kaplan // *Nucl. Instrum. Meth.* – 2000. – Vol. A453. – P. 37–48.
12. Mezzetto, M. Beta beams / M. Mezzetto // *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* – 2005. – Vol. 143. – P. 309–316.
13. Bonesini, M. Perspectives for Muon Colliders and Neutrino Factories / M. Bonesini // *Frascati Phys. Ser.* – 2016. – Vol. 11. – P. 11–16.
14. Prospects of Heavy Neutrino Searches at Future Lepton Colliders / Banerjee S. [et al.] // *Phys. Rev.* – 2015. – Vol. D92. – P. 075002.
15. Ball, R. D. Flavor Decomposition of Nucleon Structure at a Neutrino Factory / R. D. Ball, D. A. Harris, K. S. McFarland // *arXiv: hep-ph:0009223*, 2001. – 17 pp.
16. Physics at a Neutrino Factory / C. Albright [et al.]. – *ArXiv: hep-ex/0008064*.
17. Chang, W.-C. Flavor structure of the Nucleon Sea / W.-C. Chang, J.-C. Peng // *Prog. Part. Nucl. Phys.* – 2014. – Vol. 79. – P. 95–135.
18. Timoshin, E. S. Polarized strange sea in the nucleon / E. S. Timoshin, S. I. Timoshin // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems.* – 2011. – Vol. 14, № 2. – P. 196–201.

Е. С. Тимошин, С. И. Тимошин
УО «Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

КВАРКОВАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ В ПРОТОНЕ ИЗ НЕЙТРИННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ДЕЙТРОНАХ

Для решения проблемы спина нуклона важное значение имеет ароматовое разделение вкладов кварков и антикварков [1].

В настоящее время отдельно Δq и $\Delta \bar{q}$ получают из полуинклюзивного IN -ГНР [2]. Однако здесь данные существенно зависят от функций фрагментации [1, 3], что вносит в них дополнительные неопределенности. Разделение Δq и $\Delta \bar{q}$ возможно в процессах ГНР нейтрино и антинейтрино на поляризованных мишенях с заряженным током [4, 5].

Нейтринные процессы имеют ряд преимуществ: естественная поляризация нейтрино, число поляризационных структурных функций больше, чем для ГНР заряженных лептонов на нуклонах с электромагнитным током из-за несохранения четности в слабых взаимодействиях [4–6]. Поэтому нейтрино является удобным инструментом для изучения спиновой структуры нуклона.

Однако проведение нейтринных экспериментов с поляризованными мишенями связано с техническими трудностями, главная из которых – огромная масса мишени, необходимая для сбора нужной статистики. Светимость существующих нейтринных пучков потребует мишеней размером несколько метров, которые не могут быть поляризованы.

В то же время имеется перспектива [5, 7] получать высокофокусированные нейтринные пучки от распадов мюонов [8, 9] (нейтринные фабрики), для которых уже можно создать поляризованные мишени. В таком случае проведение нейтринных экспериментов с поляризованными мишенями представляется возможным в будущем. Это даст возможность получать новые данные по спиновой структуре нуклона, которые необходимы для проведения КХД-анализа всей совокупности поляризационных данных по аналогии с неполяризованным ГНР.

В связи с этим является актуальным изучение спиновой структуры нуклона в ГНР (анти) нейтрино на поляризованных мишенях (протонах, нейтронах, дейтронах).

Здесь мы рассматриваем возможность получения вкладов странных кварков и антикварков и валентных кварков в нуклонный спин на

основе измеряемых асимметрий ГНР нейтрино и антинейтрино на поляризованных дейтронах с заряженным слабым током.

Дифференциальные сечения ГНР (анти) нейтрино на поляризованных дейтронах

$$\nu(\bar{\nu}) + d \rightarrow l^-(l^+) + X \quad (1)$$

представим в виде

$$\sigma_{\nu(\bar{\nu})d} = \sigma_{\nu(\bar{\nu})d}^a + P_N \sigma_{\nu(\bar{\nu})d}^{Pol} \quad (2)$$

где $\sigma_{\nu(\bar{\nu})d}^a, Pol$ – неполяризованная и поляризационная части сечений соответственно; $\sigma = \frac{d^2\sigma}{dx dy}$; x, y – скейлинговые переменные; P_N – степень поляризации дейтрона.

В ведущем порядке КХД сечения, входящие в (2) получены в следующем виде для нейтрино:

$$\begin{aligned} \sigma_{\nu d}^a &= \frac{\sigma_{\nu p}^a + \sigma_{\nu n}^a}{2} = \\ &= \sigma_0 x \left[u(x, Q^2) + d(x, Q^2) + 2s(x, Q^2) + y_1^2 (\bar{u}(x, Q^2) + \bar{d}(x, Q^2)) \right], \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\nu d}^{Pol} &= \frac{\sigma_{\nu p}^{Pol} + \sigma_{\nu n}^{Pol}}{2} \left(1 - \frac{3}{2} \omega \right) = \\ &= \sigma_0 x \left[\Delta u(x, Q^2) + \Delta d(x, Q^2) + 2\Delta s(x, Q^2) - \right. \\ &\quad \left. - y_1^2 (\Delta \bar{u}(x, Q^2) + \Delta \bar{d}(x, Q^2)) \right] \left(1 - \frac{3}{2} \omega \right) \quad \cdot (4) \end{aligned}$$

и антинейтрино:

$$\sigma_{\bar{\nu} d}^a = \sigma_0 x \left[y_1^2 (u(x, Q^2) + d(x, Q^2)) + \bar{u}(x, Q^2) + \bar{d}(x, Q^2) + 2\bar{s}(x, Q^2) \right], \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{\nu} d}^{Pol} &= \sigma_0 x \left[y_1^2 (\Delta u(x, Q^2) + \Delta d(x, Q^2)) - \Delta \bar{u}(x, Q^2) - \right. \\ &\quad \left. - \Delta \bar{d}(x, Q^2) - 2\Delta \bar{s}(x, Q^2) \right] \left(1 - \frac{3}{2} \omega \right). \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь $q(\bar{q})(x, Q^2)$, $\Delta q(\Delta \bar{q})(x, Q^2)$ ($q = u, d, s$) – функции распределения неполяризованных и поляризованных кварков (антикварков); $y_1 = 1 - y$, Q^2 – квадрат переданного импульса от нейтрино (антинейтрино) к лептону (антилептону), $\omega \simeq 0,05$ – вероятность

D-состояния в волновой функции дейтрона; $\sigma_0 = \frac{G}{\pi} ME$, G – константа Ферми, E – энергия нейтрино (антинейтрино), M – масса дейтрона; « p » и « n » обозначают протон и нейтрон соответственно.

Рассмотрим поляризационные асимметрии процессов (1) следующего вида:

$$A_{\pm d} = \frac{(\sigma_{\nu d}^{\downarrow\uparrow} \pm \sigma_{\bar{\nu} d}^{\uparrow\downarrow}) - (\sigma_{\nu d}^{\downarrow\downarrow} \pm \sigma_{\bar{\nu} d}^{\uparrow\uparrow})}{(\sigma_{\nu d}^{\downarrow\uparrow} \pm \sigma_{\bar{\nu} d}^{\uparrow\downarrow}) + (\sigma_{\nu d}^{\downarrow\downarrow} \pm \sigma_{\bar{\nu} d}^{\uparrow\uparrow})}, \quad (7)$$

где первая стрелка соответствует спиральности нейтрино (\downarrow) или антинейтрино (\uparrow), вторая – направлению спина дейтрона \uparrow ($P_N = 1$) и \downarrow ($P_N = -1$).

С учетом (2) асимметрии $A_{\pm d}$ принимают вид

$$A_{\pm d} = \frac{\sigma_{\nu d}^{Pol} \pm \sigma_{\bar{\nu} d}^{Pol}}{\sigma_{\nu d}^a \pm \sigma_{\bar{\nu} d}^a}. \quad (8)$$

Подставляя в (8) сечения (2)–(6), получаем асимметрии в терминах партонных распределений

$$A_{+d} = \frac{(1+y_1^2)[\Delta u_V(x, Q^2) + \Delta d_V(x, Q^2)]}{(1+y_1^2)[u(x, Q^2) + \bar{u}(x, Q^2) + d(x, Q^2) + \bar{d}(x, Q^2)] + 2(s(x, Q^2) + \bar{s}(x, Q^2))} \left(1 - \frac{3}{2}\omega\right), \quad (9)$$

$$A_{-d} = \frac{(1-y_1^2)[\Delta u(x, Q^2) + \Delta d(x, Q^2) + \Delta \bar{u}(x, Q^2) + \Delta \bar{d}(x, Q^2)] + 2(\Delta s(x, Q^2) + \Delta \bar{s}(x, Q^2))}{(1-y_1^2)[u_V(x, Q^2) + d_V(x, Q^2)]} \left(1 - \frac{3}{2}\omega\right), \quad (10)$$

где $\Delta q_V(q_V) = \Delta q(q) - \Delta \bar{q}(\bar{q})$ – функции распределения (не)поляризованных валентных кварков.

Рассмотрим полуинклюзивное $\nu(\bar{\nu})d$ -ГНР

$$\nu(\bar{\nu}) + d \rightarrow l^-(l^+) + \pi^\pm + X. \quad (11)$$

Дифференциальные сечения этих процессов имеют структуру, аналогичную (2), (3), (4), и для них получены следующие выражения в случае рассеяния нейтрино:

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{v}d}^{a\pi} &= \sigma_0 x \left[d(x, Q^2) D_u^\pi(z) + y_1^2 \bar{u}(x, Q^2) D_d^\pi(z) + u(x, Q^2) D_u^\pi(z) + y_1^2 \bar{d}(x, Q^2) D_d^\pi(z) \right], \\ \sigma_{\bar{v}d}^{Pol\pi} &= \sigma_0 x \left[\Delta d(x, Q^2) D_u^\pi(z) - y_1^2 \Delta \bar{u}(x, Q^2) D_d^\pi(z) + \Delta u(x, Q^2) D_u^\pi(z) - y_1^2 \Delta \bar{d}(x, Q^2) D_d^\pi(z) \right] \left(1 - \frac{3}{2} \omega \right),\end{aligned}\quad (12)$$

и антинейтрино

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{v}d}^{a\pi} &= \sigma_0 x \left[y_1^2 u(x, Q^2) D_d^\pi(z) + \bar{d}(x, Q^2) D_u^\pi(z) + y_1^2 d(x, Q^2) D_d^\pi(z) + \bar{u}(x, Q^2) D_u^\pi(z) \right], \\ \sigma_{\bar{v}d}^{Pol\pi} &= \sigma_0 x \left[y_1^2 \Delta u(x, Q^2) D_d^\pi(z) - \Delta \bar{d}(x, Q^2) D_u^\pi(z) + y_1^2 \Delta d(x, Q^2) D_d^\pi(z) - \Delta \bar{u}(x, Q^2) D_u^\pi(z) \right] \left(1 - \frac{3}{2} \omega \right).\end{aligned}\quad (13)$$

В формулах (12), (13) $D_{q(\bar{q})}^\pi(z)$ – функция фрагментации кварка q (антикварка \bar{q}) в π -мезон.

Полуинклюзивные асимметрии $A_{\pm d}^{\pi^+ - \pi^-}$ имеют структуру, аналогичную (7), (8), с заменой $\sigma \rightarrow \sigma^{\pi^+ - \pi^-} = \sigma^{\pi^+} - \sigma^{\pi^-}$.

С учетом (12), (13) для них получены следующие выражения:

$$A_{+d}^{\pi^+ - \pi^-} = \frac{\Delta u(x, Q^2) + \Delta d(x, Q^2) + \Delta \bar{u}(x, Q^2) + \Delta \bar{d}(x, Q^2)}{u_V(x, Q^2) + d_V(x, Q^2)} \left(1 - \frac{3}{2} \omega \right), \quad (14)$$

$$A_{-d}^{\pi^+ - \pi^-} = \frac{\Delta u_V(x, Q^2) + \Delta d_V(x, Q^2)}{u(x, Q^2) + \bar{u}(x, Q^2) + d(x, Q^2) + \bar{d}(x, Q^2)} \left(1 - \frac{3}{2} \omega \right). \quad (15)$$

В формулах (14), (15) функции фрагментации сокращаются в числителе и знаменателе в силу соотношений:

$$D_{\bar{d}}^{\pi^+ - \pi^-} = D_u^{\pi^+ - \pi^-}, \quad D_d^{\pi^+ - \pi^-} = -D_u^{\pi^+ - \pi^-}, \quad D_{\bar{u}}^{\pi^+ - \pi^-} = -D_u^{\pi^+ - \pi^-}.$$

Совместное применение инклюзивных и полуинклюзивных асимметрий позволяет определить кварковые вклады в нуклонный спин. Так из асимметрий A_{-d} (10) и $A_{+d}^{\pi^+ - \pi^-}$ (14) получаем распределение странного моря ($\Delta s(x) + \Delta \bar{s}(x)$), а его первый момент есть вклад в спин нуклона

$$\begin{aligned}\Delta s + \Delta \bar{s} &= \int_0^1 [\Delta s(x) + \Delta \bar{s}(x)] dx = \\ &= \frac{1 - y_1^2}{2 - 3\omega} \int_0^1 [u_V(x) + d_V(x)] (A_{-d} - A_{+d}^{\pi^+ - \pi^-}) dx.\end{aligned}\quad (16)$$

Из асимметрии $A_{-d}^{\pi^+ - \pi^-}$ (A_{+d}) можно получить суммарный вклад валентных кварков

$$\Delta u_V + \Delta d_V = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}\omega} \int_0^1 A_{-d}^{\pi^+ - \pi^-} [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x)] dx.$$

В то же время совместное применение этих асимметрий, т.е. (9) и (15), дает возможность доступа к распределению неполяризованных кварков и антикварков

$$s(x) + \bar{s}(x) = \frac{1}{2} (1 + y_1^2) [u(x) + d(x) + \bar{u}(x) + \bar{d}(x)] \left(\frac{A_{-d}^{\pi^+ - \pi^-}}{A_{+d}} - 1 \right).$$

Таким образом, получены выражения для вкладов в спин нуклона странных кварков и антикварков ($\Delta s + \Delta \bar{s}$), суммарного вклада валентных кварков, не содержащие функций фрагментации, с помощью поляризационных инклюзивных и полуинклюзивных асимметрий ГНР нейтрино и антинейтрино на поляризованных дейтронах с заряженным током, которые можно измерять в нейтринных экспериментах. Из этих асимметрий также можно получать информацию о распределении неполяризованного странного моря [$s(x) + \bar{s}(x)$].

Литература

1. The Electron-Ion Collider: Assessing the Energy Dependence of Key Measurements / E. C. Aschenauer [et al.]. – ArXiv: 1708.01527 [nucl-ex].
2. Ball, R. D. The Proton Spin, Semi-inclusive processes, and a future Electron-Ion Collider / R. D. Ball, A. Deshpande. – ArXiv: 1801.04842 [hep-ph].
3. Leader, E. New analysis concerning the strong quark polarization puzzle / E. Leader, A. V. Sidorov, D. B. Stamenov // Phys. Rev. – 2015. – Vol. D91. – P. 054017.
4. Forte, S. Polarized parton distribution from charged – current deep-inelastic scattering and future neutrino factories / S. Forte, M. L. Mangano, G. Ridolfi // Nucl. Phys. – 2001. – Vol. B602. – P. 585–621.
5. King, B. J. High rate neutrino detectors for neutrino factories / B. J. King // Nucl. Instrum. Meth. – 2000. – Vol. A451. – P. 198–206.
6. Kaur, J. Spin distribution in the quark-parton model / J. Kaur // Nucl. Phys. – 1977. – Vol. B128. – P. 219–251.
7. Schwienhorst, R. Colliding neutrino beams / R. Schwienhorst //

Mod. Phys. Lett. – 2008. – Vol. A23. – P. 2751–2761.

8. Kaplan, D. M. Muon collider / neutrino factory: status and prospects / D. M. Kaplan // Nucl. Instrum. Meth. – 2000. – Vol. A453. – P. 37–48.

9. Mezzetto, M. Beta beams / M. Mezzetto // Nucl. Phys. Proc. Suppl. – 2005. – Vol. 143. – P. 309–316.

К. И. Ушева¹, А. А. Хрущинский¹, Л. Ф. Бабичев², С. А. Кутень¹

¹Институт ядерных проблем БГУ, Минск, Беларусь

²ОИЭЯИ-Сосны НАН Беларуси, Минск, Беларусь

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ МОНТЕ-КАРЛО МОДЕЛИ ОТРАЖАТЕЛЯ РЕАКТОРА ВВЭР-1200 В КОДЕ SERPENT

Введение

Для анализа стационарных и переходных процессов в активной зоне реактора типа ВВЭР широко применяются крупносеточные коды (БИПР-7А, DYN3D [1] и др.), основанные на решении уравнения переноса нейтронов в диффузионном приближении. Для моделирования нейтронно-физических процессов в активной зоне реактора с помощью таких кодов необходимо создать константную библиотеку – набор макроскопических сечений и констант, являющихся коэффициентами диффузионного уравнения переноса. Она обычно создается с помощью спектральных кодов, как детерминистических (HELIOS, CASMO, ТВС-М и др.), удобных для практического применения, так и прецизионных (Tripoli-4, Serpent [2] и др.), основанных на Монте-Карло моделировании транспорта нейтронов. Библиотека для активной зоны реактора состоит из совокупности наборов диффузионных констант для отдельных тепловыделяющих сборок (ТВС), составляющих активную зону.

Расчет библиотеки сечений для одной ТВС обычно не составляет особых трудностей даже для прецизионных Монте-Карло кодов, т.к. в модели ТВС с известными материальными и геометрическими характеристиками всегда присутствует источник нейтронов в виде делящегося материала (топливные таблетки) внутри тепловыделяющих элементов (ТВЭЛОВ). Задача сводится в конечном итоге к вычислению коэффициента размножения для системы (модель ТВС). При моделировании активной зоны реактора возникает вопрос о граничных условиях на границе ее топливной части, определяемой совокупностью ТВС. В реакторе типа ВВЭР окружение топливной части (выгородка и дру-

гие внутрикорпусные элементы) играет роль отражателя для тепловых нейтронов, в котором нет источника нейтронов.

В данной работе предложена модель радиального отражателя для реактора ВВЭР-1200 для расчета и создания библиотеки сечений в Монте-Карло коде Serpent для диффузионного кода DYN3D с учетом условий на границе активной зоны.

1. Модель радиального отражателя

Активная зона реактора окружена радиальным и аксиальным отражателем. Радиальный отражатель реактора типа ВВЭР состоит из выгородки, внутрикорпусной шахты, области с теплоносителем и корпуса реактора. Для расчета констант в процессе моделирования на область радиального отражателя накладывается сетка из шестиугольных ячеек, по размеру равных размеру ТВС (шаг 23,6 см). С учетом 60° симметрии активной зоны и конструктивных особенностей выгородки реактора ВВЭР, имеется пять типов ячеек радиального отражателя с разным материальным составом внутри них (R1.1-R5.1 на рисунке 1).

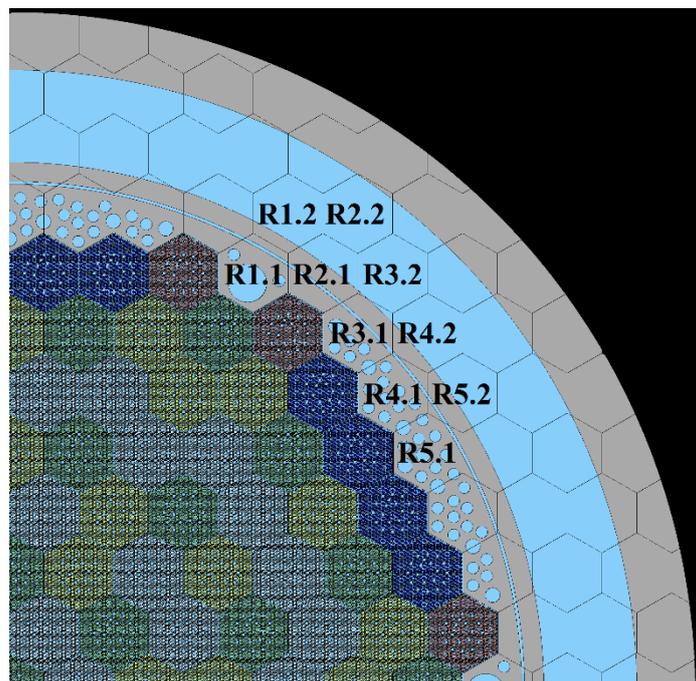


Рисунок 1 – Модель для расчета характеристик радиального отражателя

Для расчета и создания библиотеки сечений для отражателя была создана модель $\frac{1}{4}$ активной зоны реактора (рисунок 1), позволяющая корректно учесть полный спектр нейтронов, создаваемых в топливной части зоны и попадающих в двухслойный отражатель (R1-R2). На ри-

сунке 2 представлен пример распределения вычисленных потоков нейтронов в области отражателя. Поток быстрых нейтронов показан цветовой гаммой от красного до желтого цвета, а тепловых нейтронов – цветовой гаммой от белого до синего цвета. Тепловые нейтроны практически полностью поглощаются во втором слое радиального отражателя.

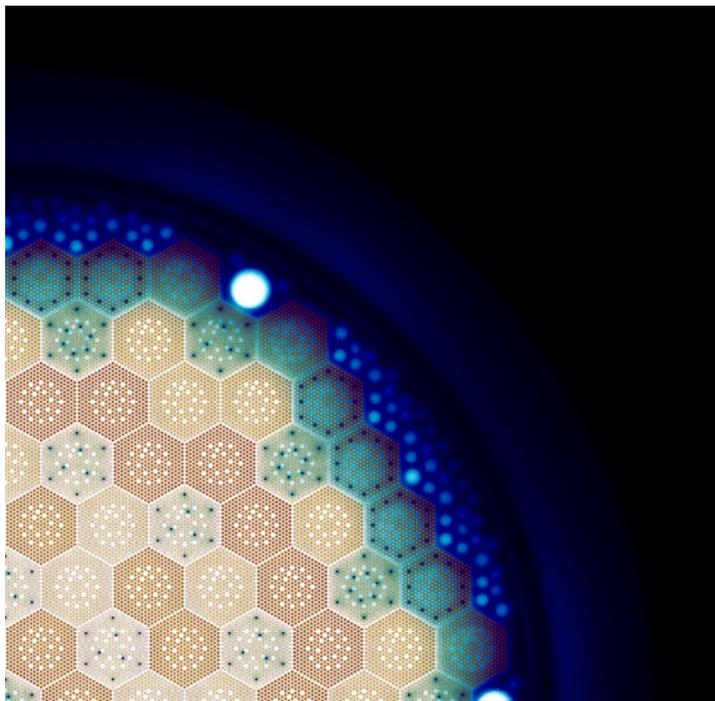


Рисунок 2 – Распределение потоков нейтронов в $\frac{1}{4}$ активной зоны реактора

2. Набор необходимых сечений

Константное обеспечение топливной части модели активной зоны реактора, необходимое для кода DYN3D, определяется следующими характеристиками ТВС, которые рассчитываются в двухгрупповом энергетическом приближении (при разных значениях выгорания):

- коэффициенты диффузии ($D_{1,2}$);
- транспортные сечения ($\Sigma_{tr1,2}$);
- сечения поглощения ($\Sigma_{a1,2}$);
- сечения генерации нейтронов деления ($\nu\Sigma_{f1,2}$);
- сечения энерговыделения ($\epsilon\Sigma_{f1,2}$);
- сечения деления ($\Sigma_{f1,2}$);
- сечения перехода из одной энергетической группы в другую (Σ_{s12});
- $ADF_{1,2}$ (коэффициент поправки на гомогенизацию на границе ТВС);

- спектр деления ($\chi_{f1,2}$);
- обратные скорости ($\frac{1}{v_{1,2}}$);
- выходы йода (γ_I), ксенона (γ_{Xe}) и прометия (γ_{Pm});
- групповые сечения поглощения ксенона ($\sigma_{Xe1,2}$) и самария ($\sigma_{Sm1,2}$).

Для отражателя необходимо аналогичное константное обеспечение. Так как, в составе отражателя нет делящихся материалов, то в его константном обеспечении отсутствуют величины, связанные с энергетической составляющей и отравлением, так же нет зависимости от выгорания.

Для коррекции ошибок процедуры гомогенизации, которая лежит в основе нодального метода в коде DYN3D, необходимы соответствующие корректирующие коэффициенты на границах «ТВС-ТВС», «ТВС-отражатель» (так называемые ADF и RDF факторы).

Для создания константной базы для кода DYN3D константы для ТВС рассчитываются с учетом их зависимости от выгорания. Затем рассчитывается зависимость этих констант для каждой точки по выгоранию от температуры топлива, температуры и плотности теплоносителя, концентрации борной кислоты в теплоносителе.

Поскольку в отражателе отсутствует ядерное топливо, для создания библиотеки констант использованы зависимости только по трем параметрам: концентрации борной кислоты, плотности и температуры теплоносителя. В отличие от модели отражателя, представленной в работе [3], в созданной модели дополнительно учитывается зависимость от выгорания топлива, приводящего к изменению спектра нейтронного потока, падающего на отражатель.

Верификация константной библиотеки для отражателя требует наличия верифицированной библиотеки для топливной части и представляет собой отдельную задачу для полномасштабной 3D модели активной зоны.

Заключение

Разработана двухслойная модель радиального отражателя для реактора ВВЭР-1200, учитывающая геометрические и технические характеристики окружения топливной части активной зоны. Разработанная библиотека констант для отражателя учитывает изменение нейтронного спектра в нем в зависимости от выгорания топлива.

Результаты работы могут быть использованы для расчета мало-групповых сечений в коде Serpent при создании библиотек для реак-

торного кода DYN3D. необходимых для расчета топливных загрузок и моделирования стационарных и переходных процессов при анализе безопасности реактора типа ВВЭР.

Литература

1. The reactor dynamics code DYN3D – models, validation and applications / U. Rohde [et al.] // Progress in Nuclear Energy. – 2016. – № 89. – P. 170–190.

2. Leppdnen, J. Serpent – a Continuous-energy Monte Carlo Reactor Physics Burnup Calculation Code. User's Manual. / J. Leppdnen // VTT Technical Research Centre of Finland. – 2015. – 164 pp.

3. Особенности моделирования радиального отражателя в Монте-Карло коде Serpent 2 для расчета двухгрупповых констант для активной зоны реактора типа ВВЭР / К. И. Ушева [и др.] // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы. – 2017 – Вып. 1 – С. 66–73.

И. А. Шершень, Т. В. Шишкина

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

ПРОБЛЕМА РАСЧЕТА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КОНТЕКСТЕ ПОИСКА ФИЗИКИ ЗА РАМКАМИ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПРОЦЕССОВ РАССЕЯНИЯ ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОН-ФОТОННЫХ ПУЧКОВ

Введение

Трудно переоценить роль лоренц-инвариантного подхода в исследованиях процессов физики высоких энергий, предложенного в работах академика Ф. И. Федорова. Значительный постоянный рост энергии современных экспериментов и увеличение точности измерений делают проблему получения прецизионных расчетов критически важной. За прошедшие десятилетия ковариантный подход позволил получить точные выражения радиационных эффектов, учитывать сложную конфигурацию экспериментов, с предельной точностью рассматривать рассеяние поляризованных частиц и анализировать спиновые состояния продуктов реакции, учесть эффекты слабого взаимодействия как на базе Стандартной Модели, так и в рамках расширенных

калибровочных групп. Все это стало предметом исследований целого поколения физиков-теоретиков и сделало данный метод незаменимым в процессе поиска явлений и процессов «новой физики», выходящих за пределы теории Вайнберга-Салама.

Поиск «новой физики», связанной с существованием более сложной структуры взаимодействий, нежели диктуемой Стандартной Моделью, требует прецизионных вычислений физических наблюдаемых с учётом радиационных поправок. Проблемы, связанные с В-вкладом (вкладом виртуальных частиц), существенно разрешены. Отчасти это связано с тем фактом, что расчет вклада относительно прост за счет отсутствия ограничений на энергии виртуальных частиц. В связи с этим возможно стандартизировать возникающие в расчетах интегралы, а также разработать программное обеспечение, позволяющее производить численные расчеты последних, и даже автоматизировано вычислять контрчлены [1, 2].

Учет вклада реальных фотонов является более сложной проблемой, требующей исключительного подхода к каждому отдельному процессу и его кинематике. За счет этого, подобного рода задачи сложно алгоритмизировать. Особенности кинематики таких процессов не позволяют полноценно и с легкостью производить их численный анализ, из-за чего задача учета Р-вклада (вклада реальных фотонов) требует намного большего числа уникальных аналитических результатов. Важную роль в разработке действенных методов ковариантных аналитических расчетов Р-вклада для различного рода процессов сыграли и белорусские ученые [3, 4], опираясь на концепцию расчетов в терминах релятивистских инвариантов, восходящую к работам академика Ф. И. Федорова.

В данной работе получен ряд результатов, касающихся проблем, возникающих при расчетах Р-вклада в различного рода процессах. В соответствии с наиболее распространенными методами, приводится расчет вклада мягких фотонов на основе метода размерной регуляризации ИК-расходимостей, а также разбор алгоритма вычисления вклада жестких тормозных фотонов с выделением ИК-расходящейся части для процессов на базе электрон-фотонных столкновений [5–10], которые будут иметь место на Международном Линейном Коллайдере (МЛК) [11–13] и важны для исследования отклонений от Стандартной Модели.

1. Мягкое тормозное излучение

Учет вклада мягкого тормозного излучения необходим для устранения ИК-расходимости при учете В-вклада. В мягкофотонном приближении считается, что тормозное излучение изотропно, а энергия реальных фотонов достаточно низка, чтобы не учитывать ее в законах сохранения. Таким образом, вклад мягких фотонов может быть факторизован с дифференциальным сечением/квадратном матричного элемента в борновском приближении:

$$|\mathbf{M}_{\text{мягк}}|^2 = \delta_{\text{мягк}} |\mathbf{M}_{\text{борн}}|^2 = -\frac{\alpha}{2\pi^2} \left(\sum_i^m I_i + \sum_{i>j}^m A_{ij}^{\text{zap}} A_{ij}^{\text{cosm}} I_{ij} \right) |\mathbf{M}_{\text{борн}}|^2, \quad (1)$$

где суммирование производится по индексам импульсов заряженных реальных частиц, а A_{ij}^{zap} , $\{A_{ij}^{\text{cosm}}\}$ – коэффициенты зарядовой асимметрии и асимметрии состояния, соответственно. Функции I_i и I_{ij} выражаются как $I_i = m_i^2 I(p_i)$, $I_{ij} = x_{ij} I(p_i, p_j)$, а величины $I(p_i)$ и $I(p_i, p_j)$:

$$I(p_i) = \int_0^{\Delta E} \frac{dq}{(2\pi)^3 2q^0} \frac{1}{(p_i, q)^2}, \quad (2)$$

$$I(p_i, p_j) = \int_0^{\Delta E} \frac{dq}{(2\pi)^3 2q^0} \frac{1}{(p_i, q)(p_j, q)}. \quad (3)$$

Решение задачи в общем случае было получено т'Хофтом и Велтманом [14]. В их работе параметризация ИК-расходимости осуществлялась посредством введения массы фотона λ . Современные расчеты требуют также и современных методов регуляризации расходимостей, таких как метод размерной регуляризации. Вычисления интеграла (3) было произведено при аналитическом продолжении до размерности $n = 3 - \varepsilon$. В конечном итоге, были получены выражения:

$$I_i = \pi \left[-\Delta^{\text{IR}} + \log \frac{4\Delta E^2}{\mu^2} + \frac{p^0}{|\vec{p}|} \ln \frac{p^0 - |\vec{p}|}{p^0 + |\vec{p}|} \right], \quad (4)$$

$$I_{ij} = 2\pi \frac{\zeta^2 x_{ij}}{\zeta^2 m_i^2 - m_j^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{\zeta^2 m_i^2}{m_j^2} \left(-\Delta^{IR} + \ln \frac{4\Delta E^2}{\mu^2} \right) + \left. \left\{ \frac{1}{4} \ln^2 \frac{u^0 - |\vec{u}|}{u^0 + |\vec{u}|} + \text{Li}_2 \left(1 - \frac{u^0 + |\vec{u}|}{v} \right) + \text{Li}_2 \left(1 - \frac{u^0 - |\vec{u}|}{v} \right) \right\} \right]_{u=p_j}^{u=\zeta p_i}, \quad (5)$$

где

$$\zeta = \frac{x_{ij} + \sqrt{x_{ij}^2 - 4m_i^2 m_j^2}}{2m_i^2}, \quad v = \frac{\zeta^2 m_i^2 - m_j^2}{2(\zeta p_i^0 - p_j^0)}, \quad x_{ij} = 2p_i \cdot p_j. \quad (6)$$

2. Жесткое тормозное излучение

Вклад жестких фотонов «склеивается» с вкладом мягких фотонов при энергии фотона ΔE и отделяются друг от друга лишь потому, что затруднительно параметризовать ИК-расходимость в терминах размерной или иной другой удобной регуляризации в общем случае. Это суть следствие сложности новой кинематической задачи, диктуемой наличием дополнительного фотона в конечном состоянии. По этой причине расчет этого вклада крайне сложен и производится для каждого процесса в отдельности.

В работах Д. Ю. Бардина и Н. М. Шумейко [3] было показано, что фактически сама тензорная структура матричных элементов тормозных процессов позволяет вполне естественно разделить ИК-расходящуюся и конечную части на уровне квадратов матричных элементов процессов:

$$|M_{\text{жест}}|^2 = |M_{\text{жест}}^{\text{ИК}}|^2 + |M_{\text{жест}}^{\text{кон}}|^2. \quad (7)$$

Вклад конечной части слишком сложен для аналитических расчетов и может быть учтен численно. Вклад расходящейся части факторизуется с вкладом низшего порядка $|M_{\text{жест}}^{\text{ИК}}|^2 = \delta_{\text{жест}}^{\text{ИК}} |M_{\text{борн}}|^2$, а множитель $\delta_{\text{жест}}^{\text{ИК}}$ может быть записан для обобщенного процесса одиночного рождения калибровочного бозона $e^-(m_e) + \gamma \rightarrow C^-(m_1) + N^0(M) + (\gamma)$ как:

$$\delta_{жест}^{НК} = -\frac{\alpha}{\pi^2} \int \left[\frac{m_e^2}{(t_2 - m_e^2)^2} + \frac{m_1^2}{(s_1 - m_1^2)^2} + \frac{m_e^2 + m_1^2 - t_1}{(s_1 - m_1^2)(t_2 - m_e^2)} \right] \frac{ds_1 dt_2 ds_2}{4\sqrt{-\Delta_4}}. \quad (8)$$

В результате после интегрирования было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} \delta_{жест}^{НК} = \frac{\alpha}{\pi^2} & \left\{ \left(2 \ln \frac{2\Delta E m_1}{s_1^+ - m_1^2} + \ln \frac{s_1^+}{m_1^2} - \frac{1}{\sqrt{\beta_t}} \ln x_t \ln \frac{2\Delta E m_1}{s_1^+ - m_1^2} \right) - \right. \\ & - 2 \ln \frac{s_1^+ - m_1^2}{m_1^2} \ln \frac{m_1^2}{s_1^+} - 4 \ln \frac{s_1^+ - m_1^2}{m_1^2 - t_1} \ln \frac{s_1^+ - t_1}{m_1^2 - t_1} - \\ & \left. - 2 \left[\ln(m_e^2 s_1) \ln \frac{s_1 - t_1}{-t_1} - \ln^2(s_1 - t_1) + \text{Li}_2 \frac{s_1}{t_1} - \text{Li}_2 \frac{s_1}{m_1^2} + 2 \text{Li}_2 \frac{s_1 - t_1}{m_1^2 - t_1} \right] \right\}_{s_1=m_1^2}^{s_1=s_1^+}, \quad (9) \end{aligned}$$

где введены следующие обозначения [15]

$$\begin{aligned} \lambda_t = \lambda(t_1, m_e^2, m_1^2), \quad \beta_t = \sqrt{\lambda_t} / (m_e^2 + m_1^2 - t_1), \quad x_t = \frac{1 - \beta_t}{1 + \beta_t}, \\ s_1^+ = \frac{(s + t_1 - m_e^2 - M^2)(m_e^2 M^2 - s t_1)}{(s - m_e^2)(M^2 - t_1)}. \end{aligned} \quad (10)$$

3. Аномальные трехбозонные взаимодействия

Аномальные трех- и четырехбозонные взаимодействия являются фундаментальными глобальными расширениями Стандартной Модели. Очевидно, именно подобные расширения являются наиболее вероятными претендентами на «новую физику». Расчет вклада аномальных взаимодействий может быть произведен с учетом эффективного лагранжиана аномального взаимодействия. Дополнительный вклад вносят: $W^* W \gamma$ -взаимодействие в сечение процесса $e^- \gamma \rightarrow \nu_e W^-$ и $V^* Z \gamma$ -взаимодействия в сечение процесса $e^- \gamma \rightarrow e^- Z$ [16]. Аномальный вклад в сечение будет давать следующий квадрат матричного элемента:

$$|\mathbf{M}_{аном}|^2 = |\mathbf{M}_{зрСМ}|^2 + 2 \text{Re}(\mathbf{M}_{зрСМ} \cdot \mathbf{M}_{борн}^*). \quad (11)$$

Из анализа симметрии форм-факторов и численного анализа было получено, что из 8 параметров $V^*Z\gamma$ -взаимодействий имеет смысл рассматривать лишь 2, а для $W^*W\gamma$ -взаимодействия вклады можно разбить на CP -симметричные/антисимметричные пары. В результате, подбор ограничений на аномальные константы связи (АКС) осуществлялся посредством двухмерного фитирования. Среднеквадратичное отклонение считалось равным $\sigma^{nozp} = 100$ фбарн + $0,01 \cdot \sigma_0(s)$.

В результате анализа были получены $2D$ -области возможных значений параметров на различных доверительных интервалах. Значения из этих интервалов были взяты для построения возможных вкладов АКС в экспериментах на ILC (рисунок 1).

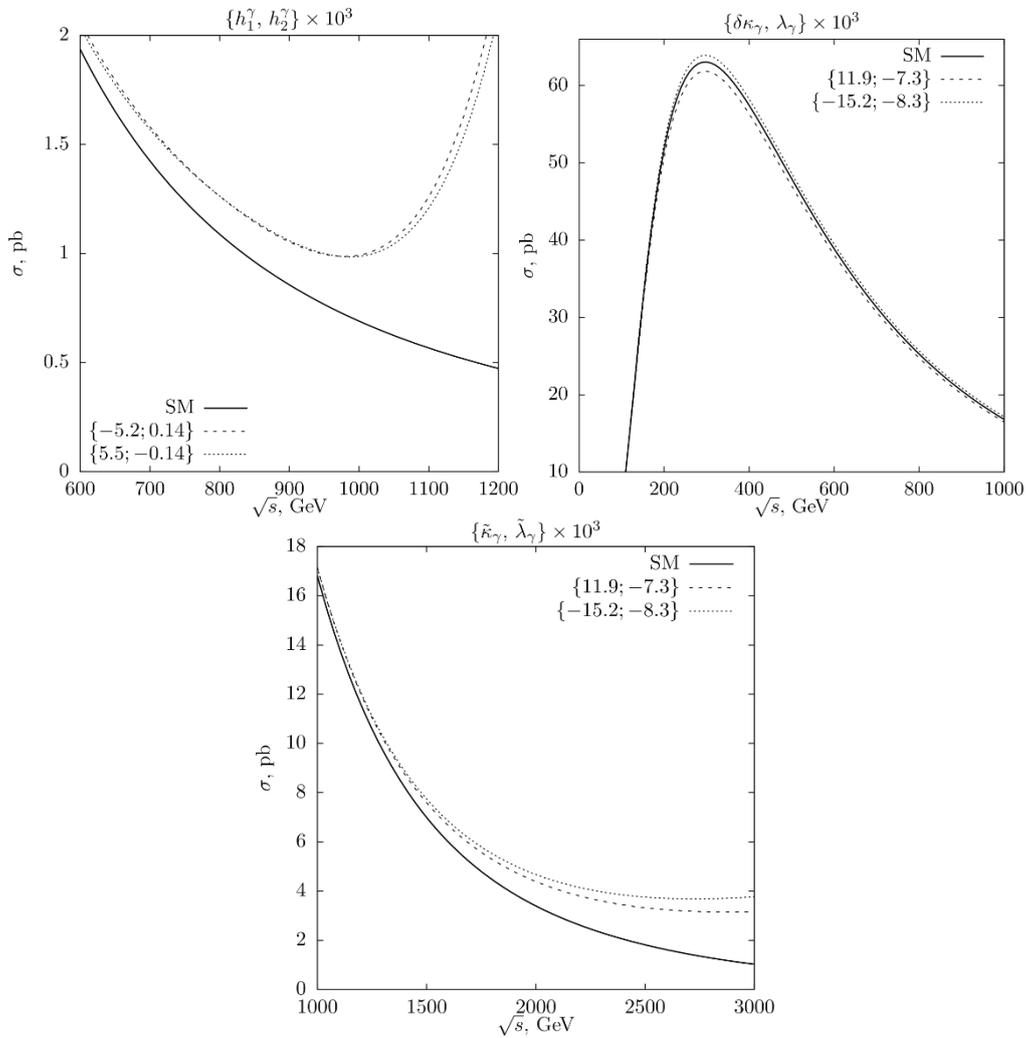


Рисунок 1 – Графики полных сечений процессов $e^- \gamma \rightarrow \nu_e W^-$ и $e^- \gamma \rightarrow e^- Z$ с учетом радиационных поправок и вкладом аномальных трехбозонных взаимодействий со значениями АКС в 2σ -интервале

Заключение

В данной работе рассмотрены обновленные подходы к проблеме тормозного излучения, необходимого при учете радиационных поправок к процессам в рамках Стандартной Модели. Радиационные поправки необходимы для наиболее точного теоретического учета вклада, диктуемого минимальной калибровочной теорией для отделения от него аномального вклад расширенной части калибровочной теории.

Расписана схема учета вклад мягкофотонного излучения, рассчитываемого в любой системе отсчета в терминах размерной регуляризации ИК-расходимостей. Нековариантность полученного выражения снимается после учета жесткой части тормозного излучения, параметризация ИК-расходимости, в которой должна быть произведена в той же эквивалентной системе отсчета. Использование размерной регуляризации позволяет параметризовать ИК- и УФ-расходимости единым образом и является стандартом современных вычислений.

На основании возможности разделения вклада тормозного излучения на ИК-расходящуюся и конечные части, в котором первое факторизуется с дифференциальным сечением исходного процесса в борновском приближении, соответствующий вклад был рассчитан для процессов рождения одиночных калибровочных бозонов в результате столкновения электрон-фотонных пучков высоких энергий аналитически с минимально возможным количеством приближений. Аналитический учет этого вклада позволяет обойтись без численного расчета ИК-расходящейся области фазового пространства, что экстремально хорошо сказывается на сходимости численного интегрирования.

Проведен численный анализ дифференциальных и полных сечений рассматриваемых процессов в рамках Стандартной Модели с учетом радиационных поправок. В качестве неминимальной калибровочной модели была выбрана модель с аномальными трехбозонными взаимодействиями. В терминах подхода эффективного лагранжиана был рассчитан вклад аномальных связей в процессы рождения массивных калибровочных бозонов. Показано, что для рассматриваемых процессов можно редуцировать количество нейтральных АКС до двух, а заряженные рассматривать попарно относительно комбинированной четности. Также были определены наилучшие области поиска ограничений на АКС: CP -симметричные АКС могут быть оптимально найдены или исключены при энергии в окрестности пика рождения W -бозона, остальные АКС должны исследоваться на как можно

большем масштабе энергий взаимодействия электрон-фотонных пучков.

Литература

1. Passarino, G. One-loop corrections for $e^+ e^-$ annihilation into $\mu^+ \mu^-$ in the Weinberg model / G. Passarino, M. Veltman // Nuclear Physics B. – 1979. – Т. 160, №. 1. – С. 151–207.
2. Hahn, T. Automatic loop calculations with FeynArts, FormCalc, and LoopTools / T. Hahn // Nuclear Physics B-Proceedings Supplements. – 2000. – Т. 89, №. 1-3. – С. 231–236.
3. Bardin, D. Y. On an exact calculation of the lowest-order electromagnetic correction to the point particle elastic scattering / D. Y. Bardin, N. M. Shumeiko // Nuclear Physics B. – 1977. – Т. 127, №. 2. – С. 242–258.
4. Kuchto, T. V. Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized nucleons / T. V. Kuchto, N. M. Shumeiko // Nuclear Physics B. – 1983. – Т. 219, №. 2. – С. 412–436.
5. Shershan, I. A. Single Gauge Boson Production in $e\gamma$ interaction as a Modern Tool for Standard Model Test / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 2018. – Т. 21. – С. 199–205.
6. Shershan, I. A. Gauge Boson Production in High Energy Electron-Photon Collisions as a Modern Tool of Searching Effects beyond the Standard Model / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 2019. – Т. 22. – С. 98–103.
7. Shershan, I. A. Single gauge boson production in electron-photon collisions in the set of Standard Model extensions / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 2019. – Т. 25. – С. 225–230.
8. Shershan, I. A. The Triple Anomalous Gauge Couplings Investigation on Linear $e\gamma$ -Collider / I. A. Shershan, T. V. Shishkina // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2019. – Т. 22, №. 4. – С. 318–329.
9. Шершень, И. А. Рождение одиночных калибровочных бозонов в процессах высоко энергетических лептон-фотонных столкновений / И. А. Шершень, Т. В. Шишкина // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2018. – №. 2. – С. 125–132.
10. Шершень, И. А. Исследование фермионов различных поколений в процессах столкновения с фотонами высокой энергии / И. А. Шершень, Т. В. Шишкина // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2017. – №. 1. – С. 67–72.

11. Colliding γe and $\gamma\gamma$ beams based on the single-pass e^+e^- colliders (VLEPP type) / I. F. Ginzburg [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 1983. – Т. 205, №. 1–2. – С. 47–68. DOI: 10.1016/0167-5087(83)90173-4.
12. Colliding γe and $\gamma\gamma$ beams based on single-pass e^+e^- accelerators. II. Polarization effects, monochromatization improvement.) / I. F. Ginzburg [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 1984. – Т. 219, №. 1. – С. 5–24. DOI: 10.1016/0167-5087(84)90128-5.
13. H. Baer [et al.] The International Linear Collider Technical Design Report, 2013.
14. t` Hooft, G. Scalar one-loop integrals / G. t` Hooft, M. Veltman // Nuclear Physics B. – 1979. – Т. 153. – С. 365–401. DOI: 10.1016/0550-3213(79)90605-9.
15. Шершень, И. А. Современные методы расчета тормозного излучения в процессах взаимодействия элементарных частиц / И. А. Шершень, Т. В. Шишкина // Известия Национальной академии наук Беларуси. Серия физико-математических наук. – 2021. – Т. 56, №. 4. – С. 436–448.
16. Anomalous moments of quarks and leptons from nonstandard $WW\gamma$ couplings / F. Boudjema [et al.] // Physical Review D. – 1991. – Т. 43, №. 7. – С. 2223.

Секция 4. «Новые материалы и технологии (физика лазеров и лазерные технологии, ионно-лучевые и плазменные технологии, формирование структуры и свойства покрытий)»

Председатель:

Рогачев Александр Владимирович, профессор,
член-корреспондент НАН Беларуси

**Е. В. Авдеева¹, Е. Е. Шумская¹, А. М. Михалко²,
М. А. Ярмоленко², Н. В. Дудчик³, А. Д. Олейник³, А. А. Рогачев¹**

¹ГНУ «Институт химии новых материалов НАН Беларуси»,
Минск, Беларусь

²УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

³РУП «Научно-практический центр гигиены», Минск, Беларусь

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ НЕТКАНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ПОЛИПРОПИЛЕНА

Введение

Анализ тенденций развития фундаментальных работ в области высокомолекулярных соединений и технологии получения фильтрационных материалов показал, что в последние годы ускоренными темпами развивается направление создания новых полимерных материалов путем модификации уже известных полимеров. Среди разнообразных способов модификации полимеров особенно перспективной в практическом аспекте является обработка их поверхности. Изменение структуры поверхностного и переходного слоев позволяет создавать материалы с антибактериальными (противовирусными) свойствами, направленные, прежде всего, на повышение удерживающей способности самого нетканого материала. Существует множество факторов, влияющих на эффективность таких материалов, зависящих, прежде всего, как от самого волокна, его линейной плотности, структуры, толщины, так и самого нетканого материала, который в свою очередь характеризуется поверхностной плотностью, толщиной и другими параметрами.

Общепризнанные представления о фильтрации неткаными материалами базируются на «механическом механизме» фильтрации включающем диффузию, перехват, удар и гравитационное осаждение, которое реализуется между фильтрующим материалом и аэрозолем, например, электростатического, электрокинетического или адсорбционного взаимодействия за счет кулоновских сил, сил Ван-дер-Ваальса и типов взаимодействия между микро- и нанообъектами, которые оказывают ключевое влияние на воздушную фильтрацию. Решающую роль в разработке нового класса антибактериальных (противовирусных) материалов могут сыграть вакуумные плазмохимические и растворные методы обработки полимерных поверхностей, которые оказывают влияние на морфологию полимеров и обеспечивают удобный способ регулирования химического состава поверхностей [1–5].

В работе рассмотрен плазмохимический метод нанесения активных поверхностей из политетрафторэтилена и меди на нетканые полимерные материалы из полипропилена (Акваспан, СпанБел, Беларусь). Эффективность фильтрации определяли с помощью двух показателей: эффективности бактериальной фильтрации (ЭБФ) и эффективности воздушной фильтрации (ЭВФ).

1. Методы проведения исследования

В работе рассмотрены материалы Акваспан поверхностной плотностью 100 г/см^2 и СпанБел – 40 г/см^2 (производства «Светлогорск-Химволокно»).

В качестве материалов мишеней электронно-лучевого диспергирования, выбор которых произведен с учетом функционального назначения, формируемых на их основе покрытий, была использована механическая смесь политетрафторэтилена (PTFE, ГОСТ 10007-80) и ацетата меди (Aldrich).

Диспергирование мишени осуществляли потоком электронов с энергией 800–1600 эВ и плотностью тока $0,01\text{--}0,03 \text{ А/см}^2$. Осаждение покрытий осуществляли при начальном давлении остаточных газов в вакуумной камере $\approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ Па}$. Среднее расстояние от электронной пушки до мишени составляло, как правило, 150 мм, а от мишени до подложки – 200 мм. Контроль толщины осаждаемых тонкопленочных систем осуществляли с помощью кварцевого измерителя толщины. Таким образом, были подготовлены образцы: Акваспан В100+PTFE; СпанБел40+PTFE [6, 7].

Молекулярную структуру синтезируемых покрытий определяли с помощью ИК-Фурье спектрофотометра Vertex-70 (Bruker, Германия).

Исследование морфологии покрытий осуществляли с использованием электронного микроскопа JEM-6000 (Jeol, Япония) с приставкой для энергодисперсионного анализа (ЭДА, США, FEI Quanta 200 FEG).

Для измерения ЭВФ медицинской маски были созданы образцы в виде различных комбинаций слоев нетканых материалов на основе СпанБела и Акваспана (СпанБел40/ PTFE+ АкваспанВ100/ СпанБел40; СпанБел40+PTFE +Cu/ PTFE+Cu+Акваспан В100/ СпанБел40).

Определение ЭВФ нетканых материалов было проведено в РУП «Научно-практический центр гигиены» в соответствии с ГОСТ Р 58396-2019 и EN 14683:2019+AC:2019III. В качестве тест-штамма был использован *Staphylococcus aureus* ATCC 6538. Рабочая концентрация составила $5 \cdot 10^5$ КОЕ/мл. Расход рабочей суспензии составил 5 мкл (2500 КОЕ/тест). Были исследованы фрагменты образцов размером 10×10 см, которые были обращены промаркированной стороной в направлении провокационного аэрозоля.

2. Обсуждение результатов

Изучение эффективности воздушной фильтрации проводилось на опытном лабораторном стенде (ИХНМ НАН Беларуси) по методике оценки аэрозолей с размером частиц от 0,3 мкм до 10 мкм (рисунок 1).

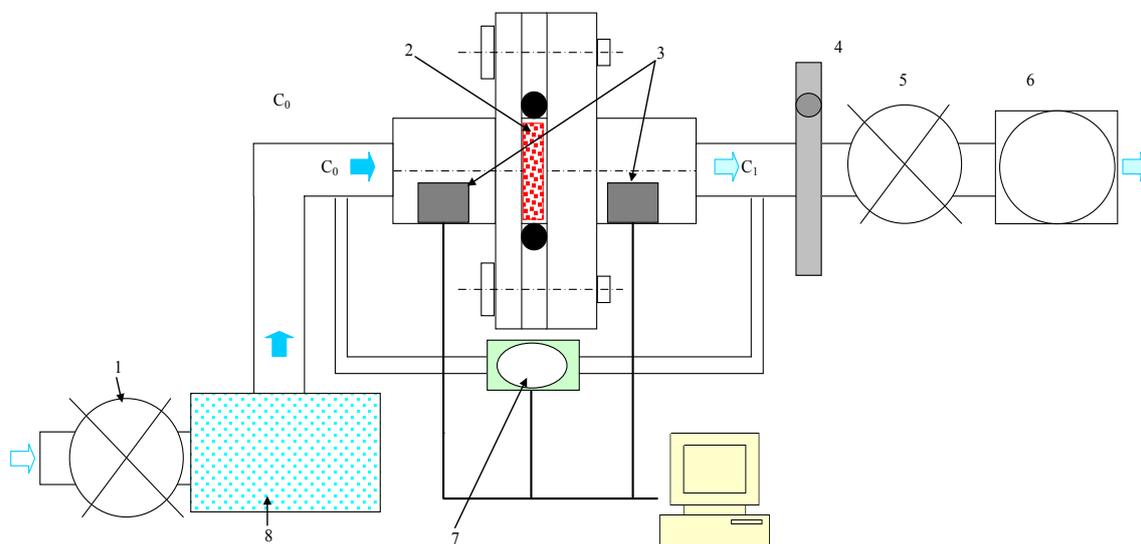


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда для измерения эффективности воздушной фильтрации: 1, 5 – клапаны, 2 – испытуемый образец, 3 – оптические датчики концентрации частиц, 4 – расходомер, 6 – насос, 7 – дифференциальный манометр, 8 – генератор пара

Принцип работы устройства заключается в следующем: ультразвуковой генератор пара (8) создает туман, поступающий в измерительную ячейку, которая имеет оптические датчики (3), установленные до и после исследуемого образца (2), кроме того, здесь же установлен дифференциальный манометр (7). Таким образом, производится учет как концентрации частиц до и после исследуемого фильтра, а также измеряется разность давлений им создаваемая. Для регулирования потока воздуха используются клапаны (1, 5) и насос (6), для его оценки применяется поплавковый расходомер (4). Расчет эффективности воздушной фильтрации производится по следующей формуле (1):

$$EF = \frac{C_0 - C_1}{C_0}, \quad (1)$$

где C_0 – концентрация частиц до фильтра; C_1 – концентрация частиц после фильтра.

К показателям, которые используются для характеристики РМ относятся массовые концентрации частиц диаметром менее 10 мкм (PM_{10}) и менее 2,5 мкм ($PM_{2,5}$). В Республике Беларусь пока должным образом не налажена система мониторинга и инвентаризация взвешенных частиц PM_{10} и $PM_{2,5}$. По последним научным данным, не существует минимального порога загрязненности, который не оказывал бы влияние на здоровье. Частицы PM_{10} и $PM_{2,5}$ составляют 40–70% от объема всех взвешенных частиц и являются наиболее опасными, поскольку способны проникать глубоко в легкие и оседать там. ЭВФ определялся по показателю $PM_{2,5}$ на примерах частиц мелкодисперсного пара (рисунок 2 и таблица 1).

Электронно-лучевое нанесение микро- и нанокпозиционных слоев на основе РТФЕ и меди позволяет значительно повысить ЭВФ с 64,8% (для исходного СпанБела) и 78,3% (для исходного Акваспана) до 72,6% и 83,35% соответственно. Это связано с проявлением электростатического взаимодействия аэрозоля с полученным электрретным покрытием из РТФЕ [2, 8].

На СЭМ-изображениях приведены участки волокон Акваспана 100 и СпанБела 40. Стоит отметить, что исходный полимерный нетканый материал состоит из волокон, которые имеют равномерную гладкую поверхность, диаметром 19 ± 2 мкм.

После модифицирования политетрафторэтиленом (РТФЕ), произведенное методом электронно-лучевого диспергирования, происходит

изменение морфологии поверхности волокон (рисунок 3), наблюдаются утолщение с характерными вкраплениями наноразмерных частиц (рисунок 3 а, б).

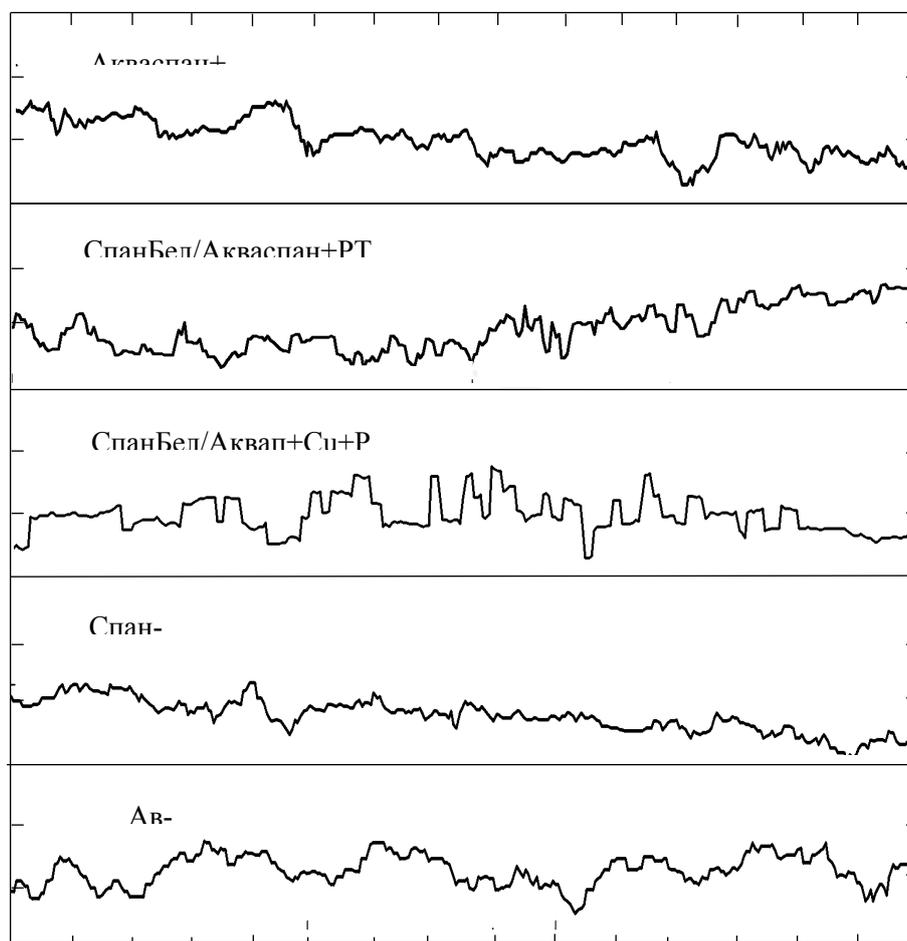


Рисунок 2 – Эффективность воздушной фильтрации нетканых полимерных материалов по $PM_{2,5}$

Таблица 1 – Результаты испытаний эффективности воздушной фильтрации нетканых материалов

Пояснение	ЭВФ, %
Акваспан В100	78,3
СпанБел40	64,8
Акваспан В100+PTFE	83,35
СпанБел40+PTFE	72,6
Акваспан В100+PTFE+Cu	88,0
СпанБел40/PTFE+Акваспан В100/ СпанБел40	89,4
СпанБел40+PTFE +Cu/ PTFE+Cu+ Акваспан В100/ СпанБел40	96,9

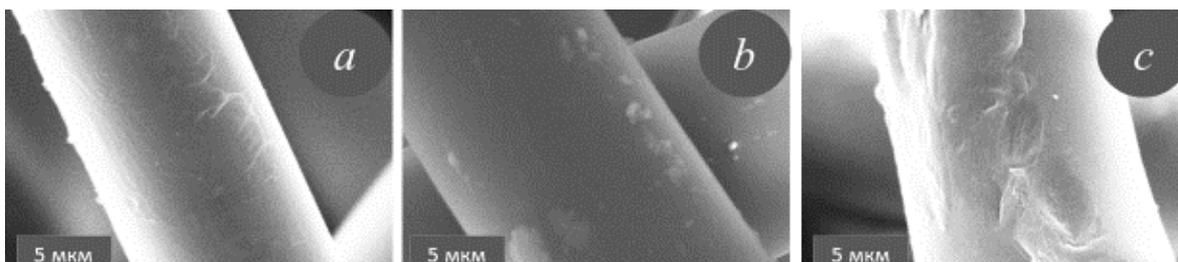


Рисунок 3 – СЭМ-изображения полимерных нетканых материалов при 5 мкм: Акваспан 100+ PTFE (a), СпанБел 40+ PTFE (b), Акваспан 100+ PTFE+Cu (c)

При допировании PTFE с медью (рисунок 3 c) на поверхности волокон можно наблюдать металлические частицы размером не более 2 мкм. Энергодисперсионный рентгенофлуоресцентный анализ поверхности образца показал наличие наночастиц меди на волокнах до 1%.

ИК-спектры модифицированных волокнистых полимерных нетканых материалов на основе полипропилена представлены на рисунке 4. Модификация проводилась политетрафторэтиленом (PTFE) с/ без допирования медью.

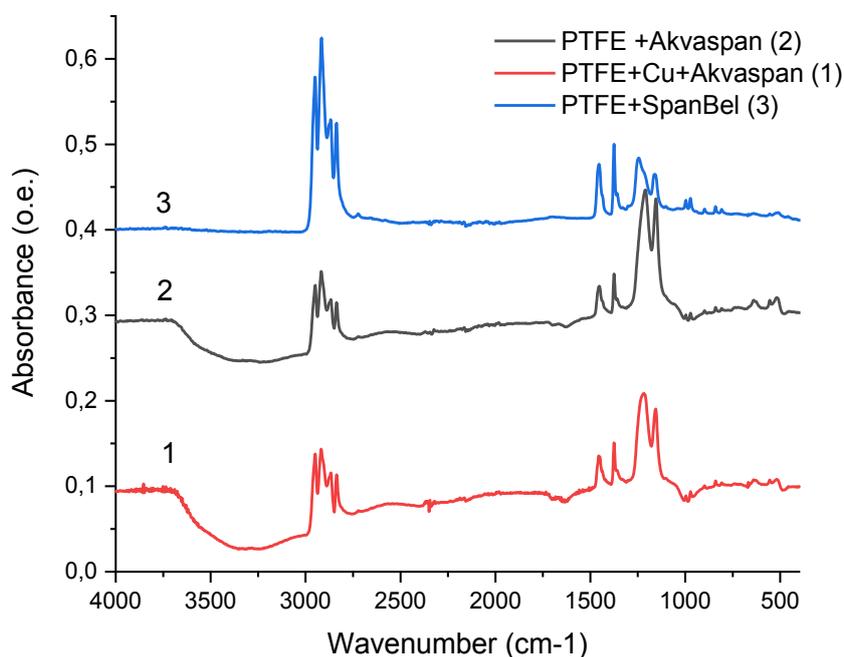


Рисунок 4 – ИК-спектры модифицированных полимерных нетканых материалов Акваспан 100 и СпанБел 40 (ОАО «СветлогорскХимволокно»)

На ИК-спектре нетканых полимерных материалов были зарегистрированы следующие полосы поглощения: (3050–2720 cm^{-1}) и (1490–1330 cm^{-1}), характерные для полипропилена. Для материалов,

модифицированных PTFE, наблюдаются пики в диапазоне (1300–1000 см⁻¹), характерные для валентных колебаний C-C и CF₂.

Отметим, что ЭБФ материалов без модифицирующего слоя, как правило, составляла менее 90 %, а для масок типа I эта величина должна быть более 95%.

Таблица 2 – Результаты испытаний эффективности бактериальной фильтрации нетканых материалов

Образцы	ЭБФ, %
СпанБел40/PTFE+Акваспан В100/ СпанБел40	90,3–91,6
СпанБел40+PTFE +Cu/ PTFE+Cu+Акваспан В100/ Спан-Бел40	96,4–97,2

ЭБФ данные модифицированные материалы показали значение 96,4–97,2 %. Таким образом, с помощью плазмохимического модифицирования поверхности нетканых материалов было достигнуто значительное увеличение фильтрационных свойств нетканых материалов, а наличие микро- и наночастиц меди может значительно повысить их антибактериальные (противовирусные) свойства.

Заключение

Модификация поверхности полимерных нетканых материалов на основе полипропилена электронно-лучевым диспергированием в активной газовой фазы, образованной мишеней из PTFE, позволяет повысить ЭВФ (PM_{2,5}) и ЭБФ в соответствии с ГОСТ Р 58396-2019. Повышение эффективности фильтрации для обоих показателей связано с физико-химическими изменениями поверхности модифицированных материалов и реализацией в них «не механических» механизмов между фильтрующим материалом и аэрозолем за счет формирования заряженного слоя на основе PTFE, содержащего микро- и наночастицы меди.

Литература

1. A review of antimicrobial fabric containing nanostructures metal-based compound / L. Y. Tan [et al.] // J. Vinyl Addit. Technol. – 2019. – Vol. 25. – P. E3–E27, doi: 10.1002/vnl.21606.
2. Effectiveness of Common Fabrics to Block Aqueous Aerosols of Virus-like Nanoparticles / S. R. Lustig [et al.] // ACS Nano. – 2020. – Vol. 14, № 6. – P. 7651–7658, doi: 10.1021/acsnano.0c03972.
3. An overview of filtration efficiency through the masks: Mechanisms

of the aerosols penetration / A. Tcharkhtchi [et al.] // *Bioact. Mater.* – 2021. – Vol. 6, № 1. – P. 106–122, doi: 10.1016/j.bioactmat.2020.08.002.

4. Hill, W. C. Testing of Commercial Masks and Respirators and Cotton Mask Insert Materials using SARS-CoV-2 Virion-Sized Particulates: Comparison of Ideal Aerosol Filtration Efficiency versus Fitted Filtration Efficiency / W. C. Hill, M. S. Hull, R. I. MacCuspie // *Nano Lett.* – 2020. – Vol. 20, № 10. – P. 7642–7647, doi: 10.1021/acs.nanolett.0c03182.

5. Electrostatic interaction between SARS-CoV-2 virus and charged electret fibre / L. Javidpour, A. Božič, A. Naji, R. Podgornik. – 2020, arXiv, doi: 10.1039/d1sm00232e.

6. Applied Surface Science Molecular structure and optical properties of PTFE-based nanocomposite polymer – metal coatings / A. V. Rahachou [et al.] // *Appl. Surf. Sci.* – 2012. – Vol. 258, № 6. – P 1976–1980, doi: 10.1016/j.apsusc.2011.05.084.

7. Applied Surface Science Structure and electrical properties of polyaniline-based copper chloride or copper bromide coatings deposited via low-energy electron beam Wavenumber cm / A. A. Rogachev [et al.] // *Appl. Surf. Sci.* – 2019. – Vol. 483, – P. 19–25, doi: 10.1016/j.apsusc.2019.03.159.

8. Face masks and respirators in the fight against the COVID-19 pandemic: A review of current materials, advances and future perspectives / K. O’Dowd [et al.] // *Materials (Basel)*. – 2020. – Vol. 13, № 15, doi: 10.3390/ma13153363.

А. В. Агашков, А. М. Варанецкий

Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СУБВОЛНОВЫХ СЛОЕВ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Введение

Диэлектрическая проницаемость ε и магнитная проницаемость μ являются основными характеристиками, определяющими распространение электромагнитных волн в среде. Веселаго в своей широко известной работе [1] предсказал, что в материалах с одновременно отрицательными ε и μ направления групповой и фазовой скоростей света противоположны. Данное свойство среды описывается отрица-

тельным показателем преломления n . Несмотря на большое количество экспериментов, выполненных для подтверждения реальности идеи отрицательного показателя преломления, она не нашла достаточно широкого признания, что обусловлено рядом причин.

Отрицательная оптическая длина пути, рассмотренная в [2], является наиболее обоснованной идеей для подтверждения основного свойства слоя метаматериала – отрицательного показателя преломления.

Впервые попытки прямых измерений данного параметра, точнее оптической разности хода (OPD) между тонким слоем материала и слоем воздуха такой же толщины, были предприняты на устройстве типа «walk-off interferometer» [3]. Подобные устройства обладают рядом недостатков. Различие в свойствах двоякопреломляющих элементов может приводить к некомпенсируемому сдвигу фаз между опорным и предметным пучками, что ухудшает точность измерений. Крайне проблематичны измерения зависимости OPD от угла наклона образца. Отсутствует возможность выбора рабочей точки на первом этапе измерения, когда компенсируется OPD между опорным и предметным пучками без слоя метаматериала. В результате, измерение OPD между слоем метаматериала и слоем воздуха такой же толщины на втором этапе может оказаться невозможным из-за выхода за границы рабочего диапазона фазового компенсатора. Наиболее существенный недостаток данных устройств заключается в том, что они корректно работают только с материалами, потери излучения в которых на отражение и поглощение пренебрежимо малы, что в настоящее время практически нереализуемо.

Для преодоления указанных трудностей были разработаны два типа интерферометров. Один из них – дифференциальный поляризационный интерферометр (ДПИ) [4, 5], второй – неравноплечий интерферометр Маха-Цендера или Майкельсона [6]. Рассмотрим более подробно принципы их работы.

1. Используемые образцы метаматериалов

Для проведения экспериментов с отрицательным показателем преломления была выбрана пленочная структура диэлектрик-металл-диэлектрик, сформированная на стеклянной подложке [5]. В эксперименте исследовались образцы пленок на плоскопараллельных пластинках из стекла К8 толщиной 2,9 мм, на которые был напылен слой SiO₂ толщиной 100 нм. Двухслойная пленка Ag(28 нм)/SiO₂(12 нм)

нанесена на часть поверхности подложки. Спектр пропускания характеризуется отсутствием плазмонных резонансов.

2. Принцип работы дифференциального поляризационного интерферометра

Оптическая схема ДПИ и сигналы с фотоприемника представлены на рисунке 1.

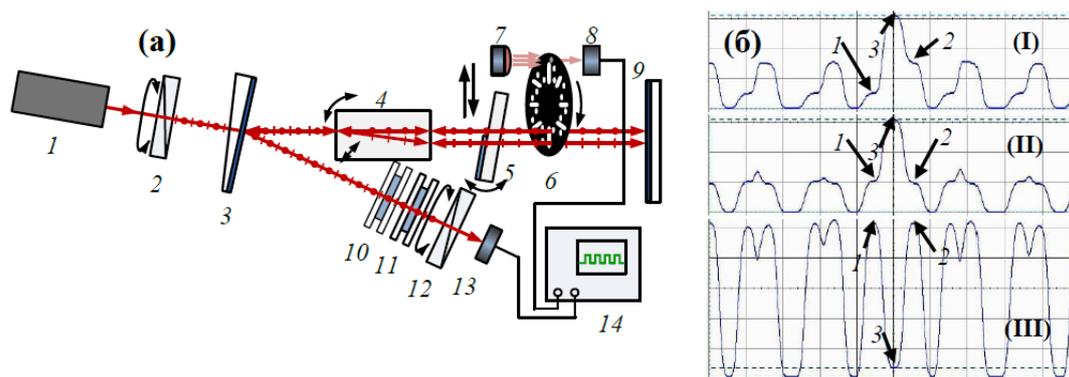


Рисунок 1 – Оптическая схема дифференциального поляризационного интерферометра (а): 1 – He-Ne-лазер; 2 – первый поляризатор; 3 – светоделитель; 4 – двоякопреломляющий элемент; 5 – образец; 6 – прерыватель; 7 – светодиод; 8 – фотодиод; 9 – плоское зеркало; 10, 11 – электрически управляемые ЖК-компенсаторы; 12 – второй поляризатор (анализатор); 13 – фотоприемник; 14 – цифровой осциллограф. Сигналы с фотоприемника (б): неравные интенсивности компонент, фазы не компенсированы (а); равные интенсивности компонент, некомпенсированные фазы (б); равные интенсивности компонент, разность фаз нулевая (в).

1 и 2 – сигналы ортогонально поляризованных компонент;
3 – сигнал интерференционного пучка

Амплитуды поляризационных компонент выравниваются поляризаторами, ЖК-компенсаторы управляют фазами. Один из компенсаторов служит для выбора рабочей точки, второй – для измерения разности фаз.

3. Принцип работы неравноплечих интерферометров

На рисунках 2 и 3 показан принцип работы неравноплечих интерферометров: S – когерентный точечный источник (сферический волновой фронт) или когерентный линейный источник (цилиндрический волновой фронт); BS, BS1 и BS2 – делители пучка; M1 и M2 – зеркала; O – объект; P – плоскость наблюдения, она находится на расстоя-

нии z от источника (путь S-P в интерферометре Маха-Цендера и S-M1-P в интерферометре Майкельсона, соответственно); С – цифровая камера

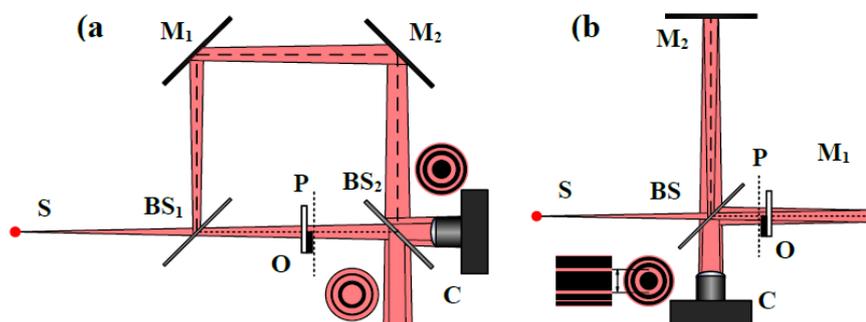


Рисунок 2 – Неравноплечие интерферометры: (а) однопроходный интерферометр Маха-Цендера, (б) двухпроходный интерферометр Майкельсона,

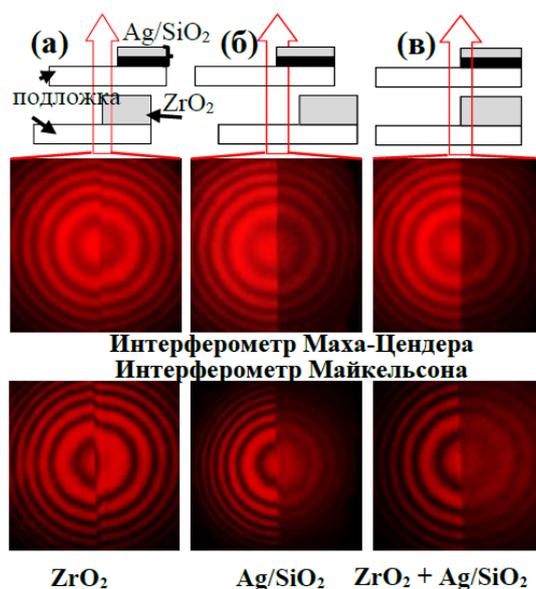


Рисунок 3 – Взаимодействие удаленных слоев ZrO_2 и Ag/SiO_2 , находящихся на расстоянии ~ 7 см: Положение объектов в коротком плече интерферометров представлено вверху. Соответствующие им интерферограммы, полученные в интерферометре Маха-Цендера, отображены в среднем ряду и в интерферометре Майкельсона – в нижнем ряду

3. Обсуждение результатов

Прямые измерения с помощью ДПИ, выполненные в диапазоне углов падения $0-50^\circ$, показали, что в структуре $Ag(28 \text{ нм})/SiO_2(12 \text{ нм})$ длина оптического пути, как и показатель преломления являются отрицательными. С ростом угла падения анизотропия показателя преломления для p - и s -поляризации монотонно возрастают.

Показано, что неравноплечие интерферометры, например, однопроходный – Маха-Цендера или двухпроходный – Майкельсона, освещаемые когерентным точечным источником (сферический волновой фронт) или когерентным линейным источником (цилиндрический волновой фронт), позволяют однозначно определить знак фазового сдвига вопреки общепринятому принципу неопределенности знака в двухлучевой интерферометрии.

Заключение

Разработано устройство (дифференциальный поляризационный интерферометр), позволяющий корректно измерять фазовый сдвиг, производимый тонким слоем метаматериала с потерями, в широком диапазоне углов падения излучения.

Предложена методика определения знака OPD на основании одиночной интерферограммы с помощью неравноплечих интерферометров. Экспериментально установлено, что положительная длина оптического пути обычной среды в воздухе может быть компенсирована удаленным слоем метаматериала с отрицательным показателем преломления.

Литература

1. Веселаго, В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ / В. Г. Веселаго // УФН. – 1967. – Т. 92, № 3. – С. 517–526.
2. Веселаго, В. Г. О формулировке принципа Ферма для света, распространяющегося в веществах с отрицательным преломлением / В. Г. Веселаго // УФН. – 2002. – Т. 172, № 10. – С. 1215–1218.
3. Shalaev, V. M. Negative index of refraction in optical metamaterials / V. M. Shalaev [et al.] // Opt. Lett. – 2005. – Vol. 30, № 24. – P. 3356–3358.
4. Agashkov, A. V. Differential polarization interferometer / A. V. Agashkov [et al.] // Patent US 9778019: Int. Cl. G01B 9/02, G01J 9/02 (2006.01) /; Date of Patent: 03.10.2017.
5. Агашков, А. В. Применение дифференциального поляризационного интерферометра для измерения оптической длины пути в тонких слоях метаматериалов с потерями на отражение и поглощение / А. В. Агашков, Н. С. Казак // ПТЭ. – 2019. – № 4. – С. 84–88.

6. Agashkov, A. Two-beam interferometry for characterizing subwavelength layers with a negative optical path length / A. Agashkov // Opt. Commun. – 2020. – № 462. – 125306 (4 pp.).

А. Г. Бердиев, Н. Н. Федосенко

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НИТРИДНЫХ ПОКРЫТИЙ

Введение

Одним из направлений вакуумных технологий является разработка покрытий различного назначения: износостойких, оптических, защитных и коррозионностойких. [1–5]. Все существующие вакуумные методы осаждения можно разделить на две группы: методы физического распыления и методы физического осаждения из газовой фазы. Среди методов физического распыления хотелось бы отметить метод КИБ (конденсация в условиях ионной бомбардировки). Магнетронное распыление позволяет осаждать слои толщиной от нескольких нанометров до микрометров, при этом свойства и структура полученных покрытий характеризуется высокой поверхностной однородностью и стабильностью фазового состава. Применение в качестве рабочей атмосферы смеси инертного (Ar) и реактивного газа (N_2 , C_2H_2) позволяет осаждать покрытия со сложным элементным, фазовым составом и стехиометрией.

Отличие метода КИБ от магнетронного метода заключается в высокой стабильности в процессах реактивного распыления, высоких скоростях роста, однако при этом формируется покрытия с высокой поверхностной шероховатостью и неоднородностью структуры.

Данные методы широко применяются для осаждения покрытий на основе нитридов и карбидов переходных металлов. В промышленности широко используются покрытия на основе TiN. Для изменения его механических свойств как правило применяют легирование нитрида титана такими элементами как Al, Cr, Cu и др. Формирование композиционных нитридов типа AlTiN, согласно данным работ [1–3], позволяет изменить структуры нитридного слоя TiN, что приводит к увеличению срока службы, за счет формирования различных нитридных фаз в объёме покрытия. Наличие в покрытии нитридных зерен различного размера, а также металлических кластеров (образованных

металлом, не вступившим в реакцию с азотом), позволяет изменить трибомеханические свойства. За счет образования в объеме покрытия твердых нанокристаллов TiN/AlN и металлической компоненты сложные нитридные покрытия на их основе характеризуются оптимальным отношением твердости и ударной вязкости.

Целью данной работы является анализ поверхностной структуры и механических свойств AlTiN покрытий в зависимости от метода осаждения.

1. Методика получения покрытий и исследования их свойств

Осаждение покрытий методом магнетронного распыления постоянного тока проводили при парциальном давлении смеси Ar+N₂ равном $2 \cdot 10^{-2}$ Па на напряжении разряда 400В и тока разряда 500 мА. В качестве мишени для распыления использовали композиционную мишень, изготовленную из алюминия и титана. Для сравнения структуры и механических свойств были осаждены с использованием КИБ метода покрытия на основе AlTiN, при давлении азота равном 10^{-2} Па и токе дуги 70 А.

Морфологию поверхности покрытий изучали методом атомно-силовой микроскопии (АСМ) в режимах измерения топографии и фазового контраста (площадь сканирования 3Ч3 мкм) с использованием Solver-PRO P47 (NT-MDT, Россия).

Измерение твердости Н и модуля упругости Е проводили с использованием наноиндентора «НаноСкан 4D» производства ФГБНУ «ТИСНУМ» (г. Троицк, РФ). В качестве индентора использовали алмазную трехгранную пирамидку Берковича. Измерения проводили в режиме однократного нагружения разгружения в 15 разных точках на поверхности образца при максимальной нагрузке на индентор 40 мН. После этого полученные результаты усредняли.

2. Полученные результаты и их анализ

На рисунках 1 и 2 и в таблице 1 приведены результаты исследования поверхностной структуры AlTiN покрытий методом АСМ.

Как видно из данных приведенных на рисунке 1 для покрытий, полученных методом КИБ характерно наличие на поверхности капель размером до 200 нм, которые образуются в результате испарения композиционного Ti-Al катода с дугой постоянного тока. Наличие магнитной сепарации плазменного потока существенно снижает концентрацию частиц в поступающем на подложку плазменном потоке. Изображение фазового контраста (рисунок 1, б) показывает, что на

поверхности покрытий присутствует несколько фаз, что в отличие от изображения поверхности AlTiN покрытий (рисунок 2, б) указывает на формирование как металлической (Ti, Al), так и нитридной AlN, TiN компонент покрытия. Данные (рисунок 2) показывают, что поверхность покрытия, полученного магнетронным методом, характеризуется высокой однородностью за счет эффекта «плазменного перемешивания» на стадиях осаждения и послойного роста покрытий.

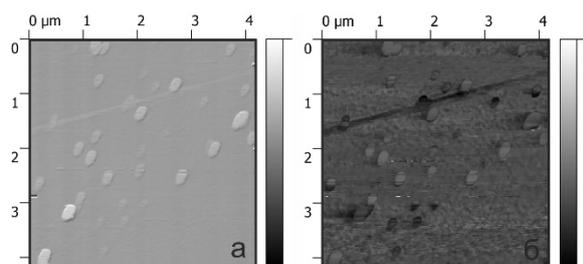


Рисунок 1 – АСМ изображения поверхности покрытий, полученных методом КИБ: а) морфология, б) фазовый контраст

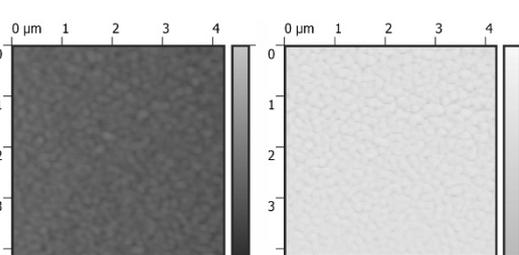


Рисунок 2 – АСМ изображения поверхности покрытий, полученных магнетронным методом: а) морфология, б) фазовый контраст

На рисунке 3 приведены кривые нагрузки – разгрузки, используемые для определения коэффициент упругого восстановления, который совместно с модулем упругости применяется для анализа вязкоупругих свойств покрытий [4].

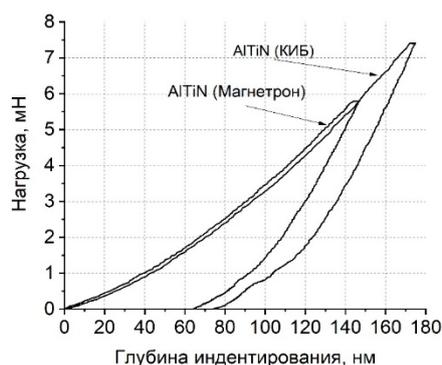


Рисунок 3 – Кривые нагружения-разгрузки для полученных покрытий

В таблице 1 приведены данные по определению твердости и модуля упругости. Уменьшение твердости покрытий, полученных методом КИБ в сравнении с магнетронным методом осаждения, объясняется наличием капельной фазы (макрочастиц) на поверхности и в объеме покрытия (рисунок 1). Макрочастицы, находящиеся в покры-

тии, являются металлическим титаном или алюминием с твердостью ниже, чем твердость нитридной компоненты, при этом являются центрами зарождения трещин, что приводит к уменьшению твердости и износостойкости [5]. Более высокая твердость и модуль упругости для покрытий, полученных методом магнетронного напыления, определяются более совершенной структурой покрытия, минимальным содержанием металлических кластеров титана или алюминия. Как правило, фазовый состав таких покрытий представляет собой нитридные соединения титана и алюминия, а также формирование тернарных систем типа Al-Ti-N/. Также согласно данным АСМ, для AlTiN покрытий, полученных методом магнетронного напыления, характерно образование зерна меньшего размера (таблица 1), что согласно закону Холл-Петча приводит к увеличению твердости.

Таблица 1 – Результаты исследования механических свойств покрытий

Покрытие	Ra, нм	Размер зерна d, нм	E, ГПа	Hв, ГПа	η_{IT} , %
AlTiN (КИБ)	36,2	69,6	256,6	13,1	57,2
AlTiN (Магнетрон)	22,8	38,6	375,4	17,3	53,3

Для твердых покрытий характерны более высокие значения модуля упругости и низкие значения коэффициента упругого восстановления, определяющего пластическую деформацию [6].

Заключение

С использованием вакуумных методов синтеза конденсацией в условиях ионной бомбардировки и магнетронного, получены покрытия на основе AlTiN. Показано изменения поверхностной морфологии покрытий в зависимости от метода осаждения. Установлено, что для магнетронного метода осаждения характерны более низкие значения поверхностной шероховатости в сравнении с покрытием полученным методом конденсации в условиях ионной бомбардировки. Установлено увеличение твердости покрытий, полученных с использованием магнетронного метода осаждения, до значений 17,3 ГПа и модуля упругости, до $375,4 \pm 50,2$ ГПа. Значения коэффициента упругого восстановления достигают 57,2 %. Полученные результаты определяются особенностями осаждения и роста покрытий, а также методом формирования плазменного потока и процессами химического взаимодействия.

Литература

1. Kong, D. J. Friction-wear behaviors of cathodic arc ion plating Al-TiN coatings at high temperatures / D. J. Kong, H. Y. Guo // Tribology International. – 2015. – Vol. 88. – P. 31–39.
2. A comparative research on TiAlN coatings reactively sputtered from powder and from smelting TiAl targets at various nitrogen flow rates / W. P. Zhou [et al.] // Applied Surface Science. – 2014. – Vol. 313. – P. 10–18.
3. A study of TiAlN coatings prepared by RF cosputtering / L. Garcia-Gonzalez [et al.] // Brazilian Journal of Chemical Engineering. – 2007. – Vol. 24. – P. 249–257.
4. Oliver, W. C. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments / W. C. Oliver, G. M. Pharr // J. of Materials Research. – 1992. – Vol. 7. – P. 1564–1583.
5. Wear studies of (Ti–Al)N coatings deposited by reactive magnetron sputtering / K. Singh [et al.] // Wear. – 2005. – Vol.258. – P. 1813–24.
6. Kim, C. W. Anti-oxidation properties of TiAlN film prepared by plasma-assisted chemical vapor deposition and roles of Al / C. W. Kim, K. H. Kim // Thin Solid Films. – 1997. – Vol. 307. – P.113–119.

**В. Е. Гайшун¹, Я. А. Косенок¹, О. И. Тюленкова¹, М. А. Булавко¹,
Т. А. Савицкая², И. М. Кимленко²**

¹УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

²Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

ПОЛИРУЮЩИЕ КОМПОЗИЦИИ НА ОСНОВЕ НАНОРАЗМЕРНОГО ПОРОШКА ДИОКСИДА КРЕМНИЯ И ПОЛУЧЕННОГО ИОНООБМЕННЫМ СПОСОБОМ УЛЬТРАДИСПЕРСНОГО ЗОЛЯ ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ПОЛИРОВКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Введение

Проблемы электроники и машиностроения заключаются в отсутствии высококачественных шлифовальных и полировальных материалов. Особенно актуальна эта тематика для Беларуси, одной из рес-

публик среди стран СНГ, обладающей современным производством кремниевых пластин. Быстрый рост производства полупроводниковых приборов и интегральных схем требует улучшения качества различных специфических материалов для электронной техники, а также выпуска материалов, отвечающим более высоким технологическим требованиям. Решение этих проблем заключается в разработке новых материалов, например, на основе высокодисперсных порошков диоксида кремния, либо золей, полученных ионообменным методом.

Эффективность химико-механической полировки пластин монокристаллического кремния заключается в получении зеркальной, гладкой, ровной поверхности с нанометровой (субнанометровой) шероховатостью при достаточно высокой скорости съёма материала. При использовании суспензий в основе химико-механической полировки лежат химические реакции между компонентами жидкой среды и полируемым материалом. Гидроксильная группа щелочной компоненты, вступая в реакцию с кремнием, образует на поверхности щелочные соединения этих материалов, которые механически разрушаются при контакте с полировальником и частицами SiO_2 . Концентрированная суспензия на основе SiO_2 должна содержать частицы минимально возможных размеров для обеспечения однородности геометрических и структурных свойств полируемых поверхностей. Также суспензии должны быть однородными по фазовому и элементному составу, высокостабильными, простыми в приготовлении и использовании, дешевыми и экологически безопасными.

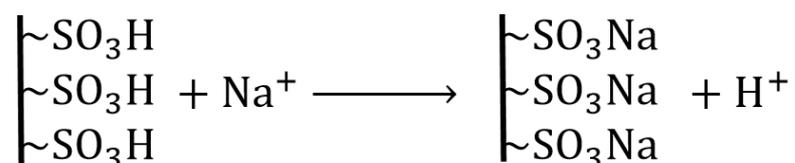
В настоящее время за рубежом ряд компаний, такие как Evonik (Германия), Fujimi (Япония), Nalco (США) и другие, производят различные марки концентрированных суспензий на основе диоксида кремния. В Республике Беларусь и странах СНГ полирующие суспензии на основе наноразмерных порошков кремнезёма не производятся в промышленных объёмах. На их цену существенное влияние оказывают накладные расходы, связанные с их транспортировкой. Цена на полирующие композиции на основе наноразмерного порошка диоксида кремния и полученного ионообменным способом ультрадисперсного золя будет ниже по сравнению с импортными аналогами.

1. Синтез силикатного золя с использованием ионнообменной технологии и получение полирующих композиций

Для изготовления композиционной полирующей суспензии на основе наноразмерного порошка диоксида кремния и силикатного золя применялись следующие химические вещества:

1. аэросил ОХ-50 (Degussa AG, Германия);
2. стабилизатор: этилендиамин (ЭДА) для суспензии СПС-87; гидроксид натрия (NaOH) для суспензии СПС-7;
3. золь SiO₂ (20%), полученный ионообменным способом;
4. поверхностно-активное вещество (ПАВ) Пента-69.

Синтез силикатного золя осуществлялся по ионообменной технологии. Образование зародышей золевых частиц диоксида кремния происходит при добавлении кислоты в разбавленный силикатный раствор жидкого стекла, что приводит к росту частиц до коллоидных размеров. Необходимое значение pH раствора 8÷10. Необходимое количество щелочи определяется размером частиц SiO₂: в раствор с меньшими частицами требуется добавление большего количества щелочи для стабилизации композиции. Жидкое стекло разбавляют до концентрации SiO₂ 3÷5 масс. % и пропускают через колонну, заполненную ионообменной смолой. Реакцию взаимодействия раствора с катионитом, приводящая к обмену катиона натрия на протоны можно записать следующим образом [1]:



Далее раствор стабилизируют добавлением щелочи до pH 8÷9 и концентрируют выпариванием.

Приготовление полирующих композиций происходит по технологии описанной в [2], где жидкой средой является золь, полученный по ионообменной технологии.

2. Исследование температурных зависимостей основных характеристик полирующих композиций

Дальнейшие исследования проводились с целью установления влияния внешних параметров на свойства композиционных суспензий. Таким важным параметром при транспортировке, хранении и использовании суспензий, в качестве полирующих, является температура. Ниже представлены температурные зависимости основных характеристик композиционных суспензий (рисунок 1).

Экспериментально установлено, что с повышением температуры значения pH, плотности и кинематической вязкости композиционных суспензий уменьшаются (рисунок 1). Это связано с тем, что перики-

нетическая скорость агрегации возрастает с повышением температуры, следовательно, увеличивается вероятность преодоления барьера коагуляции [3].

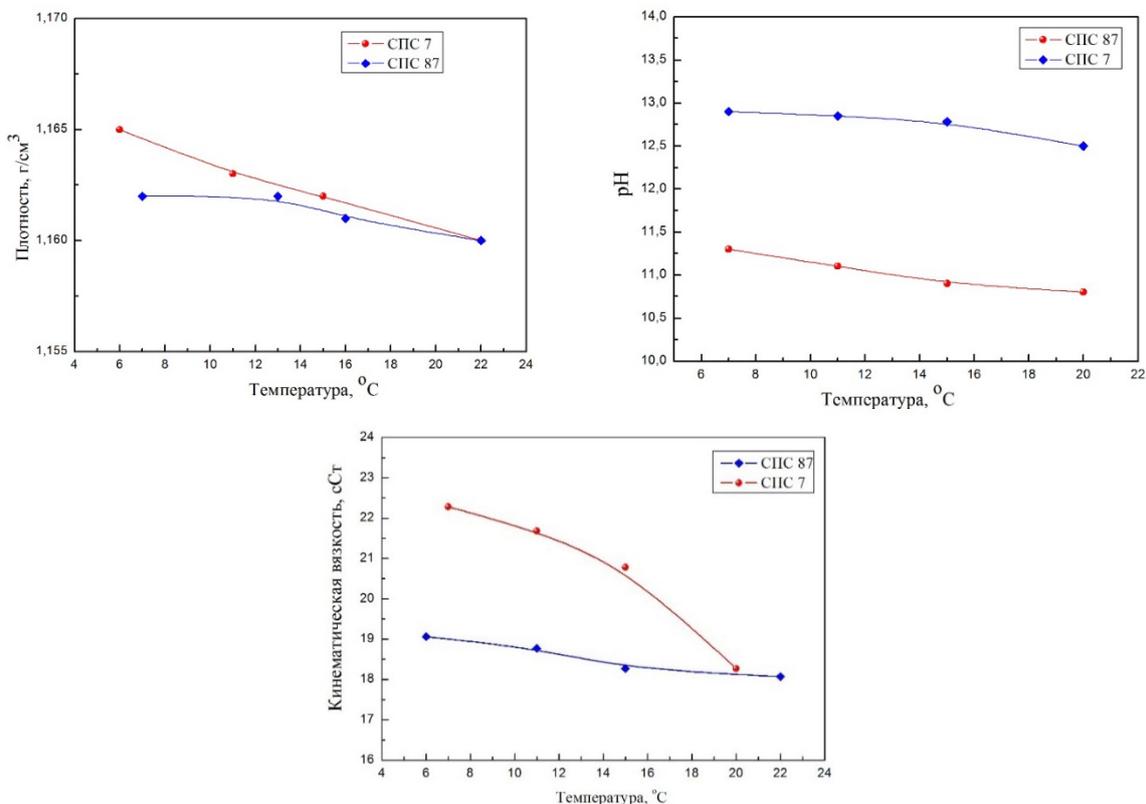


Рисунок 1 – Температурные зависимости реологических характеристик композиционной суспензии

При этом характеристики суспензии, стабилизированной этилендиамином, изменяются слабее, чем характеристики суспензии, стабилизированной гидроокисью натрия, т. к. этилендиамин является более сильным основанием. Анализ данных показывает, что для исследованных экспериментальных образцов оптимальная температура, при которой не будут изменяться характеристики суспензий, составляет 18°C–20°C.

На открытом воздухе композиционная суспензия, стабилизированная гидроокисью натрия, гелирует в течение 3–5 суток, проявляя тем самым агрегативную неустойчивость. Композиционная суспензия, стабилизированная этилендиамином, более длительное время остаётся стабильной. Воздействие стабилизаторов различной химической природы ведёт к различным механизмам структурообразования в композиционных суспензиях, что позволяет управлять этими процессами и получать материалы с заранее заданными свойствами. Но так как эти суспензии обладают мгновенной тиксотропией, перед

применением их в процессе полировки достаточно хорошо размещать либо провести дополнительно ультразвуковую обработку. Стабильность суспензий без доступа воздуха составляет не менее 6 месяцев.

Заключение

Разработка технологии получения полирующих композиций на основе наноразмерного диоксида кремния и полученного ионообменным способом ультрадисперсного золя, позволит отказаться от дорогостоящих импортных материалов, и снизить затраты на производство единицы конечной продукции. В Республике Беларусь в разработке подобных материалов заинтересованы предприятия электронной промышленности, в частности, Филиал «Камертон» ОАО «Интеграл» (г. Пинск) и ряд родственных предприятий в России.

Литература

1. Брыков, А. С. Силикатные растворы и их применение: учебное пособие / А. С. Брыков. – СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2009. – 54 с.
2. Водные композиции на основе наноразмерных частиц диоксида кремния для химико-механической полировки пластин монокристаллического кремния / Я. А. Косенок, В. Е. Гайшун, О. И. Тюленкова, В. Г. Денисман // Проблемы физики, математики и техники. – Т. 20, № 3.– 2014. – С. 26–31.
3. Aqueous suspension of fumed oxides: particle size distribution and zeta potential / V. M. Gun'ko [et al.] // Adv. Coll. Inter. Sci. – 2001. – Vol. 91, № 1. – P. 1–112.

В. А. Емельянов, Е. Б. Шершнев, А. Н. Купо, С. И. Соколов
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ОБРАБОТКА МОНОКРИСТАЛЛОВ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Введение

Благодаря уникальным свойствам алмаз перспективен для применения в качестве теплоотводов, в мощных мультичиповых модулях и линейках полупроводниковых лазеров, что может быть обеспечено за счет диффузионных поверхностных нанопроцессов. Физические

свойства кристаллов алмаза обеспечивают надёжную работу в критических условиях устройств, созданных на его основе, и делают перспективным применение данных кристаллов при создании новой техники [1].

В настоящее время обработка алмазов осуществляется механическим способом, а также с помощью лазерного излучения, при котором происходит графитизация обрабатываемой поверхности. Однако перспективным является термохимический способ обработки алмаза, который протекает при повышенных температурах, а в основе его лежит использование химических свойств алмаза. Осуществляется способ следующим образом: алмаз приводят в контакт с металлом, который способен растворять в себе углерод, а для обеспечения непрерывности протекания процесса его проводят в атмосфере газа, который взаимодействует с растворённым в металле углеродом, но не реагирующим непосредственно с алмазом [2].

1. Сущность термохимического способа обработки алмаза

При растворении алмаза в металле происходит разрыв прочных ковалентных связей, которыми атомы углерода связаны между собой в кристаллической решетке алмаза. В твердом растворе внедрения углерод практически находится в атомарном состоянии, испытывая лишь слабое химическое взаимодействие с металлом-растворителем. Поэтому растворённый в металле углерод значительно более реакционноспособен, чем алмаз или уголь. При высокой температуре алмаз практически не взаимодействует с водородом или смесями водорода с водяным паром и углекислым газом. В то же время эти газовые среды хорошо реагируют с растворённым в металле углеродом с образованием газообразных продуктов, что и обеспечивает безуглероживание металла или непрерывность обработки алмаза.

В настоящее время данный способ применяется в следующих трех направлениях:

- термохимической гравировке,
- термохимической шлифовке и полировке,
- термохимической распиловке.

В основе термохимического способа обработки алмаза лежит процесс каталитического взаимодействия углерода (алмаза) с водородом (гидрогенолиз) или смесями водорода с водяным паром и углекислым газом. Для определения оптимальных условий проведения термохимической обработки алмаза и выявления возможностей способа необходимо исследовать механизмы протекающих процессов. При этом

для прецизионной обработки в качестве источника нагрева используется лазерное излучение, которое поглощается металлом. Схема термохимической обработки представлена на рисунке 1.

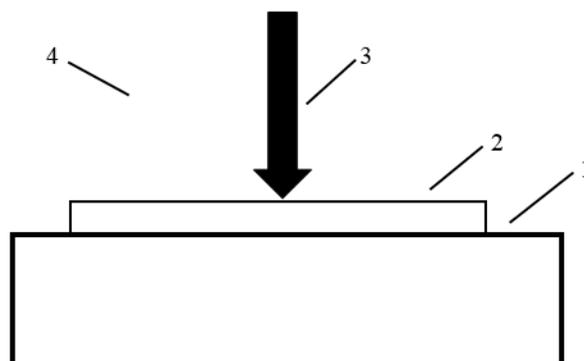


Рисунок 1 – Схема термохимической обработки алмаза:
1 – алмаз; 2 – металл; 3 – лазерное излучение; 4 – газовая среда

2. Моделирование процесса термохимической обработки

Процесс термохимической обработки протекает через следующие стадии:

- 1) растворение углерода в твердом металле;
- 2) диффузия углерода через металл к поверхности;
- 3) диссоциация водорода каталитически активными атомами металла-катализатора;
- 4) гидрогенизация растворенного углерода на поверхности металла атомарным водородом.

Наиболее важным в механизме протекания указанных реакций является взаимодействие углерод-металл, т. е. активация углерода металлом, которая может осуществляться благодаря растворению углеродного вещества в металле или посредством образования неустойчивых карбидоподобных соединений.

Скорость растворения углерода в металле зависит от температуры определяется уравнением Аррениуса [3]:

$$v = A \cdot \exp\left(-\frac{E}{kT}\right), \quad (1)$$

где A – предэкспоненциальный множитель; E – энергия активации, Дж/моль.

Скорость удаления алмаза при термохимической обработке может быть вычислена по уравнению, приведенному в [4]:

$$N(T, t) = \int_0^d C(x, T, t) dx - C_0 d, \quad (2)$$

где

$$C(x, T, t) = C_s(T) + [C_0 - C_s(T)] \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{tD(t)}}\right) \quad (3)$$

концентрация углерода на глубине x ,

$$D(T) = D_0(T) \exp\left(-\frac{Q(T)}{RT}\right) \quad (4)$$

это коэффициент диффузии, R – газовая постоянная, T – температура, t – время, C_0 – исходная концентрация углерода в металле, d – толщина металлического покрытия, C_s – концентрация углерода в металле на границе алмаз-металл.

Фактор частоты $D_0(T)$ и энергия активации $Q_0(T)$ определяются по следующим формулам, приведенным в [4].

Построены зависимости скорости удаления алмаза при термохимической обработке от температуры и от времени (рисунки 2, 3).

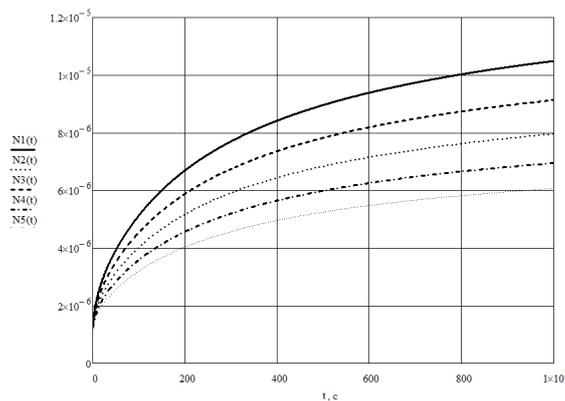


Рисунок 2 – Зависимость скорости удаления алмаза $N(t)$ от времени при различной энергии активации, кг/(см²с): $N1(t) - 6 \cdot 10^{-3}$ кДж/моль; $N2(t) - 8 \cdot 10^{-3}$ кДж/моль; $N3(t) - 10 \cdot 10^{-3}$ кДж/моль; $N4(t) - 12 \cdot 10^{-3}$ кДж/моль; $N5(t) - 14 \cdot 10^{-3}$ кДж/моль

Как видно из рисунков, скорость удаления алмаза растет с увеличением температуры, при этом достигая насыщения через определен-

ное время, что говорит об увеличении концентрации углерода в металле, поэтому для эффективного удаления необходимо удалять углерод с поверхности металла за счет гидрогенизации водородом.

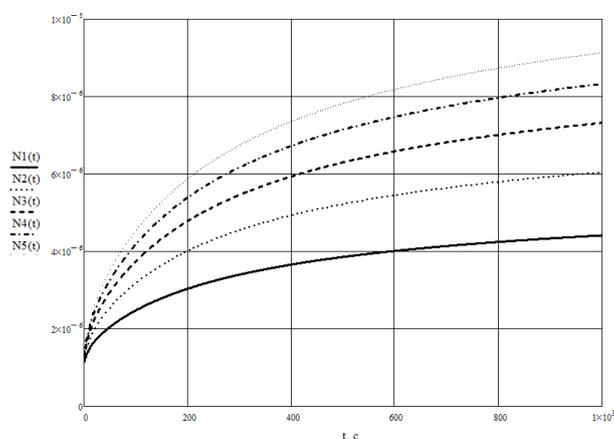


Рисунок 3 – Зависимость скорости удаления алмаза $N(t)$ от времени при различной температуре, $\text{кг}/(\text{см}^2\cdot\text{с})$: $N1(t)$ – 600 К; $N2(t)$ – 800 К; $N3(t)$ – 1000 К; $N4(t)$ – 1200 К; $N5(t)$ – 1400 К

Выводы

Таким образом, проведенное моделирование позволяет эффективно управлять процессом термохимической обработки, а использование лазера позволит обрабатывать алмаз с точностью порядка 10–30 мкм.

Литература

1. Митягин, А. Ю. Технология и оборудование для обработки алмазных материалов современной техники / А. Ю. Митягин, А. А. Алтухов, А. Б. Митягина // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2009. – №1. – С. 53–58.
2. Григорьев, А. П. Механизм гидрирования углерода в присутствии никеля, железа и платины / А. П. Григорьев, С. У. Лифшиц, П. П. Шамаев // Кинетика и катализ. – 1977. – Т. 18, №4. – С.948–952.
3. Сангвал, К. Травление кристаллов. Теория, эксперимент, применение / К. Сангвал. – М.: Мир, 1990. – 492 с.
4. Zaitsev, A. M. Thermochemical polishing of CVD diamond films / A. M. Zaitsev // Diamond and Related Materials. – 1998. – Vol. 7, I. 8. – P. 1108–1117.

В. А. Емельянов, Е. Б. Шершнев, Ю. В. Никитюк, С. И. Соколов
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАЗЕРНОЙ ПОЛИРОВКИ КВАРЦЕВОГО СТЕКЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Введение

Уникальные свойства кварцевого стекла обеспечивают его широкое применение в различных областях техники [1]. При этом лазерная полировка является перспективным методом обработки кварцевого стекла [2–5]. Авторами статьи ранее были проведены исследования процесса лазерной полировки кварцевого стекла с использованием конечно-элементного моделирования и экспериментальные исследования с помощью полного факторного эксперимента первого порядка с составлением соответствующей регрессионной модели процесса лазерной обработки материала [6–8].

В данной работе выполнено конечно-элементное моделирование лазерной полировки кварцевого стекла с использованием метода планирования вычислительных экспериментов. Такой подход обеспечивает значительное сокращение объема необходимых для успешного решения задачи вычислений [9–12].

1. Методика численного эксперимента

При численном моделировании была использована методика полного факторного эксперимента первого порядка с двухуровневым варьированием факторов (скорость обработки V , шаг сканирования h , радиус лазерного пучка R) с выходным параметром (максимальная температура в зоне лазерной обработки T). Статистической моделью объекта исследования являлась функция отклика (T), связывающая выходной параметр с факторами (V , h , R), которые менялись в заданных пределах при проведении численных экспериментов [7]. После преобразования независимых переменных в натуральном масштабе к безразмерным переменным с кодируемыми значениями: -1 , $+1$ была сформирована таблица 1.

После преобразования была построена матрица планирования численного эксперимента, соответствующая полному факторному эксперименту, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов.

Таблица 1 – Значения независимых переменных в кодированном виде

Независимые переменные	Безразмерные переменные	-1	+1
Скорость обработки, мм/с	X_1	2	4
Шаг сканирования, мм	X_2	0,25	0,5
Радиус лазерного пучка, мм	X_3	1	2

Соответствующее уравнение регрессии при полном факторном эксперименте имеет следующий общий вид:

$$R_a = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3. \quad (1)$$

2. Результаты моделирования

В таблице 2 представлены результаты численного эксперимента по лазерной полировке кварцевого стекла, приведенные при всех значения факторов.

Таблица 2 – Результаты численного эксперимента

Номер комбинации факторов, n	Факторы			Температура, К
	X_1	X_2	X_3	
1	-1	-1	-1	2349
2	+1	-1	-1	2026
3	-1	+1	-1	2361
4	+1	+1	-1	2034
5	-1	-1	+1	4947
6	+1	-1	+1	3811
7	-1	+1	+1	4994
8	+1	+1	+1	3852

По результатам, представленным в таблице 2, была построена модель, определяющая зависимость максимальной температуры в зоне воздействия лазерного излучения на поверхности кварцевого стекла от основных технологических параметров обработки.

После соответствующих вычислений уравнение (1) выглядит следующим образом:

$$T = 3296,75 - 366x_1 + 13,5x_2 + 1104,25x_3 - 1,25x_1x_2 - 203,5x_1x_3 + 8,5x_2x_3 - 0,25x_1x_2x_3. \quad (2)$$

При переходе к реальным значениям уравнение регрессии принимает следующий вид:

$$T = 2208,5 \cdot R - 366 \cdot V + 108 \cdot h - (R-1,5) \cdot (407 \cdot V - 1221) + (R-1,5) \cdot (136 \cdot h - 51) - (h-0,375) \cdot (10 \cdot V - 30) - 2 \cdot (R-1,5) \cdot (h-0,375) \cdot (2 \cdot V - 6) + 1041,5. \quad (3)$$

Зависимость максимальной температуры в зоне воздействия лазерного излучения от параметров обработки представлена на рисунке 1.

В дальнейшем планируется использование полученной регрессионной зависимости для решения задач оптимизации лазерной полировки кварцевых стекол.

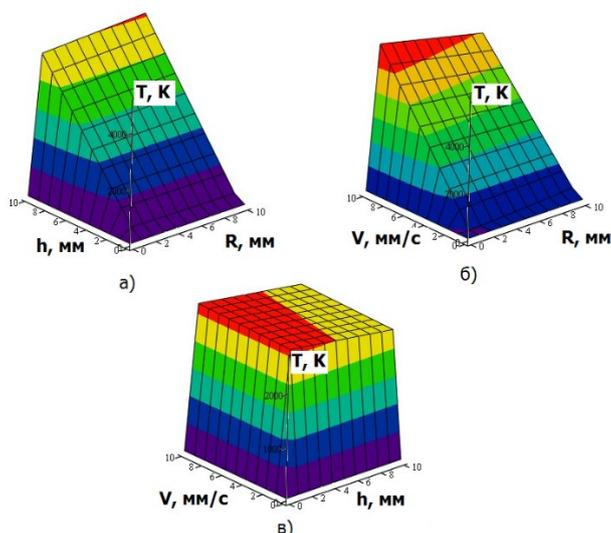


Рисунок 1 – Зависимость максимальной температуры T в зоне воздействия лазерного излучения от параметров обработки
а) $V - \text{const}$; б) $h - \text{const}$; в) $R - \text{const}$

Литература

1. Арбузов, В. И. Основы радиационного оптического материаловедения / В. И. Арбузов. – СПб: СПб ГУ ИТМО, 2008. – 284 с.
2. Top-hat and Gaussian laser beam smoothing of ground fused silica surface / D. Wang [et al.] // Optics & Laser Technology. – 2020. – Vol. 127. – P. 106141, doi:10.1016/j.optlastec.
3. Sysoev, V. K. Laser etching and polishing of quartz tubes / V. K. Sysoev // Glass and Ceramics. – 2003 – Vol. 60. – P. 463.

4. Laser Beam Polishing of Quartz Glass Surfaces / J. Hildebrand, K. Hecht, J. Bliedtner, H. Müller // *Physics Procedia*. – 2011. – Vol. 12. – P. 452–461.

5. Advanced analysis of laser beam polishing of quartz glass surfaces / J. Hildebrand, K. Hecht, J. Bliedtner, H. Müller // *Physics Procedia*. – 2012. – Vol. 39. – P. 277–285.

6. Исследование процесса лазерной полировки кварцевого стекла / Е. Б. Шершнев, Ю. В. Никитюк, А. Е. Шершнев, С. И. Соколов // *Проблемы физики, математики и техники*. – 2015. – № 4 (25). – С. 45–49.

7. Исследование лазерного макро- и микроформообразования хрупких неметаллических материалов методом полного факторного эксперимента / Е. Б. Шершнев, Ю. В. Никитюк, А. Е. Шершнев, С. И. Соколов // *Проблемы физики, математики и техники*. – 2017. – № 4 (33). – С. 30–32.

8. Инновационные технологии и оборудование субмикронной электроники / А. П. Достанко [и др.]; под ред. акад. НАН Беларуси А. П. Достанко. – Минск: Беларуская навука, 2020. – 260 с.

9. Адлер, Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 278 с.

10. Шабров, Н. Н. Метод конечных элементов в расчетах деталей тепловых двигателей / Н. Н. Шабров. – Л.: Машиностроение, 1983. – 212 с.

**Д. Л. Коваленко, В. В. Васькевич, В. В. Сидский,
О. И. Тюленкова, А. В. Семченко, Я. А. Косенок, М. И. Москвичев**
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ЗОЛЬ-ГЕЛЬ СИНТЕЗ ZnO НАНОСТЕРЖНЕЙ В КАЧЕСТВЕ ОСНОВЫ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ TiO₂ НАНОТРУБОК

Введение

В последнее время TiO₂ привлекает внимание исследователей из-за высокой электронной проводимости, коррозионной стойкости и высоким активационным перенапряжением [1]. Для большинства применений необходимо иметь как можно более развитую поверхность частиц диоксида титана. Получение материала в виде нанотру-

бок и нановолокон позволяет создавать механически прочные трехмерные структуры с большой площадью поверхности. Перспективным и нестандартным способом получения TiO_2 нанотрубок является их синтез золь-гель методом на подслое из ZnO наностержней, полученных гидротермальным методом [2]. Такой подход дает ряд преимуществ. Оксид цинка (ZnO) является полупроводниковым материалом с достаточно широкой запрещенной зоной (3,37 эВ), с большой энергией связи экситона (60 мэВ), обладает свойствами пьезоэлектрика и высокой физической и химической стабильностью [3]. Гидротермальный метод позволяет создавать однородные слои ZnO наностержней и варьировать их пространственную структуру в широких пределах [4]. Как следствие, можно также варьировать свойства получаемых на их поверхности TiO_2 нанотрубок.

1. Формирование ZnO наностержней с использованием гидротермального метода

Выращивание наностержней оксида цинка происходило в два этапа. *Первый этап:* нанесение затравочного слоя на подложки. Равномерные тонкие слои ZnO наносились на поверхность подложек золь-гель методом. В качестве подложек использованы полированные пластины кремния и стеклянные пластины. Все подложки предварительно были тщательно очищены с помощью ультразвука, сначала в ацетоне, а затем в этаноле по 10 минут. Тонкие плёнки ZnO были получены при использовании золя, который был получен путём растворения ацетата цинка $\text{Zn}(\text{CH}_3\text{COO})_2$ в изопропиловом спирте при комнатной температуре, при интенсивном перемешивании и последующем созревании золя при температуре окружающей среды (22 ± 2)°C в течение 2-3 суток. Изопропиловый спирт использовался в качестве жидкой среды для поддержания стабильности раствора и создания необходимой вязкости. Золь дозатором наносится на подложку и методом центрифугирования распределяется по поверхности, на скорость вращения – 2000 об/мин.

После этого подложки помещались в муфельную печь и выдерживались при температуре 250°C в течение 5 минут. Финишный отжиг, который проводился при температуре 350°C в течение 60 минут в муфельной печи, приводил к формированию равномерного слоя ZnO на поверхности подложки. Типичная толщина одного слоя (по данным электронной микроскопии) составляла порядка 30-40 нм.

Второй этап: для синтеза наностержней оксида цинка на подложках проводилось химическое осаждение из растворов. В первом

случае из раствора ацетата цинка ($\text{Zn}(\text{CH}_3\text{COOH})_2$). Подложки с нанесенным зародышевым слоем ZnO помещали в раствор. Реакционный сосуд в закрытом виде ставили на 2 ч в сушильный шкаф при температуре 90°C – 110°C . По окончании синтеза образцы осторожно промывали дистиллированной водой и сушили на воздухе. Вторым раствором для синтеза наностержней приготавливался на основе нитрата цинка $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ и гексамителентетрамина $(\text{CH}_2)_6\text{N}_4$. Подложки располагались в реакционных сосудах вертикально. Время и температура выдержки аналогичны первому варианту. По окончании роста полученные образцы вынимались из раствора, промывались дистиллированной водой с целью смыть остаточные примеси с поверхности, и высушивались на воздухе.

В результате были получены экспериментальные образцы массивов наностержней ZnO .

2. Исследование морфологии полученных наноструктур методами электронной микроскопии

Исследования образцов проводились методом сканирующей электронной микроскопии (СЭМ) на электронном микроскопе HITACHI S-4800. Размеры подготовленных образцов для СЭМ определяются габаритами камеры микроскопа. Для того чтобы анализировать образцы, образцы должны быть электропроводящими.

Благодаря СЭМ изображениям показана возможность синтеза одномерных наноструктур оксида цинка на подложках с затравочным слоем, который наносился золь-гель методом. На рисунке 1 представлено СЭМ изображение затравочного слоя оксида цинка на кремниевой подложке, нанесенного с помощью золь-гель метода и массива наностержней оксида цинка, сформированного на зародышевом слое из оксида цинка.

Экспериментальный образец столбчатых наноструктур оксида цинка, представленный на рисунке 2, был сформирован на кремнии с затравочным слоем чистого оксида цинка, без добавления ПАВ в рабочий раствор и легирования.

Было установлено, что качество и морфология столбчатых наноструктур оксида цинка зависит от толщины зародышевого подслоя (наилучшие результаты получены при толщине зародышевого слоя 60 нм). Кроме того, установлено, что хорошее кристаллическое качество зародышевого слоя является необходимым условием для выращивания плотных массивов столбчатых наноструктур высокого качества, ориентированных перпендикулярно подложке. Свойства наностерж-

ней существенно улучшаются при отжиге затравочного слоя в атмосфере кислорода.

Температура гидротермального синтеза также влияет на изменение роста столбчатых наноструктур оксида цинка. При температуре синтеза ниже $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ скорость роста снижается, а количество дефектов увеличивается, образуются наночастицы ZnO, имеющие схожее строение с наностержнями, однако этой температуры недостаточно для формирования стержнеобразной структуры.

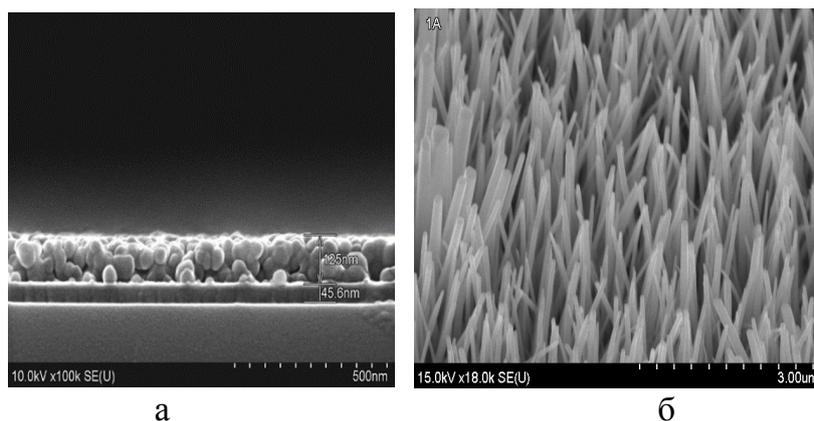


Рисунок 1 – СЭМ изображение:

- а – затравочный слой оксида цинка на кремниевой подложке;
- б – упорядоченный массив наностержней ZnO, выращенного на подложке с затравочным слоем ZnO

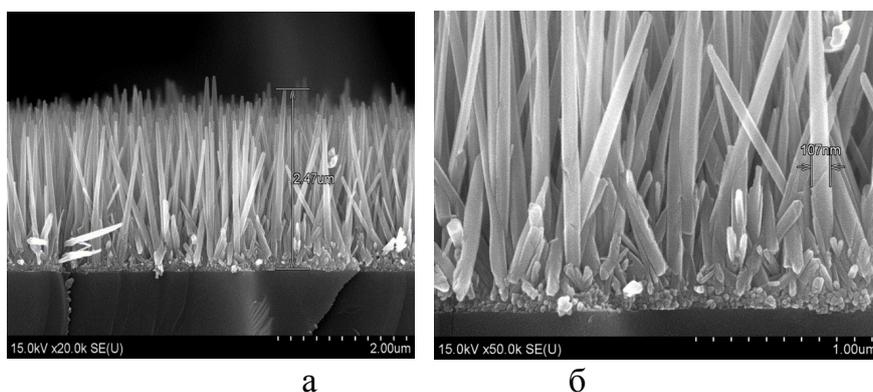


Рисунок 2 – СЭМ изображение столбчатых структур оксида цинка:

- а – высота; б – диаметр

3. Формирование TiO_2 нанотрубок

Для формирования нанотрубок на основе титана, полученные ранее образцы подложек с сформированными наностержнями оксида цинка окунали в созревшие золи на основе металлоорганических соединений титана. Выдерживали в золе в течении двух часов, а затем

извлекали с использованием установки для окунания. Окунание с выдержкой подложки при определённой температуре позволяет улучшить равномерность проникновения титановой золя между наностержнями из оксида цинка. После этого подложки помещались в муфельную печь и выдерживались при температуре 500°C в течение 60 минут и остывали вместе с печкой до комнатной температуры.

Полученные образцы переданы для исследования методами рентгеноструктурного анализа и электронной микроскопии морфологии поверхности и внутренней структуры сформированных TiO₂ нанотрубок.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № T20PA-019).

Литература

1. Eder, D. Morphology control of CNT-TiO₂ hybrid materials and rutile nanotubes / D. Eder, A. H. Windle // *Material Chemistry*, 2008. – Vol.18. – P. 2036–2043.
2. Kartini, I. Sol-gel derived ZnO nanorod templated TiO₂ nanotube synthesis for natural dye sensitized solar cell / I. Kartini, Evana, Sutarno, Chotima // *Advanced Materials Research*, 2014. – Vol. 896. – P. 485–488.
3. Zinc oxide from fundamental properties towards novel applications / C. F. Klingshirn [et al.] // Springer – Verlag Berlin Heidelberg, 2010. – 359 pp.
4. A comprehensive review of ZnO materials and devices / U. Ozgur [et al.] // *Journal of Applied Physics*, 2005. – Vol. 98. – P. 1–103.

Е. А. Кулеш, А. В. Рогачев, Д. Г. Пилипцов
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМООБРАБОТКИ НА МОРФОЛОГИЮ И СТРУКТУРУ ГРАДИЕНТНЫХ АЛЮМИНИЙ-УГЛЕРОДНЫХ ПОКРЫТИЙ

Введение

Градиентные покрытия, характеризующиеся оптимальным структурно-размерным распределением по толщине слоев карбидов, нитридов и боридов переходных металлов, в большой степени адаптиро-

ваны к условиям и режимам эксплуатации и их формирование, изучение структуры и свойств представляет научный и практический интерес. Так, покрытия на основе α -C, металлов, MoS₂ имеют высокую твёрдость, сохраняя при этом большую ударную вязкость, низкий коэффициент трения [1]. При этом выбор конструкции покрытия, материала, порядка размещения и геометрических параметров слоев наряду с технологическими режимами формирования являются факторами, которые в значительной степени определяют их свойства. Для осаждения покрытий с заданным распределением элементов по толщине слоя применяют различные технологические приемы и широко используются карбидообразующие металлы (W, Ti, Cr, Zr) [1–3]. Также для формирования композиционных металл-углеродных покрытий применяют медь и алюминий, которые являются химически нейтральными по отношению к углероду, но активно взаимодействуют с кислородом [4].

Одним из важнейших технологических требований формирования многослойных покрытий является обеспечение условий и режимов наиболее высокого межфазного взаимодействия, формирование переходных диффузионных структур между отдельными слоями. Для получения таких структур используют совмещение газовых потоков при осаждении слоев, ионную имплантацию, термообработку покрытия, как на стадии формирования, так и после ее проведения. Последний метод является более технологичным и, что особенно важно, при нагреве инициируются процессы химического взаимодействия, имеет место релаксация механических напряжений и в итоге происходит формирование покрытий с заданными свойствами [5].

Целью настоящей работы является изучение влияния параметров термообработки на изменение морфологии и фазового состава углеродных покрытий, содержащих алюминий с неоднородным его распределением по толщине покрытия.

1. Методика нанесения покрытий

Градиентные металл-углеродные покрытия получали из совмещенных потоков плазмы металла и углерода. В качестве металлического наполнителя использовали алюминий. Режим работы дугового испарителя, предназначенного для формирования металлической компоненты покрытия, был стабилизирован и обеспечивал равномерное поступление ионов металла на подложку. Концентрация углерода по толщине покрытия изменялась за счет увеличения частоты разрядных импульсов от 5 Гц до 20 Гц. После осаждения была выполнена

термообработка покрытий течение 1 часа в воздушной среде при температурах 150°, 250° и 350°С. Морфология поверхности покрытий исследована методом атомно-силовой микроскопии (Solver Pro 47 (НТ МДТ, Россия). Микроструктура покрытий изучалась методом спектроскопии комбинационного рассеивания с помощью КР микроскопа Senterra (Bruker).

2. Результаты и их обсуждение

На рисунке 1 представлены результаты исследований поверхности покрытий, полученные методом атомно-силовой микроскопии.

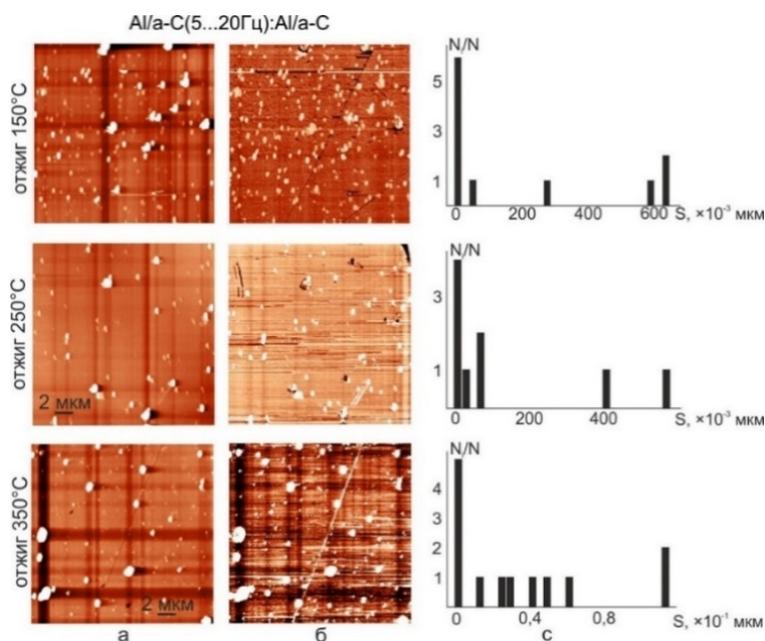


Рисунок 1 – АСМ изображение поверхности Al/a-C(5...20 Гц): Al/a-C покрытий после проведения отжига при 150°, 250° и 350°С:
а) топография, б) фазовый контраст, с) распределение частиц по поверхности

Установлено, что поверхностная структурная неоднородность Al/a-C(5...20 Гц):Al/a-C покрытия не зависит от температуры отжига, а определяется концентрацией в испаренном потоке микрочастиц алюминия, что связано с низкой, в сравнении с катодами, выполненными из титана и хрома, температурой плавления. Как видно из таблицы 1, шероховатость Al/a-C(5...20 Гц):Al/a-C покрытия практически не изменяется с ростом температуры отжига, и при высокой температуре отжига их средний размер снижается, что можно объяснить образованием на поверхности оксида алюминия и частичным окислением графитовых зерен.

Таблица 1 – Параметры морфологии Al/a-C(5...20 Гц):Al/a-C покрытий

Температура термообработки	Ra, нм	Средний диаметр зерна d, нм
150°C	8,5	50,1
250°C	8,9	32,1
350°C	8,4	35,2

При последующем увеличении температуры отжига (выше 600°C) наблюдается увеличение поверхностной шероховатости из-за графитизации углеродного слоя и роста оксидной компоненты.

На рисунке 2 представлены спектры комбинационного рассеивания градиентных металл-углеродных покрытий после проведения отжига при различных температурах.

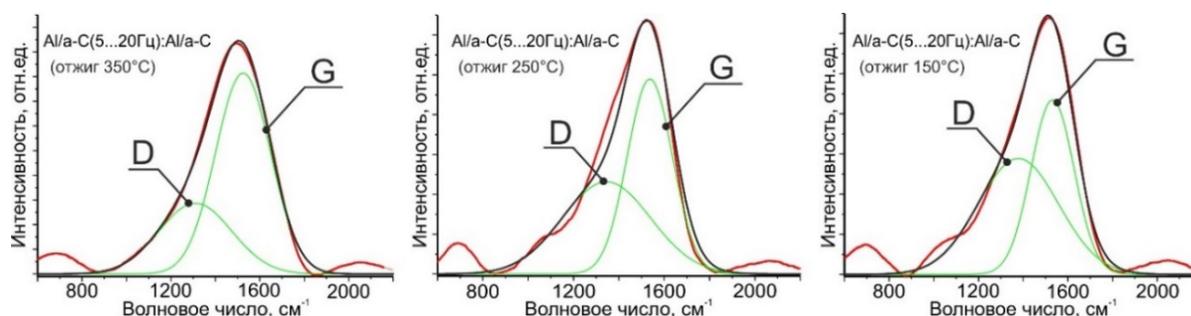


Рисунок 2 – КР спектры Al/a-C(5...20 Гц):Al/a-C покрытий после проведения отжига при 150°, 250° и 350°C

Для всех спектров характерно наличие широкого ассиметричного пика в области 800–2200 см⁻¹. Данные спектры с использованием функций Лоренца-Гаусса были разложены на две компоненты с центрами, локализованными при 1370 и 1580 см⁻¹.

Таблица 2 – Результаты анализа КР спектров Al/a-C(5...20 Гц):Al/a-C покрытий

Температура термообработки	I _D /I _G	G пик положение, см ⁻¹	Ширина G пика, см ⁻¹
150°C	1,24	1531	227
250°C	0,93	1537	234
350°C	0,47	1544	291

Анализ данных КР спектроскопии (таблица 2) показал, что отношение I_D/I_G, положение G-пика и его ширина зависят от температуры отжига. Так, для Al/a-C(5...20 Гц):Al/a-C покрытия с ростом температуры отжига происходит снижение I_D/I_G отношения с 1,24 до 0,47 с одновременным уширением G пика и его смещением в область более

высоких волновых чисел, что определяется увеличением количества ароматических колец в Csp^2 кластере, а также снижением доли групп, образующих линейные $-C=C-$ цепи. При этом согласно [6], происходит уменьшение размера и степени упорядоченности Csp^2 кластеров углерода. Также в работе [7] установлено, что с ростом температуры отжига происходит образование оксида алюминия Al_2O_3 .

Заключение

Установлено, что с ростом температуры отжига происходит уменьшение размера зерна, при этом шероховатость покрытия остается постоянной. Методом спектроскопии комбинационного рассеивания установлены особенности трансформации структуры покрытия в зависимости от температуры термообработки. Показано, что уменьшение значения I_D/I_G , характерное для $Al/\alpha-C(5...20 \text{ Гц}):Al/\alpha-C$ покрытия, определяется увеличением количества ароматических колец в Csp^2 кластере, а также снижением доли групп, образующих линейные $-C=C-$ цепи. Смещение G-пика в область высоких волновых чисел с одновременным его уширением при повышении температуры свидетельствует об уменьшении размера и степени упорядоченности Csp^2 кластеров углерода.

Литература

1. Композиционные углеродные покрытия, осажденные из импульсной катодной плазмы / Д. Г. Пилипцов [и др.]. – 2020. – М.: Радиотехника. – 283 с.
2. Liu, X. Silicon and aluminum doping effects on the microstructure and properties of polymeric amorphous carbon films / X. Liu, J. Hao, Y. Xie // *Applied Surface Science*. – 2016. – Vol. 379. – P. 358–366.
3. Growth and characteristics of metal-containing diamond-like carbon using a self-assembled process / W. Y. Wu [et al.] // *Carbon*. – 2006. – Vol. 44. – P. 1210–1217.
4. Tailoring microstructure and phase segregation for low friction carbon-based nanocomposite coatings / J. Kim [et al.] // *J. Mater. Chem.* – 2012. – Vol. 22. – P. 15782–15792.
5. Annealing effect on the structural, mechanical and electrical properties of titanium-doped diamond-like carbon films / Y.-H. Lin [et al.] // *Thin Solid Films*. – 2009. – Vol. 518. – P. 1503–1507.

6. Ferrari, A. C. Interpretation of Raman spectra of disordered and amorphous carbon / A. C. Ferrari, J. Robertson // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 61. – P. 14095–14107.

7. Effect of substrate temperature on the growth of ternary Al–C–N thin films by reactive magnetron sputtering / A. L. Ji [et al.] // *Journal of Crystal Growth*. – 2005. – Vol. 279. – P. 420–424.

Лю Имин, А. А. Рогачев, М. А. Ярмоленко, А. С. Руденков

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

Институт химии новых материалов Национальной Академии Наук
Беларуси, Минск, Беларусь

МОЛЕКУЛЯРНАЯ СТРУКТУРА И ПОВЕРХНОСТНЫЕ СВОЙСТВА КРЕМНИЙОРГАНИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ, СФОРМИРОВАННЫХ ДИСПЕРГИРОВАНИЕМ В УСЛОВИЯХ ГОРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

Введение

Кремнийорганические покрытия имеют высокие эксплуатационные свойства и широко используются при решении сложных технических задач [1]. В частности, в качестве аппретов при формировании композиционных материалов [2], отрицательных фоторезистов в микроэлектронике [3], оптических покрытий в интегральной оптике [4], для повышения коррозионной стойкости [5], и во многих других приложениях [1].

Широко применяемые технологические методы нанесения тонких кремнийорганических покрытий предполагают использование в качестве исходных материалов олигомерных соединений, термообработка которых приводит к образованию полимеризованных слоев. Данные методы наряду с их преимуществами имеют и существенные ограничения, в числе которых методических трудностей при формировании композиционных покрытий, необходимость нагрева покрытия до высоких температур (350...1200°C), ограничивает круг материалов, используемых в качестве подложек.

Свободными от данных недостатков является метод получения покрытий, при реализации которых осаждение осуществляется из газовой фазы, генерация которой осуществляется электронно-лучевым диспергированием кремнийорганических соединений [6]. При этом

создание в летучих продуктах диспергирования электрических разрядов позволяет изменять их реакционную активность и, соответственно, структуру и свойства осаждаемых покрытий.

В представленной работе впервые рассмотрены особенности электронно-лучевого формирования кремнийорганических покрытий на основе кремнийорганической жидкости ПМС-400, а также кремнийорганической смолы К42. Особое внимание было уделено установлению влияния электрического разряда на молекулярную структуру и поверхностные свойства осаждаемого слоя.

1. Методика формирования и исследования покрытий

Покрытия осаждали из продуктов деструкции материала мишени потоком низкоэнергетических электронов (энергия 800–1600 эВ, плотность 0,01–0,03 А/см²). Процесс нанесения покрытий производился при начальном давлении остаточных газов в вакуумной камере $\approx 4 \cdot 10^{-3}$ Па. С целью создания в камере электрического разряда при нанесении покрытия на мишень подавался потенциал смещения «+»500 В относительно заземлённого корпуса вакуумной камеры.

Контроль толщины осаждаемых тонкопленочных систем осуществляется с помощью кварцевого измерителя толщины (КИТ). В качестве материала мишени использовали кремнийорганическую жидкость ПМС-400 и кремнийорганическую смолу К-42. В качестве подложек для нанесения покрытий были выбраны пластины NaCl (ИК-спектроскопические исследования), полированные пластины монокристалла кремния <100> (исследования с помощью атомно-силовой микроскопии (АСМ), определение значения поверхностной энергии).

ИК-спектроскопические исследования производили на ИК-Фурье спектрофотометре Vertex-70 (Bruker) с использованием стандартной приставки на пропускание. Сканирование осуществлялось в диапазоне (4000 – 300) см⁻¹ с разрешением 4 см⁻¹. Исследование морфологии покрытий проводили с помощью атомно-силового микроскопа (АСМ) Solver P47 PRO (НТ-МДТ, Россия), в котором реализована схема сканирования образцом. В качестве зондов на АСМ применяли кремниевые кантилеверы серии NSG11S с типичной силовой константой 5,5 Н/м и резонансной частотой 220 кГц. Определение значения поверхностной энергии осуществляли по методу Фокса.

2. Обсуждение результатов

Установлено, что при воздействии потока электронов на кремнийорганическую жидкость на начальной стадии имеет место постепенное ее превращение в каучукоподобный слой и нанесение покрытия происходит по истечению относительно длительного индукционного периода. Анализ результатов ИК-спектроскопии показывает, что при диспергировании имеет место отщепление метильных заместителей и образование межмолекулярных сшивок. Так, исходная кремнийорганическая жидкость характеризуется наименьшим значением соотношения D_{1025}/D_{1100} и наибольшим значением соотношения D_{1260}/D_{1100} по сравнению с аналогичными величинами для покрытий на ее основе (таблица 1). Следует отметить, что значение соотношения D_{1260}/D_{1100} для покрытия, сформированного в условиях плазменного разряда ниже, чем для слоя, осажденного без разряда. Это указывает на отщепление углеводородных заместителей под действием активных компонентов электрического разряда, что является общепризнанным явлением.

Таблица 1 – Влияние плазменной обработки на молекулярную структуру покрытий на основе ПМС-400 (соотнесение с полосой при 1100 см^{-1} (Si–O–Si, тип «клетка»))

	SiO ₂ -like structure 1065 см ⁻¹	Si–O–Si network 1025 см ⁻¹	Si–(CH ₃) ₂ 1260 см ⁻¹	Si–CH ₃ 800 см ⁻¹	Si–C ₆ H ₅ 1139 см ⁻¹	Si–O–C C–O 997 см ⁻¹
Жидкость ПМС-400/К-42	1,35/1,02	1,28/1,16	1,89/0,75	1,42/0,73	/0,75	/0,92
Без потенциала смещения	1,02/1,44	1,66/0,63	1,27/0,22	1,62/0,44	/0,67	/0,45
Потенциал смещения на мишень (500 В)	1,05/1,22	2,16/1,20	1,13/0,22	1,49/0,40	/0,72	/0,67

Основное влияние плазменной обработки проявляется в увеличении доли сшитых структур типа «сетка» и снижении содержания метильных заместителей в молекулярной структуре осаждаемого покрытия.

Приложение положительного потенциала смещения на мишень при электронно-лучевом диспергировании сопровождается увеличением поверхностной энергии осаждаемых покрытий на основе ПМС-400

(таблица 2). Для покрытий на основе К-42 плазменная активация летучих продуктов диспергирования не оказывает влияние на поверхностные свойства.

Таблица 2 – Результаты измерения поверхностной энергии покрытий на основе ПМС-400/К-42

	без потенциала смещения	потенциала смещения (+500 В)
Угол смачивания глицерина, град	88/88	87,6/91,4
Угол смачивания водой, град	95/91	101,7/94
Дисперсионный компонент, мДж/м ²	10,8/6,74	19,9/5,8
Полярный компонент, мДж/м ²	6,2/10,96	1,3/10,0
Поверхностная энергия, мДж/м ²	17,0/17,7	21,2/15,8

Рост величины поверхностной энергии покрытий на основе ПМС-400 обусловлен повышением дисперсионной составляющей. При этом влияние шероховатости осаждаемого покрытия на значение краевого угла смачивания незначительно, так как электрический разряд не оказывает заметного влияния на морфологию осаждаемого слоя (перепада высот не превышает 10 нм).

Снижение полярной составляющей поверхностной энергии для таких покрытий может быть связано с образование межмолекулярных сшивок. Межмолекулярное взаимодействие осуществляется в результате взаимодействия кислорода с кремнием. В отсутствие подобного процесса кислород и кремний вступали бы во взаимодействие с атмосферной влагой. По этой причине возникновение межмолекулярных сшивок сопровождается снижением содержания гидроксильных групп на поверхности тонкого слоя.

Заключение

Влияние плазменного разряда в летучих продуктах электронно-лучевого диспергирования оказывает влияние на молекулярную структуру осаждаемых покрытий, проявляющееся в увеличении доли сшитых структур типа «сетка» и снижении содержания метильных заместителей в молекулярной структуре осаждаемого покрытия на основе ПМС-400. Для покрытий на основе К-52 такое влияние менее значимо.

Приложение положительного потенциала смещения на мишень при электронно-лучевом диспергировании сопровождается увеличением поверхностной энергии осаждаемых покрытий на основе. Для

покрытий на основе К-42 плазменная активация летучих продуктов диспергирования не оказывает влияние на поверхностные свойства.

Литература

1. Silicon-Containing Polymers. The Science and Technology of their Synthesis and Applications / Edited by Richard G. Jones, Wataru Ando and Julian Chojnowski. – Kluwer Academic Publishers, London, 2000. – 768 pp.
2. Керамические материалы / Г. Н. Масленникова, Р. А. Маладзе, С. Мидзута, К. Коумото. – М.: Стройиздат, 1991. – 320 с.
3. Organosilicon Polymers for Lithographic Applications / J. M. Shaw [et al.] // Polymer engineering and science. – 1983. – 23(18). – P. 1054–1058.
4. Tien, P. K. Thin Organosilicon Films for Integrated Optics / P. K. Tien, G. Smolinsky, R. J. Martin // Applied Optics. – 1972. – 11(3). – P. 637–642.
5. Application of plasma deposited organosilicon thin films for the corrosion protection of metals / F. Fracassi [et al.] // Surface and Coatings Technology. – 2003. – Vol. 174–175. – P. 107–111.
6. Xu, Q. PCL Based CIP-Loaded Double-Layer Films Deposited by Low-Electron Beam Dispersion Method and its Antibacterial Properties / Qin Xu [et al.] // Eurasian Chemico-Technological Journal. – 2020. – Vol. 22. – P. 255–262.

В. Н. Мышковец, А. В. Максименко, Г. А. Баевич
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

СТРУКТУРА И СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ ЛАЗЕРНОЙ НАПЛАВКЕ ВЫСОКОУГЛЕРОДИСТЫХ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ

Известно, что физико-механические свойства наплавляемого металла зависят не только от параметров лазерного излучения, но и от свойств присадочного материала [1].

В работе проведены исследования, целью которых было определение влияния исходного состояния присадочного материала на микротвердость и структуру наплавленных металлов [2, 3]. В ходе исследова-

дований использовались присадочные материалы в виде проволоки из сталей 30ХГСА и 30ХГСН2А диаметром от $0,3 \cdot 10^{-3}$ до $0,5 \cdot 10^{-3}$ м.

Структура присадочных материалов формировалась в результате термообработки при различных температурах. Первая партия присадочной проволоки была подвергнута закалке и низкотемпературному отпуску (нагрев до температуры 870–900°C, закалка в масле и отпуск при $T = 300^\circ\text{C}$). В результате такой термообработки в ней формировалась трооститная структура. Вторая – отжигалась при температуре 850°C с последующей нормализацией (охлаждение на воздухе), при таких условиях термообработки формировалась перлитная структура материала. Наплавка присадочного металла проводилась при воздействии импульсов лазерного излучения с крутым передним и убывающим задним фронтами.

Энергия импульсов излучения изменялась в пределах от 5 до 15 Дж при частоте следования импульсов 5 Гц и длительности $\tau = 5,5 \cdot 10^{-3}$ с. Диаметр лазерного пучка в фокальной плоскости объектива варьировался в соответствии с диаметром присадочного материала в диапазоне от $0,3 \cdot 10^{-3}$ до $0,5 \cdot 10^{-3}$ м. Энергия излучения задавалась таким образом, чтобы глубина плавления основы была не меньше половины радиуса присадки. Послойное наплавление металла проводилось в среде аргона (расход газа в зоне обработки – $3 \div 4$ л/мин). Химический состав присадочного материала соответствовал химическому составу материала основы.

Микроструктура материалов покрытий и основы, а также распределение микротвердости по глубине для стали 30ХГСН2А, – полученные в ходе данных исследований, представлены на рисунке 1.

При нанесении четырех слоев высотой $6 \cdot 10^{-4}$ м на поверхность основы, имеющей трооститную структуру, в покрытиях формируется трооститная структура. При этом снижения микротвердости в металле основы не выявлено. В распределении микротвердости по глубине имеет место плавный переход от значений, характерных для основы, к значениям, измеренным в различных зонах покрытий. Дефекты и непровары в образце, обработанном с применением отожженной присадки (рисунок 1, а), не обнаружены. Микротвердость наплавленного металла имела значение $4400 \div 4900$ МПа, микротвердость основы – $5000 \div 5100$ МПа. В образце, обработанном с применением закаленной присадки (рисунок 1, б) на расстоянии $0,2 \cdot 10^{-3}$ м от границы с материалом основы имеется непровар размером $(0,5 \times 0,3) \cdot 10^{-4}$ м; наплавленный металл имеет трооститную структуру с микротвердостью равной $4300 \div 4800$ МПа.

Нанесение покрытий на поверхность образца из стали 30ХГСА также проводилась с применением присадочных материалов, находящихся в закаленном или отожженном состоянии (рисунок 2).

При многослойной наплавке высотой до $18,5 \cdot 10^{-4}$ м на поверхность основы с троосто-сорбитной структурой наплавленный металл имел следующую структуру: на границе основа – наплавка – трооститную, далее – дендритообразную структуру с переходом в структуру игольчатого мартенсита.

Снижения микротвердости в основном металле не наблюдалось. Из рисунка 2 а видно, что микротвердость при использовании закаленной присадки начиная от границы основной металл – наплавка и далее по всей толщине наплавки, увеличивается приблизительно до 4500 МПа; микротвердость основного металла равна 3500 МПа. На границе наплавки с металлом основы наблюдается плавное увеличение микротвердости при удалении от границы.

Распределение микротвердости по глубине наплавки при использовании отожженной присадки (рисунок 2, б) имеет несколько иной характер: микротвердость наплавленного металла, при удалении от границы «металл основы – наплавка» и далее более чем на $6 \cdot 10^{-4}$ м не изменяется и только вблизи поверхности наплавки имеет место незначительное до 4200 МПа увеличение микротвердости.

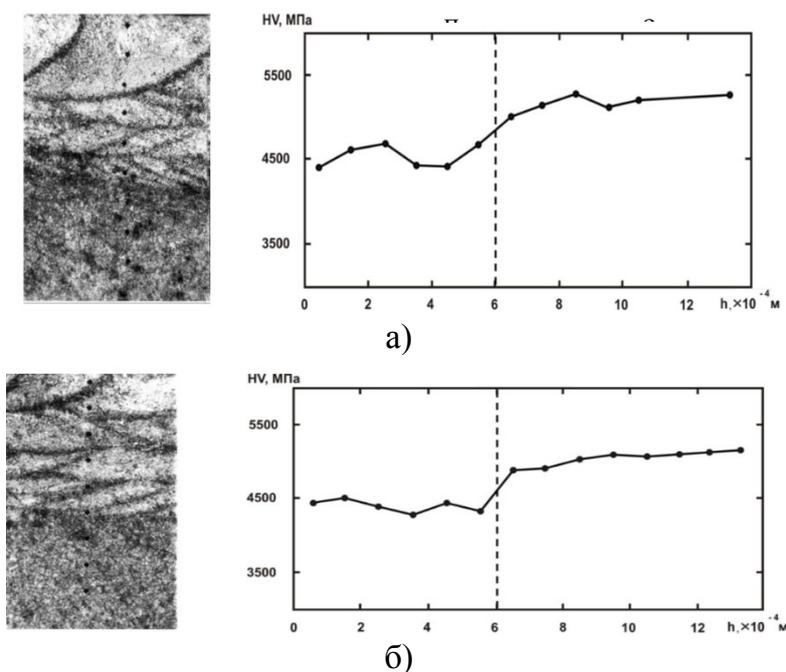


Рисунок 1 – Микроструктура ($100\times$) и распределение микротвердости по глубине многослойного покрытия и основы в образце из стали 30ХГСН2А:

а) – отожженная присадка; б) – закаленная присадка

Установлено, что при многослойной наплавке среднелегированной стали 30ХГСН2А, происходит снижение микротвердости в материале наплавки (до 10% относительно микротвердости материала основы); микротвердость покрытия из стали 30ХГСА, при тех же условиях обработки, увеличилась на 15%. Данные результаты являются основанием для вывода о том, что при импульсной лазерной наплавке на поверхности высокопрочных легированных сталей структура наплавленного металла и распределение микротвердости по его глубине не существенно зависят от исходного состояния материалов присадки. Разброс значений микротвердости по глубине наплаваемых металлов объясняется тем, что формирование наплавки в ходе исследований выполнялось отдельно наплаваемыми слоями разной высоты (50–200 мкм).

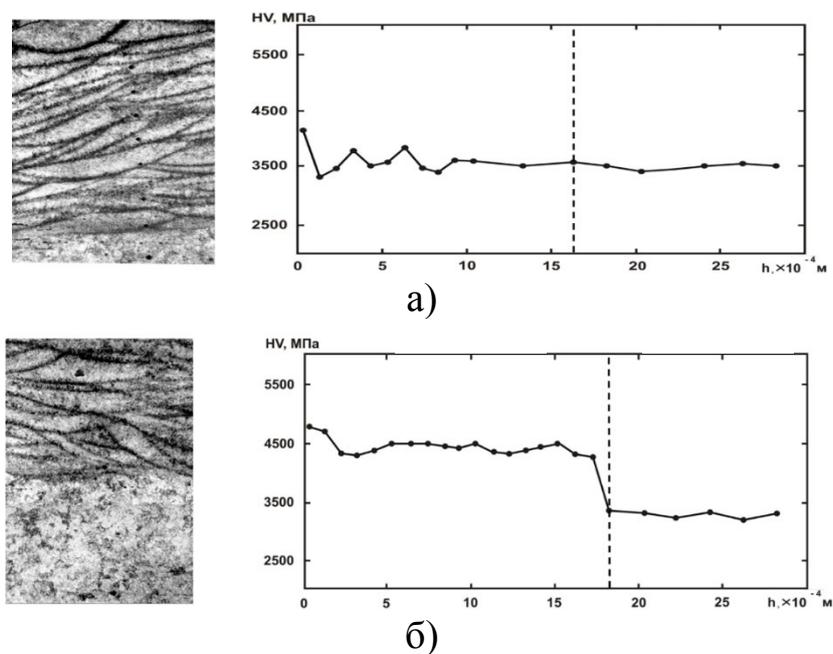


Рисунок 2 – Микроструктура ($100\times$) и распределение микротвердости по глубине многослойного покрытия и основы в образце из стали 30ХГСА:
а) – закаленная присадка; б) – отожженная присадка

Чтобы степень однородности структуры в наплавке и в ЗТВ была достаточно высокой, необходимо чтобы при наплавке последующего валика, предыдущий слой прогревался полностью (по всему сечению) до температур больше (A_{c1}). Это возможно только при определенном согласовании площади сечения предыдущего валика и режима наплавки последующего валика.

Литература

1. Григорьянц, А. Г. Основы лазерной обработки материалов / А. Г. Григорьянц. – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с.
2. Yurkevich, S. N. Laser surfacing of components of 30KhGSA steel without reducing the physical-mechanical properties of the base material / S. N. Yurkevich, V. N. Myshkovec, A. V. Maksimenko // Welding International. – 2004. – Vol.18, № 10. – P. 829–830.
3. Юркевич, С. Н. Восстановление деталей из стали 30ХГСН2А наплавкой методом лазерной сварки / С. Н. Юркевич, В. Н. Мышковец, А. В. Максименко // Справочник. Инженерный журнал. – 2004. – № 5. – С.11–12.

А. П. Низовцев¹, С. Я. Килин¹, А. Л. Пушкарчук², С. А. Кутень³

¹Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

²Институт физико-органической химии НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

³НИИ ядерных проблем БГУ, Минск, Беларусь

NV ЦЕНТРЫ В АЛМАЗЕ ДЛЯ КВАНТОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ: КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Введение

Возможность создавать, контролировать и считывать когерентные состояния многоспиновых систем в твердых телах принципиально важна для создания масштабируемых приложений для квантовой обработки информации, квантовой магнитометрии, метрологии и т. п. (см., например, [1, 2]). Для этих целей особенно перспективными являются системы взаимодействующих электронных и ядерных спинов, в которых электроны играют роль «быстрых» кубит и могут использоваться в качестве интерфейсов с «летающими» кубитами – фотонами, а ядерные спины («медленные» кубиты) могут хранить квантовую информацию в течение долгого времени благодаря их исключительно высокой изоляции от окружения.

Наиболее успешным представителем таких систем является отрицательно заряженный центр окраски «азот-вакансия» (NV-центр) в алмазе (см., например, обзоры [3, 4]), электронный спин $S=1$ которого

в основном триплетном электронном состоянии сверхтонко взаимодействует с ядерным спином $I^{(N)}=1$ атома ^{14}N , принадлежащего данному NV центру, и, потенциально, с соседними ядерными спинами $I^{(C)}=1/2$ изотопических атомов ^{13}C , распределенных случайно в решетке алмаза и замещающих бесспиновые атомы ^{12}C с вероятностью 1,1%. Возможность детектирования индивидуальных ядерных спинов в алмазе на основе использования явления оптически детектируемого магнитного резонанса (ОДМР) была продемонстрирована еще в 2004 году [5] для ядерных спинов атомов ^{13}C , которые были расположены в ближайших к вакансии узлах решетки алмаза. Позже благодаря разработке динамических методов подавления дефазировки электронного спина NV центра, вызванной стохастической динамикой спинового окружения (см., например, [6]), стало возможным наблюдать электронно-ядерные спиновые системы NV- ^{13}C , в которые входили достаточно удаленные от NV центра одиночные ядерные спины ^{13}C (см., в частности, работы [7–12]), связанные с ним сравнительно слабым сверхтонким взаимодействием (СТВ). В настоящее время можно считать хорошо отработанными методы инициализации, когерентного манипулирования и измерения состояний электронно-ядерных спиновых систем $^{14}\text{NV}-^{13}\text{C}$ с целью их использования в качестве квантовых регистров и квантовой памяти, а также для реализации квантовой коррекции ошибок, квантовой метрологии и т.п. Для всех этих приложений необходимо детально знать характеристики СТВ и понимать динамику электронно-ядерных спиновых систем NV- ^{13}C под действием как СТВ, так и под влиянием внешних воздействий, которыми обычно являются импульсные микроволновые и радиочастотными поля, с помощью которых реализуется когерентное манипулирование состояниями электронного и ядерных спинов.

В экспериментах с одиночными спиновыми системами $^{14}\text{NV}-^{13}\text{C}$ стандартно используются методы ОДМР, обеспечивающие повышение чувствительности на 7 порядков по сравнению с обычным методом электронного парамагнитного резонанса (ЭПР). Альтернативным способом определения характеристик СТВ является использование современных методов компьютерного моделирования, позволяющих рассчитать пространственные, электронные и спиновые характеристики наноразмерных кластеров или суперячеек алмаза, содержащих NV центры, и, в частности, найти характеристики СТВ для различных систем NV- ^{13}C , отличающихся взаимным расположением электронного и ядерного спинов. Недавно такой систематический расчет полных матриц A_{KL} , описывающих СТВ электронного спина NV центра с раз-

личным образом расположенными ядерными спинами ^{13}C , был выполнен в наших работах [13, 14] посредством моделирования методом функционала плотности пассивированных водородом кластеров алмаза $\text{C}_{291}[\text{NV}]\text{-H}_{172}$ и $\text{C}_{510}[\text{NV}]\text{-H}_{252}$, содержащих NV центр. Используя полученные расчетные данные в спин-гамильтонианах конкретных систем $\text{NV-}^{13}\text{C}$, можно рассчитать практически без подгоночных параметров различные экспериментально наблюдаемые характеристики и зависимости, а также предсказывать оптимальные условия для получения нужных результатов при постановке планируемых экспериментов.

В частности, в [13] было показано, что вследствие симметрии центра в кластерах имеются «семейства» эквивалентных положений атомов ^{13}C , содержащие 3 или 6 таких положений, демонстрирующие практически одинаковые характеристики СТВ. Используя метод спин-гамильтониана, мы рассчитали величину связанного с СТВ расщепления состояний с проекциями электронного спина $m_s = \pm 1$ для всех возможных систем $\text{NV-}^{13}\text{C}$ в кластере. Следует отметить, что эти величины, измеряемые экспериментально, являются характерными для каждого семейства и поэтому могут использоваться для идентификации систем $\text{NV-}^{13}\text{C}$. В [13] было показано, что такой подход позволяет количественно (и практически без подгоночных параметров) описать экспериментальные данные работы [8], где были систематически измерены величины СТВ расщеплений для 400 различных систем $\text{NV-}^{13}\text{C}$, а также промоделировать различные наблюдаемые спектры ОДМР в присутствии внешнего магнитного поля различной величины для одной из таких систем.

Для большинства приложений желательно использовать системы $\text{NV-}^{13}\text{C}$, в которых ядерные спины имеют максимально большое время когерентности. Одним из важных механизмов нарушения когерентности ядерных спинов (особенно в изотопически чистом алмазе) являются их стохастические перевороты, инициируемые анизотропной составляющей СТВ, описываемой недиагональными элементами матрицы A_{KL} СТВ. Такие чрезвычайно стабильные спиновые системы $\text{NV-}^{13}\text{C}$ были обнаружены недавно экспериментально в работах [9, 10] в результате рутинного перебора огромного количества различных систем $\text{NV-}^{13}\text{C}$ (например, в работе [9] было исследовано около 3300 различных систем $\text{NV-}^{13}\text{C}$ в изотопически чистом алмазе с содержанием 0,2% ^{13}C , в результате чего были найдены всего лишь две различные стабильные системы $\text{NV-}^{13}\text{C}$, в которых вероятности переворотов ядерного спина ^{13}C были достаточно малы). До недавнего

времени считалось, что стабильными являются только NV-¹³C системы с расположением ядерного спина ¹³C на оси симметрии C_{3v}NV центра, поскольку njih матрица СТВ является диагональной и ось квантования ядерного спина всегда параллельна оси NV центра. В [14] на основе выполненного систематического расчета индуцированных СТВ скоростей переворотов ядерных спинов в кластере C₅₁₀[NV]-H₂₅₂ было предсказано наличие большого количества «неосевых» стабильных систем NV-¹³C, в которых ядерные спины ¹³C расположены в бислое алмаза, перпендикулярном оси NV центра. Для одной из таких систем сделанные предсказания о ее характеристиках были подтверждены экспериментально [14]. Следует отметить, что в настоящее время уже апробированы методы выращивания слоистых алмазных структур, содержащих NV центры и тонкие слои изотопического углерода ¹³C [15].

Согласно сделанным в [14] предсказаниям, для большинства систем в кластере C₅₁₀[NV]-H₂₅₂ анизотропная составляющая СТВ, описываемая недиагональными элементами матрицы СТВ A_{KL}, не является малой. Это обстоятельство можно использовать для более быстрого когерентного манипулирования состояниями ядерных спинов ¹³C в системах NV-¹³C, в которых обычно манипулирование электронным спином NV центра осуществляется с помощью коротких импульсов микроволнового излучения (~2-3 ГГц), а ядерным спином ¹³C – с помощью радиочастотных импульсов, имеющих существенно большую длительность вследствие малости магнито-дипольного переходного момента для ядерного спина. В [16, 17] на основе численного моделирования нестационарной динамики систем NV-¹³C под действием микроволновых импульсов было показано, что можно эффективно манипулировать ядерными состояниями системы, используя только импульсные микроволны, обладающие характеристиками (отстройка частоты и частота Раби), при которых имеют место резонансы в спиновой системе, «одетой» микроволнами. Используя рассчитанные матрицы СТВ, мы численно проанализировали динамику ряда конкретных спиновых систем NV-¹³C и нашли оптимальные характеристики микроволнового импульса, реализующего с высокой вероятностью (~ 1) переворот ядерного спина ¹³C. Показано, что численные результаты хорошо коррелируют с полученными аналитическими формулами.

Недавно была предложена [18, 19] и, отчасти, реализована [20] идея получения наноразмерных алмазов с NV центрами, в которых в качестве затравки в процессе роста алмаза используются молекулы

азаадамантиана $C_9H_{15}N$, получающиеся из молекул адамантана $C_{10}H_{16}$ замещением одного из атомов углерода атомом азота, или молекулы метил-азаадамантиана, в которых метильная группа CH_3 может присоединяться к различным атомам углерода азаадамантиана. Химическими методами можно создавать такие прекурсоры с замещением в них в определенных позициях обычных бесспиновых атомов ^{12}C изотопическим углеродом ^{13}C . Реализация этой идеи позволит выращивать нанокристаллы алмаза, содержащие спиновые системы $NV-^{13}C$ с заданным расположением ядерных спинов ^{13}C относительно NV центра. Контролировать результаты такого роста и устанавливать корреляции полученных спиновых систем $NV-^{13}C$ с исходным прекурсором можно посредством измерения спектров ОДМР. При этом в качестве индикатора для идентификации различных систем $NV-^{13}C$ может использоваться величина индуцированного СТВ расщепления подуровней $m_S = \pm 1$ NV центра в нулевом магнитном поле, которая зависит от взаимного расположения атома ^{13}C и атома N в использованном прекурсором. Очевидно, для этих целей желательно знать эти величины заранее. Такой предсказательный расчет характерных величин индуцированного СТВ расщепления подуровней $m_S = \pm 1$ NV центра в нулевом магнитном поле выполнен нами недавно [21, 22] на основе использования расчетных данных о характеристиках СТВ, полученных в [14] для кластера $C_{510}[NV]H_{252}$.

Заключение

Представлен краткий обзор результатов систематического компьютерного моделирования характеристик сверхтонких взаимодействий между электронным спином центра окраски «азот-вакансия» в алмазе и ядерными спинами ^{13}C (квантовой памятью), произвольным образом расположенными в пассивированных водородом кластерах алмаза $C_{291}[NV]H_{172}$ и $C_{510}[NV]H_{252}$. Полученные расчетные данные использованы для описания широкого круга имеющихся экспериментов, а также предсказания характеристик электронно-ядерных спиновых систем $NV-^{13}C$, представляющих особый интерес для разрабатываемых квантовых технологий на основе алмаза.

Литература

1. Quantum Spintronics: Engineering and Manipulating Atom-Like Spins in Semiconductors / D. D. Awschalom [et al.] // Science. – 2013. – Vol. 339. – P. 1174.

2. Morton, J. J. L. Hybrid Solid-State Qubits: The Powerful Role of Electron Spins / J. J. L. Morton, B. W. Lovett // *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* – 2011. – Vol. 2. – P. 189.
3. The nitrogen-vacancy color centre in diamond / M. W. Doherty [et al.] // *Physics Reports.* – 2013. – Vol. 528. – P. 1.
4. Control over Single Spins in Diamond / V. V. Dobrovitski [et al.] // *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* – 2013. – Vol. 4. – P. 23.
5. Observation of coherent oscillation of a single nuclear spin and realization of a two-qubit conditional quantum gate / F. Jelezko [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 93. – P. 130501.
6. Souza, A. M. Robust dynamical decoupling. / A. M. Souza, G. A. Alvarez, D. Suter // *Phil. Trans. R. Soc. A.* – 2012. – Vol. 370. – P. 4748–4769.
7. Smeltzer, B. ^{13}C hyperfine interactions in the nitrogen-vacancy centre in diamond / B. Smeltzer, L. Childress, A. Gali // *New J. Phys.* – 2011. – Vol. 13. – P. 025021.
8. High-resolution spectroscopy of single NV defects coupled with nearby ^{13}C nuclear spins in diamond / A. Drřau [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 2012. – Vol. 85. – P. 134107.
9. Quantum error correction in a solid-state hybrid spin register / G. Waldherr [et al.] // *Nature.* – 2014. – Vol. 506. – P. 204–207.
10. Enhancing quantum sensing sensitivity by a quantum memory / S. Zaiser [et al.] // *Nat. Commun.* – 2016. – Vol. 7. – P. 12279.
11. Sasaki, K. Determination of the position of a single nuclear spin from free nuclear precessions detected by a solid-state quantum sensor / K. Sasaki, K. M. Itoh, E. Abe // *Phys. Rev. B.* – 2018. – Vol. 98. – P. 121405.
12. Atomic-scale imaging of a 27-nuclear-spin cluster using a single-spin quantum sensor / M. H. Abobeih [et al.] // *Nature.* – 2019. – Vol. 576. – P. 411.
13. Theoretical study of hyperfine interactions and optically detected magnetic resonance spectra by simulation of the $\text{C}_{291}[\text{NV}]\text{H}_{172}$ diamond cluster hosting NV center / A. P. Nizovtsev [et al.] // *New J. Phys.* – 2014. – Vol. 16. – P. 083014.
14. Non-flipping ^{13}C spins near NV center in diamond: Hyperfine and Spatial Characteristics by Density Functional Theory Simulation of the $\text{C}_{510}[\text{NV}]\text{H}_{252}$ Cluster / A. P. Nizovtsev [et al.] // *New J. Phys.* – 2018. – Vol. 20. – P. 023022.
15. Coherent control of solid state nuclear spin nano-ensembles / T. Uden [et al.] // *NPJ Quantum Inf.* – 2018. – Vol. 4. – P. 39.

16. Nizovtsev, A. P. Engineered microwaves to manipulate ^{13}C nuclear spins in hyperfine-coupled NV- ^{13}C complexes in diamond / A. P. Nizovtsev, S. Ya. Kilin // ЖПС. – 2017. – Т. 17. – С. 378.

17. Низовцев, А. П. Микроволны для эффективного манипулирования ядерными спинами в системах NV- ^{13}C в алмазе / А. П. Низовцев, С. Я. Килин // Известия РАН, серия физическая. – 2020. – Т. 84, №3. – С. 310–316.

18. Organic nanodiamonds / T. Zapata [et al.] // arXiv:1702.06854. – 2017.

19. High-pressure synthesis of nanodiamond from adamantane: Myth or reality? / E. A. Ekimov [et al.] // Chem. Nano. Mat. – 2017. – Vol. 4. – P. 269.

20. Growth of high-purity low-strain fluorescent nanodiamonds / M. Alkahtani [et al.] // ACS Photonics. – 2019. – Vol. 6. – P. 1266.

21. Characteristics of Quantum Registers NV- ^{13}C in Diamond Nanocrystals Formed by Seeding Approach from Isotopic Aza-Adamantane and Methyl-Aza-Adamantane / A. P. Nizovtsev [et al.] // Semiconductors. – 2020. – Vol. 54, № 12. – P. 1689–1691.

22. Hyperfine interactions in the NV- ^{13}C quantum registers in diamond grown from the azaadamantane seed / A. P. Nizovtsev [et al.] // Nanomaterials. – 2021. – Vol. 11. – P. 1303. Режим доступа: <https://doi.org/10.3390/nano11051303>.

Ю. В. Никитюк, А. Н. Сердюков, В. А. Прохоренко

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь,

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОЙ ОБРАБОТКИ КВАРЦЕВЫХ ЗОЛЬ-ГЕЛЬ СТЕКОЛ С ПОМОЩЬЮ СОЧЕТАНИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Введение

В настоящее время искусственные нейронные сети получили широкое применение в различных областях науки техники, в том числе для моделирования технологических процессов лазерной обработки [1].

В ряде случаев при решении научно-практических задач оказывается эффективным сочетание возможностей нейросетевых технологий и метода конечных элементов [2–6].

В работах [7–9] приведены результаты исследований процесса лазерного раскалывания стеклянных пластин, полученных при использовании золь-гель метода.

В данном исследовании искусственная нейронная сеть была использована для определения значений температур и термоупругих напряжений, формируемых при лазерном раскалывании кварцевых пластин.

1. Конечно-элементный анализ

Для формирования обучающего массива данных и данных для тестирования нейронной сети расчеты температурных полей и полей термоупругих напряжений выполнялись с использованием метода конечных элементов [10]. Моделирование проводилось для пластины с геометрическими размерами $20 \times 10 \times 0,5$ мм. На рисунке 1 приведено расположение лазерного пучка и хладагента в плоскости обработки.

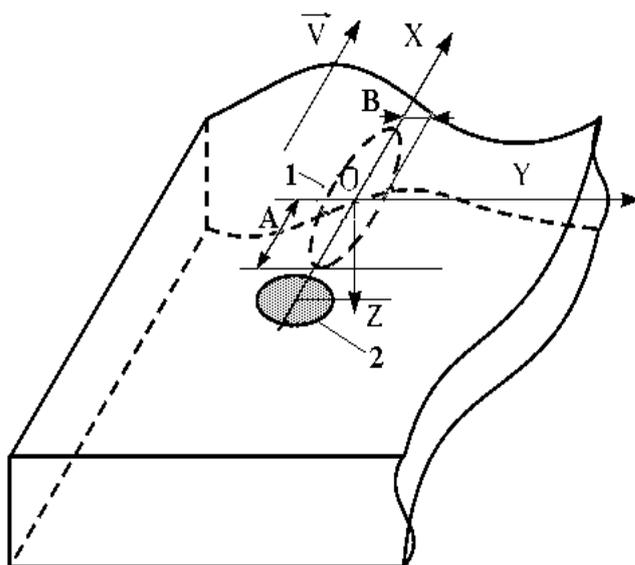


Рисунок 1 – Расположения лазерного пучка и хладагента в плоскости обработки

Позицией 1 отмечен лазерный пучок с длиной волны $\lambda = 10,6$ мкм, позицией 2 отмечена зона подачи хладагента. Расчеты были выполнены для 81 варианта входных параметров, 75 из которых была использована для обучения нейронной сети. Часть входных параметров и ре-

зультатов расчетов представлены в таблице 1. V – скорость резки, A и B – полуоси эллиптического лазерного пучка, P – мощность лазерного излучения, σ_y – расчетные значения максимальных по величине напряжений растяжения и сжатия в зоне обработки, T – максимальные расчетные температуры в обрабатываемой пластине. При расчетах использовались свойства кварцевых стекол, полученных при использовании коллоидного варианта золь-гель метода [7, 9].

Таблица 1 – Входные параметры конечно-элементной модели и расчетные значения температур и термоупругих напряжений в зоне лазерной обработки кварцевых золь-гель стекол

N	V , м/с	A , м	B , м	P , Вт	σ_y , Па		T , К
1.	0,04	0,001	0,0005	20	-50026868	7778470	1833
2.	0,04	0,002	0,0005	20	-28947801	6275683	1408
3.	0,04	0,002	0,0005	25	-36184751	7844605	1687
4.	0,04	0,002	0,0005	30	-43421701	9413529	1966
5.	0,04	0,003	0,0005	20	-20039443	5316337	1153
6.	0,04	0,001	0,001	20	-27446531	6158121	1244
7.	0,04	0,001	0,001	25	-34308163	7697651	1482
8.	0,04	0,001	0,001	30	-41169798	9237185	1720
9.	0,05	0,001	0,0005	20	-46684739	6625864	1691
10.	0,05	0,002	0,0005	20	-27441351	5576820	1318
11.	0,05	0,002	0,0005	25	-34301688	6971024	1574
12.	0,05	0,002	0,0005	30	-41162026	8365232	1830
13.	0,05	0,003	0,0005	20	-19047927	4714341	1083
14.	0,05	0,003	0,0005	25	-23809913	5892915	1280
15.	0,05	0,003	0,0005	30	-28571896	7071501	1478
16.	0,05	0,001	0,001	20	-25384505	5281742	1145
17.	0,06	0,001	0,0005	20	-44032196	5782897	1581
18.	0,06	0,001	0,0005	25	-55040245	7228622	1904
19.	0,06	0,002	0,0005	20	-26256817	4985452	1248
20.	0,06	0,002	0,0005	25	-32821019	6231811	1487
21.	0,06	0,002	0,0005	30	-39385222	7478173	1726
22.	0,06	0,003	0,0005	20	-18288450	4222693	1030
23.	0,06	0,003	0,0005	25	-22860562	5278360	1214
24.	0,06	0,003	0,0005	30	-27432675	6334034	1399
25.	0,05	0,003	0,0015	25	-9101927	4189554	745
26.	0,05	0,003	0,0015	30	-10922315	5027472	835
27.	0,04	0,003	0,0005	25	-25049305	6645426	1368
28.	0,04	0,003	0,0005	30	-30059167	7974502	1582
29.	0,06	0,003	0,0015	25	-8456838	3650307	698
30.	0,06	0,003	0,0015	30	-10148206	4380357	780

2. Применение нейронной сети

Для определения параметров лазерной обработки золь-гель стекол была использована полносвязанная нейронная сеть прямого распространения с архитектурой [30-15-3], созданная в открытой программной библиотеке для машинного обучения TensorFlow [11]. При создании сети использовалась функция активации ReLu (Rectified Linear Unit), оптимизатор – Adam, являющийся расширением алгоритма стохастического градиентного спуска. Сеть была скомпилирована с функцией потерь mse (mean squared error), вычисляющей квадрат разности между предсказанными и целевыми значениями. Количество эпох при обучении сети равнялось 500.

Для тестирования сети использовались варианты параметров, расположенных в шести последних строчках таблицы 1. Результаты работы созданной нейронной сети приведены в таблице 2. В качестве значений, характеризующих точность определения искомых параметров, рассматривались относительные ошибки ϵ . Величины относительных ошибок при определении максимальных напряжений растяжения и температур в зоне обработки не превысили 3% и 5% соответственно. Худший результат нейронная сеть показала при определении максимальных по величине напряжений сжатия, соответствующие относительные погрешности находятся в пределах 4–10 %. В целом можно сделать вывод о возможности применения сочетания метода конечных элементов и искусственных нейронных сетей для расчета параметров лазерной обработки кварцевых золь-гель стекол.

Таблица 2 – Значения температур и термоупругих напряжений в зоне лазерной обработки, определенные нейронной сетью

N	σ_y , Па	ϵ , %	σ_y , Па	ϵ , %	T, К	ϵ , %
1	-10045140	10,4	4080146	2,7	765	2,6
2	-12013910	9,1	4902673	2,5	843	0,9
3	-27236900	8,0	6827214	2,7	1411	3,0
4	-31489420	4,5	8209408	2,9	1602	1,2
5	-9413820	10,2	3640268	0,3	733	4,8
6	-11262320	9,9	4456808	1,7	805	3,1

Литература

1. A review on applications of artificial intelligence in modeling and optimization of laser beam machining / A. N. Bakhtiyari, Z. Wang, L. Wang, H. Zheng // Optics & Laser Technology – 2021 – Режим доступа: <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2020.106721>.

2. Kant, R. An integrated FEM-ANN model for laser bending process with inverse estimation of absorptivity / R. Kant, S. N. Joshi, U. S. Dixit, // *Mech Adv Mater Mod.* – 2015. – Process 1, 6. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1186/s40759-015-0006-1>.
3. Соловьев, А. Н. Идентификация круговых трещин, выходящих на поверхности труб с помощью сочетания метода конечных элементов и искусственных нейронных сетей / А. Н. Соловьев, Нгуен З. Ч. Занг // *Экологический вестник научных центров ЧЭС.* – 2014. – № 1. – С. 76–84.
4. Светашков, П. А. Оптимизация пространственных конструкции на основе гибридной нейросетевой программы: автореферат дис. ... канд. техн. наук / П. А. Светашков. – Красноярск, 2005. – 20 с.
5. Rusia, S. Application of Artificial Neural Network for Analysis of Triangular Plate with Hole Considering Different Geometrical and Loading Parameters / S. Rusia, K. Pathak // *Open Journal of Civil Engineering.* – 2016. – Vol. 6. – P. 31–41, doi: 10.4236/ojce.2016.61004.
6. Алгоритм прогнозирования вибрационного состояния ротора турбины с использованием машинного обучения / М. А. Болотов, В. А. Печенин, Е. Ю. Печенина, Н. В. Рузанов // *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение.* – 2020. – Т. 19, № 1. – С. 18–27, doi: 10.18287/2541-7533-2020-19-1-18-27.
7. Никитюк, Ю. В. Физические закономерности лазерного термораскалывания силикатных стекол и алюмооксидной керамики: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.21 / Ю. В. Никитюк. – Гомель, 2009. – 165 с.
8. Shalupaev, S. V. Silica gel glasses after laser radiation / S. V. Shalupaev, A. V. Semchenko, Y. V. Nikitjuk // *Material Science.* – 2003. – Vol. 21, № 4. – P. 495–501.
9. Лазерная обработка кварцевых стекол, синтезированных золь-гель методом / С. В. Шалупаев, В. В. Гайшун, А. В. Семченко, Ю. В. Никитюк // *Материалы. Технологии. Инструменты.* – 2005. – № 2. – С. 70–73.
10. Шабров, Н. Н. Метод конечных элементов в расчетах деталей тепловых двигателей / Н. Н. Шабров. – Л.: Машиностроение, 1983. – 212 с.
11. Шолле, Ф. Глубокое обучение на Python / Ф. Шолле. – СПб.: Питер, 2018. – 400 с.

А. С. Руденков, А. С. Побияха
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

МЕТОДИКА ПОВЫШЕНИЯ ТЕРМОСТОЙКОСТИ ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДА

Введение

В настоящее время существует большое число приемов и методов синтеза износостойких покрытий на основе углерода, которые, отличаясь своей структурой и составом, могут удовлетворить потребности многих отраслей промышленности [1]. Одним из наиболее существенных недостатков углеродных покрытий является низкая термостойкость. Дело в том, что при температурах свыше 350°C происходят интенсивные фазовые трансформации типа $sp^3 \rightarrow sp^2$, что приводит к снижению механических характеристик углеродных покрытий, а значит, ограничивает их сферы применения.

Известно [2], что карбид кремния обладает высокой термостойкостью (например, свойства карбидокремниевой керамики остаются неизменными при нагреве до температуры свыше 1400°C). Кроме того, необходимо отметить, что в последнее время в качестве жаростойких конструкционных материалов вместо специальных жаропрочных сплавов все больше находят применение соединения Si_3N_4 и SiC . Одним из наиболее перспективных технологических приемов увеличения термостойкости твердых износостойких покрытий на основе углерода, по нашему мнению, является легирование тугоплавкими металлами (W, Ta, Mo и др.) [3–6].

Целью настоящей работы является обобщение существующих данных о модифицировании свойств углеродных покрытий путем их одновременного легирования кремнием и карбидообразующими металлами и разработка на их основе эффективной методики формирования композиционных кремний-металл-углеродных покрытий.

1. Влияние металлов и кремния на механические свойства и термостойкость углеродных покрытий

Легирование кремнием способствует увеличению термостойкости углеродных покрытий до $600\text{--}700^{\circ}\text{C}$, в то время как легирование тугоплавкими металлами до $400\text{--}500^{\circ}\text{C}$ [7–12]. Однако, исходя из полученных при выполнении данного проекта результатов, механические

свойства кремний-углеродных покрытий несколько хуже, чем свойства металл-углеродных покрытий [13], а именно: более низкая твердость, абразивное воздействие покрытия на поверхность контртела в процессе трения.

В W-C покрытиях, сформированных при помощи гибридной системы, состоящей из магнетрона и дугового испарителя, с ростом концентрации W наблюдается увеличением твердости с 17 ГПа до 19 ГПа, соотношения I_D/I_G – с 1,3 до 2,5 [7].

При вакуумном отжиге Ti-C наблюдается увеличение соотношения I_D/I_G , вызванное интенсивным образованием нанокристаллических структур [12]. Кроме того, авторами установлено, что при увеличении температуры до 400 °С наблюдается рост твердости, однако, при дальнейшем увеличении температуры отжига твердость таких покрытий снижается.

Однако, наибольшим потенциалом, с точки зрения повышения термостойкости углеродных покрытий, обладают технологические приемы, подразумевающие формирование в процессе синтеза интерметаллических соединений. Так, авторами [14] изучено влияние концентрации компонентов CrSiC покрытия на его структуру и механические свойства (микротвердость 13,8 ГПа, коэффициент трения 0,24). В [15] приведен сравнительный анализ CrSiCN, CrBCN CrSiBCN покрытий, сформированных методом магнетронного распыления. Показано, что микротвердость и модуль Юнга CrSiCN покрытий (15,4 ГПа и 241 ГПа) выше, а коэффициент трения ниже в 1,8 раза, чем у CrBCN и CrSiBCN. В [16] показано, что в CrSiCN покрытиях оптимальная концентрации кремния составляет порядка 5 ат. % и обеспечивает твердость до 28 ГПа, в противном случае твердость уменьшается в 1,6–1,8 раза.

2. Экспериментальная методика формирования и механические свойства покрытий на основе углерода и кремния

Основываясь на проведенном литературном обзоре, нами разработана экспериментальная методика формирования кремний-металл-углеродных покрытий путем ионного распыления мишени на основе карбида кремния с металлическими вставками (Cr, Mo) при следующих технологических параметрах: ускоряющее напряжение $U_{\text{уск}} = 3800 \text{ В}$; $I_{\text{мишени}} = 125 \text{ мА}$; $P = 9 \times 10^{-2} \text{ Па}$.

Преимуществом такого метода, перед рассмотренными выше, является то, что концентрация кремния и углерода в покрытии может плавно варьироваться путем изменения мощности ионного источника,

а концентрация металла в покрытии пропорционально соотношения площади металлических вставок в зоне эрозии.

Полученные экспериментальные образцы кремний-металл (Mo)-углеродных покрытий, сформированные путем ионно-лучевого распыления композиционной мишени на основе карбида кремния, характеризуются высокой термостойкостью (до 700°C). При взаимодействии в паре трения, такие покрытия характеризуются достаточно высоким коэффициентом изнашивания контртела (до $396 \times 10^{-17} \text{ м}^3/(\text{Н} \cdot \text{м})$), что по всей видимости обусловлено наличием твердых фаз внедрения на основе карбида кремния. Рекомендуется такие покрытия использовать для упрочнения поверхности металлообрабатывающего инструмента, а также поверхности пресс-форм, работающих при повышенной температуре, например узлов термопластавтоматов.

Заключение

Показано, что существенными перспективами, с точки зрения разработки технологических приемов, способствующих одновременному повышению термостойкости и механических свойств углеродных покрытий, обладают исследования, направленные на изучение физико-химических особенностей процесса осаждения и свойств углеродных покрытий, легированных и кремнием, и металлом, а также содержащих интерметаллические соединения. Помимо улучшения термостойкости такой прием, за счет образования твердых фаз внедрения на основе карбида металлов, существенно улучшает механические свойства углеродных покрытий.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках НИР «Разработка реакционных ионно-плазменных методов формирования и параметризация покрытий на основе силицированного углерода и карбидообразующих металлов с высокими механическими свойствами и повышенной термостойкостью», комплексное задание 3.1.02 «Разработка устройств и процессов комбинированного электронно-ионного нанесения слоев и модифицирования поверхности для формирования функциональных покрытий» ГПНИ «Материаловедение, новые материалы и технологии», подпрограмма «Электромагнитные, пучково-плазменные и литейно-деформационные технологии обработки и создания материалов».

Литература

1. Donnet, C. Tribology of Diamond-like Carbon Films: Fundamentals and Applications / C. Donnet, A. Erdemir. – Springer Science & Business Media, 2007. – 680 pp.
2. Беляев, А. Е. Карбид кремния: технология, свойства, применение / А. Е. Беляев, Р. В. Конакова. – Харьков: ИСМА, 2010. – 532 с.
3. Influence of W content on microstructural, mechanical and tribological properties of sulfurized W-doped diamond-like carbon coatings / W. Yue [et al.] // Surface and Coatings Technology. – 2013. – Vol. 218. – P. 47–56.
4. Fryda, M. Nanometer indentation measurements on metal-containing amorphous hydrogenated carbon films (Me-C:H) / M. Fryda, K. Taube, C. P. Klages // Vacuum. – 1990. – Vol. 41. – P. 1290–1293.
5. Annealing effect on the structural, mechanical and electrical properties of titanium-doped diamond-like carbon films / Y. Lin [et al.] // Thin Solid Films. – 2009. – Vol. 518. – P. 1503–1507.
6. Structure and properties of Mo-containing diamond-like carbon films produced by ion source assisted cathodic arc ion-plating / L. L. Wang [et al.] // Applied Surface Science. – 2013. – Vol. 286. – P. 109–114.
7. Influence of W content on microstructural, mechanical and tribological properties of sulfurized W-doped diamond-like carbon coatings / W. Yue [et al.] // Surface and Coatings Technology. – 2013. – Vol. 218. – P. 47–56.
8. Structure and mechanical properties of W incorporated diamond-like carbon films prepared by a hybrid ion beam deposition technique / A.-Y. Wang [et al.] // Carbon. – 2006. – Vol. 44. – P. 1826–1832.
9. How can H content influence the tribological behaviour of W-containing DLC coatings / C. W. Moura [et al.] // Solid State Sciences. – 2009. – Vol. 11. – P. 1778–1782.
10. Evaristo, M. Tribological behavior of W-alloyed carbon-based coatings in dry and lubricated sliding contact / M. Evaristo, T. Polcar, A. Cavaleiro // Lubrication Science. – 2014. – Vol. 26. – P. 428–439.
11. Fryda, M. Nanometer indentation measurements on metal-containing amorphous hydrogenated carbon films (Me-C:H) / M. Fryda, K. Taube, C. P. Klages // Vacuum. – 1990. – Vol. 41. – P. 1290–1293.
12. Annealing effect on the structural, mechanical and electrical properties of titanium-doped diamond-like carbon films / Y. Lin [et al.] // Thin Solid Films. – 2009. – Vol. 518. – P. 150–1507.

13. Руденков, А. С. Влияние концентрации металла на фазовый состав, структуру и свойства углерод-металлических покрытий / А. С. Руденков // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – № 3(24). – С. 26–32.

14. Microstructure, mechanical and tribological properties of CrSiC coatings sliding against SiC and Al₂O₃ balls in water / L. Kwok-Yan Li [et al.] // Applied Surface Science. – 2016. – Vol. 368. – P. 129–139.

15. Mechanical and tribological evaluation of CrSiCN, CrBCN and CrSiBCN coatings / Q. Wang [et al.] // Tribology International. – 2019. – Vol. 130. – P. 146–154.

16. Structure and properties of CrSiCN coatings deposited by pulsed dc magnetron sputtering for wear and erosion protection / J. Lin [et al.] // Surface & Coatings Technology. – 2016. – Vol. 287. – P. 44–54.

А. С. Руденков, М. А. Ярмоленко

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ И МОЛЕКУЛЯРНАЯ СТРУКТУРА ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ МИКРОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ

Введение

В последние годы исследования, посвященные разработке технологических приемов и методов структурирования покрытий на основе углерода, введению в их состав углеродных наноструктур, характеризуются высокой актуальностью [1–3]. Использование методов лазерной, плазменных технологий значительно расширяет возможности по управлению структурой, а значит и свойствами наноразмерных покрытий, что и определяет их высокую перспективность при решении различных технических задач [3, 4].

Одним из перспективных технологических приемов структурирования углеродных слоев является предварительное формирование более мягкого наноразмерного подслоя на основе полимерных материалов. В результате последующего нанесения углеродных слоев с высоким содержанием sp³-гибридизированных атомов углерода вследствие различия коэффициентов теплопроводности, механических характеристик, процессов фазовой трансформации происходит наноструктурирование их поверхности.

Целью настоящей работы является изучение влияния выбора метода формирования наноразмерных слоев на основе микрокристаллической целлюлозы на их молекулярную структуру.

1. Методы формирования покрытий и анализа их молекулярной структуры

Покрытия были сформированы двумя методами – путем электронно-лучевого (рисунок 1, а) и лазерного диспергирования (рисунок 1, б) порошка микрокристаллической целлюлозы. Покрытия осаждались на кремниевые подложки и подложки хлорида натрия.



- 1 – вакуумная камера;
- 2 – электронно-лучевой источник;
- 3 – кварцевый измеритель толщины;
- 4 – подложка;
- 5 – мишень;
- 6 – электронный луч;
- 7 – ионизационный манометр

а

- 1 – лазер;
- 2 – лазерный луч;
- 3 – поворотное зеркало;
- 4 – фокусирующая линза;
- 5 – подложка;
- 6 – держатель подложки;
- 7 – тигель; 8 – нагрев;
- 9 – лазерный эрозионный факел;
- 10 – кварцевый измеритель толщины

б

Рисунок 1 – Схемы формирования покрытий на основе микрокристаллической целлюлозы: а – электронно-лучевое диспергирование, б – лазерное диспергирование

В случае, электронно-лучевого диспергирования, покрытия осаждались из активной газовой фазы, генерируемой воздействием на ми-

шень низкоэнергетического потока электронов с энергией 1000-1400 эВ и плотностью 0,02-0,04 А/см². Процесс осаждения покрытий производился при начальном давлении остаточных газов в вакуумной камере $\approx 2 \cdot 10^{-3}$ Па. Расстояние от электронной пушки до мишени составляло 130 мм, а от мишени до подложки – 180 мм.

При нанесении покрытий методом лазерного диспергирования, мишень подвергалась воздействию наносекундного лазерного излучения ($\lambda = 532$ нм), генерируемого лазером L-2137U+HG-5. Длительность импульса накачки в режиме модулированной добротности составляла 6 нс. Энергия лазерного импульса – 400 мДж.

Исследование молекулярной структуры формируемых покрытий проводили на ИК-Фурье спектрофотометре Vertex-70 (Bruker). Сканирование осуществлялось в диапазоне 4000–300 см⁻¹ с разрешением 4 см⁻¹. В качестве внутреннего стандарта выступали спектры углеродородных покрытий по полосе δ (C–H) при 1465 см⁻¹.

2. Обсуждение результатов

ИК-спектроскопический анализ порошка микрокристаллической целлюлозы был проведен с использованием приставки многократного нарушенного полного внутреннего отражения (Multiple ATR (MATR)). В качестве кристалла был использован KRS-5 (угол 60°).

Анализ степени упорядоченности нанесенного покрытия был основан на определении значения индекса кристалличности (crystallinity index (TCI)). Индекс кристалличности определяли в соответствии с рекомендациями работ [5, 6] по соотношению значений оптических плотностей полос при 1427 и 896 см⁻¹ (D_{1427}/D_{896}) (рисунок 2). Следует отметить, что значения толщин рассматриваемых покрытий не позволяют использовать для определения кристалличности другие классические методы анализа, в частности рентгеноструктурный анализ (XRD).

Значения индекса кристалличности для порошка микрокристаллической целлюлозы и покрытия, сформированного потоком низкоэнергетических электронов, – 0,88 и 1,36 соответственно. Нанесенный слой характеризуется существенно более высокой упорядоченностью, чем исходный материал. Повышение кристалличности тонких органических покрытий наблюдается только при снижении молекулярной массы материала покрытия. Это обусловлено повышением адсорбционной подвижности фрагментов, образующих тонкий слой. Для покрытия, сформированного лазерным наносекундным излучением, рассчитанная величина индекса кристалличности равнялась 1,21, что

свидетельствует о менее высокой степени их структурной упорядоченности, чем в случае электронно-лучевого диспергирования.

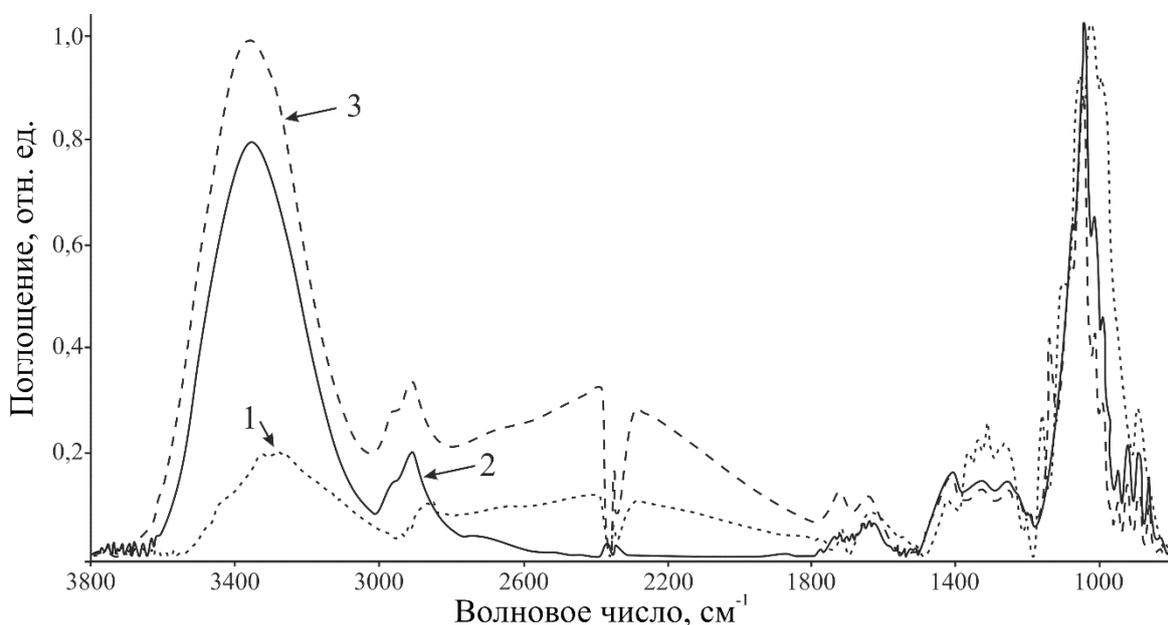


Рисунок 2 – ИК-спектры: 1 – порошка микрокристаллической целлюлозы, 2 – покрытия на основе целлюлозы, сформированного методом электронно-лучевого диспергирования, 3 – – покрытия на основе целлюлозы, сформированного методом лазерного диспергирования

Заключение

Показано, что покрытие на основе микрокристаллической целлюлозы, сформированное путем лазерного диспергирования, является менее упорядоченным в сравнении с покрытием, нанесенным потоком электронов. С одной стороны, это может являться следствием более высокой молекулярной массы летучих фрагментов, генерируемых оптическим излучением. С другой – высоким содержанием межмолекулярных сшивок. В качестве центров сшивок могут выступать углеродные кластеры, возникающие в результате термической деструкции молекул целлюлозы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках НИР «Разработка основ комбинированной технологии формирования планарно-структурированных углеродных покрытий из импульсной катодной углеродной плазмы и продуктов лазерного диспергирования полимерных материалов», комплексное 1.12 задание «Синтез нанокomпозиционных пленочных структур, формирование материалов с высо-

кими функциональными свойствами с использованием электронно-лучевых, ионных, лазерных методов обработки» ГПНИ «Фотоника и электроника для инновации», подпрограмма «Фотоника и ее применения».

Литература

1. Витязь, П. А. Наноматериаловедение: учеб. пособие для студентов вузов / П. А. Витязь, Н. А. Свидуневич, Д. В. Куис. – Минск: Вышэйшая школа, 2015. – 511 с.
2. Heimann, R. B. Carbon allotropes: a suggested classification scheme based on valence orbital hybridization / R. B. Heimann, S. E. Evsyukov, Y. Koga // Carbon. – 1997. – Vol. 35. – P. 1654–1658.
3. Fyler, D. Self-organised formation of nanotubes from graphene ribbons. A molecular dynamics study/ D. Fyler, I. Zsoldos, I. Lószly // Materials Research Express. – 2016. – Vol. 3. – P. 105044–105055.
4. Booker, R. Nanotechnology For Dummies / R. Booker, E. Boysen. – Wiley Publishing Inc, 2005. – 366 p.
5. Kruer-Zerhusen, N. Characterization of cellulose crystallinity after enzymatic treatment using Fourier transform infrared spectroscopy (FTIR) / N. Kruer-Zerhusen, B. Cantero-Tubilla, D. B. Wilson // Cellulose. – 2018. – Vol. 25. – P. 37–48.
6. Bikales, N. M. Cellulose and Cellulose Derivatives, Part IV /N. M. Bikales, L. Segal. – Wiley-Interscience, New York, 1971. – 505 pp.

Д. В. Слепенков

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

СОЗДАНИЕ ТРЁХПИКОВОГО ПОГЛОТИТЕЛЯ В ДИАПАЗОНЕ 9-13 ГГц

В ходе анализа научной литературы были изучены различные метаматериалы и метаповерхности, предназначенные для поглощения электромагнитного излучения [1–5]. Наиболее интересной с точки зрения рабочего диапазона оказалась структура трёхпикового поглотителя, предложенная учеными из университета Цзяннань, г. Уси, Китай [1].

Метаматериал представляет собой многослойную структуру, в которой чередуются слои, позволяющие точно настраивать полосу поглощения (рисунок 1).

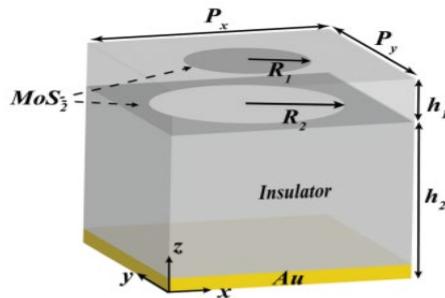


Рисунок 1 – Схематическое изображение трёхслойного поглотителя [1]

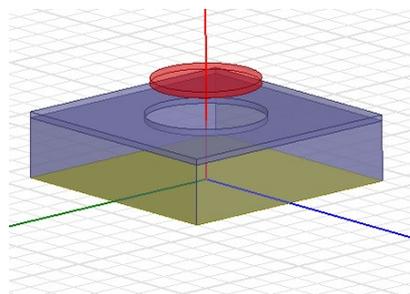


Рисунок 2 – Модель трёхслойного поглотителя в программе ANSYS HFSS

Настройка производится путём вариации величины радиуса диска R_1 , отверстия – R_2 и расстояний между ними h_1 , а также толщины изолятора h_2 . Важным элементом структуры является материал диска и отверстия. В ходе моделирования в программе ANSYS HFSS, в качестве материала диска и отверстия была выбрана медь, как наиболее доступный и дешёвый материал.

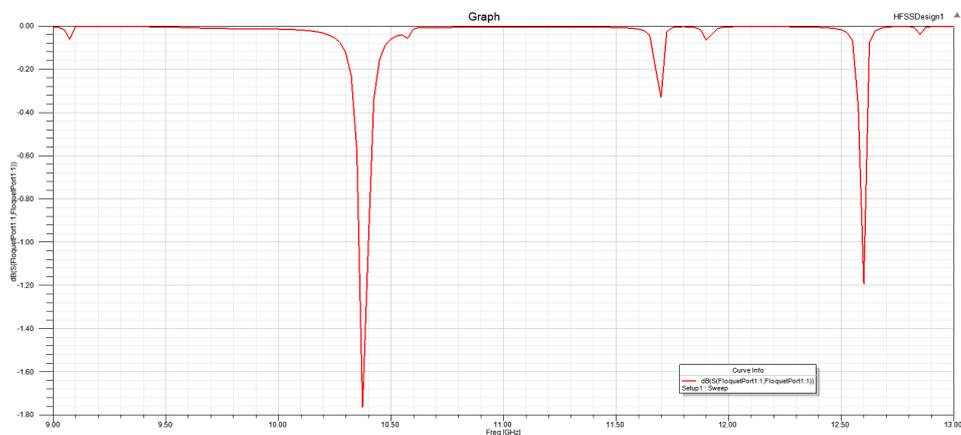


Рисунок 3 – График зависимости мощности от частоты излучения

Параметры элементов материала представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Численные параметры элементов метаматериалов

Элемент	Материал	Размер, мм
Отверстие	Медь	R=10
Диск	Медь	R= 9
Изолятор	Воздух	h=10

На рисунке 4 показана зависимость частоты от поглощения.

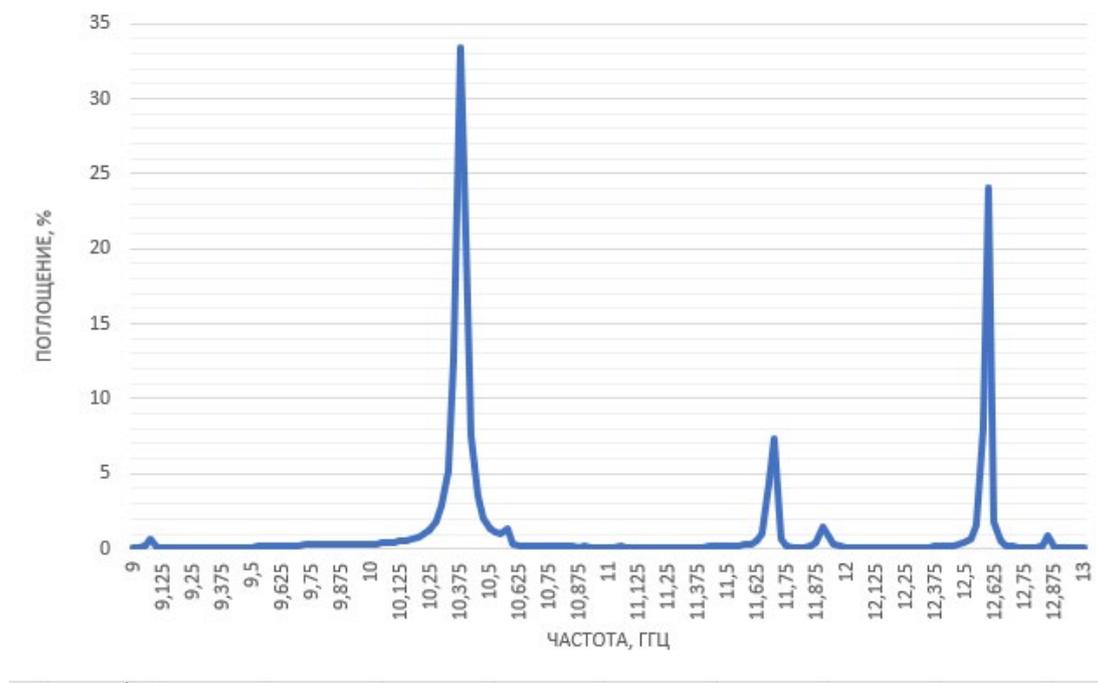


Рисунок 4 – Процентное соотношение поглощения от частоты излучения

Каждый из этих пиков представляет собой поглощение определенным элементом материала. Наиболее высокие пики соответствуют поглощению отверстием и диском. Третий пик является результатом поглощения слоем поглотителя и золотой, тонкой подложки.

Следует отметить необходимость проведения дальнейших исследований. Для проведения эксперимента в лаборатории «Физика волновых процессов» ГГУ имени Ф. Скорины (см. рисунок 5), необходимо подобрать параметры таким образом, чтобы максимумы поглощения находились в диапазоне 1–6 ГГц. Схема проведения эксперимента представлена на рисунке 6.



Рисунок 5 – Безэховая камера с блоком управления аппаратно-программного комплекса ЮСТ FarField с портативным компьютером, а также опорно-поворотное устройство с антенной П6-126

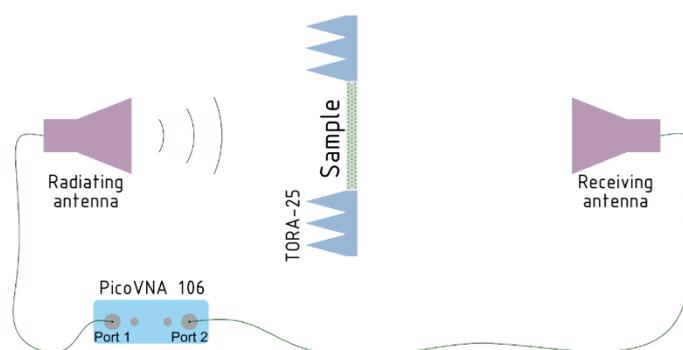


Рисунок 6 – Схема проведения экспериментальных исследований по измерению коэффициента поглощения излучения экспериментальным образцом метаповерхности при падении излучения по нормали к метаповерхности

Литература

1. Independent tunable multi-band absorbers based on molybdenum disulfide metasurfaces / J. Wang [et al.] // *Physical Chemistry Chemical Physics*. – 2019. – Т. 21, №. 43. – P. 24132–24138.
2. Two-dimensional optics with surface plasmon polaritons / H. Ditlbacher [et al.] // *Applied Physics Letters*. – 2002. – Т. 81, №. 10. – P. 1762–1764.
3. Independently tunable multi-band and ultra-wide-band absorbers based on multilayer metal-graphene metamaterials / Y. Liu [et al.] // *Opt. Express*. – 2019. – Vol. 27, № 5. – P. 7393–7404.

4. Perfect Narrowband Absorber Based on Patterned Graphene-Silica Multilayer Hyperbolic Metamaterials / Y. Feng [et al.] // Plasmonics. – 2020. – Vol. 15. – P. 1869–1874.

5. Inversion Method Characterization of Graphene-Based Coordination Absorbers Incorporating Periodically Patterned Metal Ring Metasurfaces / Z. Bao [et al.] // Nanomaterials. – 2020. – Vol. 10, № 1102. – P. 1–10.

А. Л. Уласевич, А. А. Кузьмук

Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси,
Минск, Беларусь

МОДЕЛИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ОТКЛИКА РЕЗОНАНСНОЙ ФОТОАКУСТИЧЕСКОЙ КАМЕРЫ ПРИ ЕЁ ВОЗБУЖДЕНИИ БЕССЕЛЬ-ГАУССОВЫМ ЛАЗЕРНЫМ ПУЧКОМ

Введение

Эффективность генерации акустических колебаний в резонаторе фотоакустической (ФА) камеры при поглощении лазерного излучения газовой примесью может быть повышена использованием бессель-гауссовых пучков (БГП), что в свою очередь может улучшить чувствительность ФА газового сенсора [1]. В данной работе представлены результаты расчета ФА отклика цилиндрических ФА камер различной геометрии, возбуждаемых световым пучком, формируемым аксиконической линзой (аксиконом).

1. Расчёт акустического отклика

Эффективностью возбуждения акустических волн зависит от взаимной пространственной конфигурации акустического мод резонатора и распределения интенсивности лазерного излучения. При расчете ФА отклика делаются следующие допущения: 1) камера заполнена однородной смесью газов, слабо поглощающие излучение, т.е. потери энергии в камере незначительны; 2) коэффициент поглощения газа не зависит от мощности излучения; 3) период модуляции лазерного излучения больше характерного времени релаксации молекул газа; 4) колебания температуры, давления и плотности газа малы по отношению к их равновесным значениям; 5) вязкость газа пренебрежимо мала.

Тогда ФА отклик S_{PA} в акустическом резонаторе определяется соотношением [2]:

$$S_{PA} = \sum_j A_j P_j, \quad (1)$$

где A_j – амплитуда j нормальной акустической моды P_j с собственной частотой ω_j . P_j является решением уравнений (2) с учетом соответствующих граничного условия $\nabla_{\perp} P_j = 0$:

$$c \left(\Delta + \frac{\omega_j^2}{c^2} \right) P_j = 0; \quad \frac{1}{V} \int P_i^* P_j dV = \delta_{ij}, \quad (2)$$

где c – скорость звука в среде, V – объем, в котором существуют акустические колебания. При модуляции лазерного излучения на частоте ω_j амплитуда A_j будет [2]

$$A_j(\omega_j) = \frac{\alpha_0 J_0 Q_j}{\omega_j} \frac{\gamma - 1}{\int |P_j|^2 dV} \int P_j^* I dV, \quad (3)$$

где Q_j – добротность резонатора для j -той акустической моды, γ – показатель адиабаты газа, J_0 – интегральная мощность излучения, α_0 – коэффициент поглощения среды на частоте генерации лазера, I – нормированное распределение интенсивности излучения.

Распространение лазерного излучения, в том числе преломление на аксиконе, описывается волновым уравнением (5) для вектора напряженности электрического поля E с соответствующими граничными условиями. Предполагается, что амплитуда поля E_1 медленно изменяется в масштабе длины волны λ :

$$E = E_1 \exp(-i\varphi), \quad (4)$$

$$(\nabla - ik_1) \times ((\nabla - ik) \times E_1) - k^2 E_1 = 0, \quad (5)$$

$$k_1 = \nabla \varphi, \quad k = 2\pi / \lambda, \quad I = E_1^2, \quad (6)$$

где k_1 – волновой вектор, k – волновое число. На плоском основании аксикона граничные условия задают исходный гауссов световой пучок радиусом r , из которого аксикон формирует БГП. Цилиндриче-

ская ФА камера расположена непосредственно за аксиконом, оси симметрии аксикона и камеры совпадают (H и R – длина и радиус резонатора ФА камеры; α – угол при основании аксикона).

Совместное решение уравнений (2) и (5) дает значение A_j и P_j . Согласно (1) и (3) S_{PA} будет максимальным при модуляции излучения на частоте ω_l первой радиальной моды P_l . При этом акустический датчик, регистрирующий величину S_{PA} , должен располагаться вблизи боковой стенки цилиндра (где находится экстремум радиальной моды).

2. Результаты моделирования ФА отклика

Особый интерес для применения БГП представляют малоразмерные ФА камеры объемом до нескольких мм^3 [1]. На рисунках 1 и 2 представлены результаты численного расчета зависимости отклика S_{PA} от R и H при фиксированном J_0 (мощность БГП отсчитывается после аксикона для исключения влияния отражений на поверхностях аксикона).

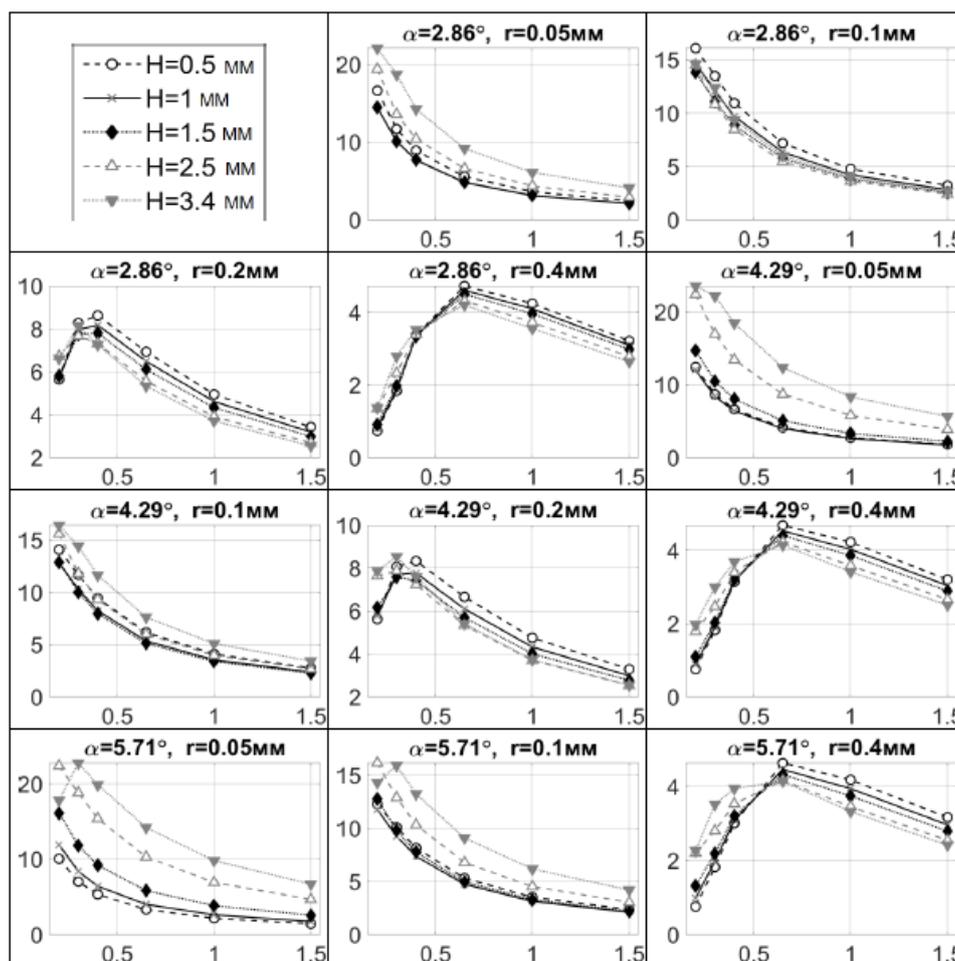


Рисунок 1 – Зависимости S_{PA} от R (мм) при фиксированных значениях H

Значения R и H приведены в мм. Показатель преломления материала аксикона принимался равным 1,5; $\lambda = 1,5 \mu\text{м}$ для воздуха. Видно, что не существует такого однозначного соотношения размеров резонатора R и H, при которых ФА отклик S_{PA} максимален – оптимальные размеры ФА камеры зависят и от угла аксикона α , и от радиус исходного пучка r.

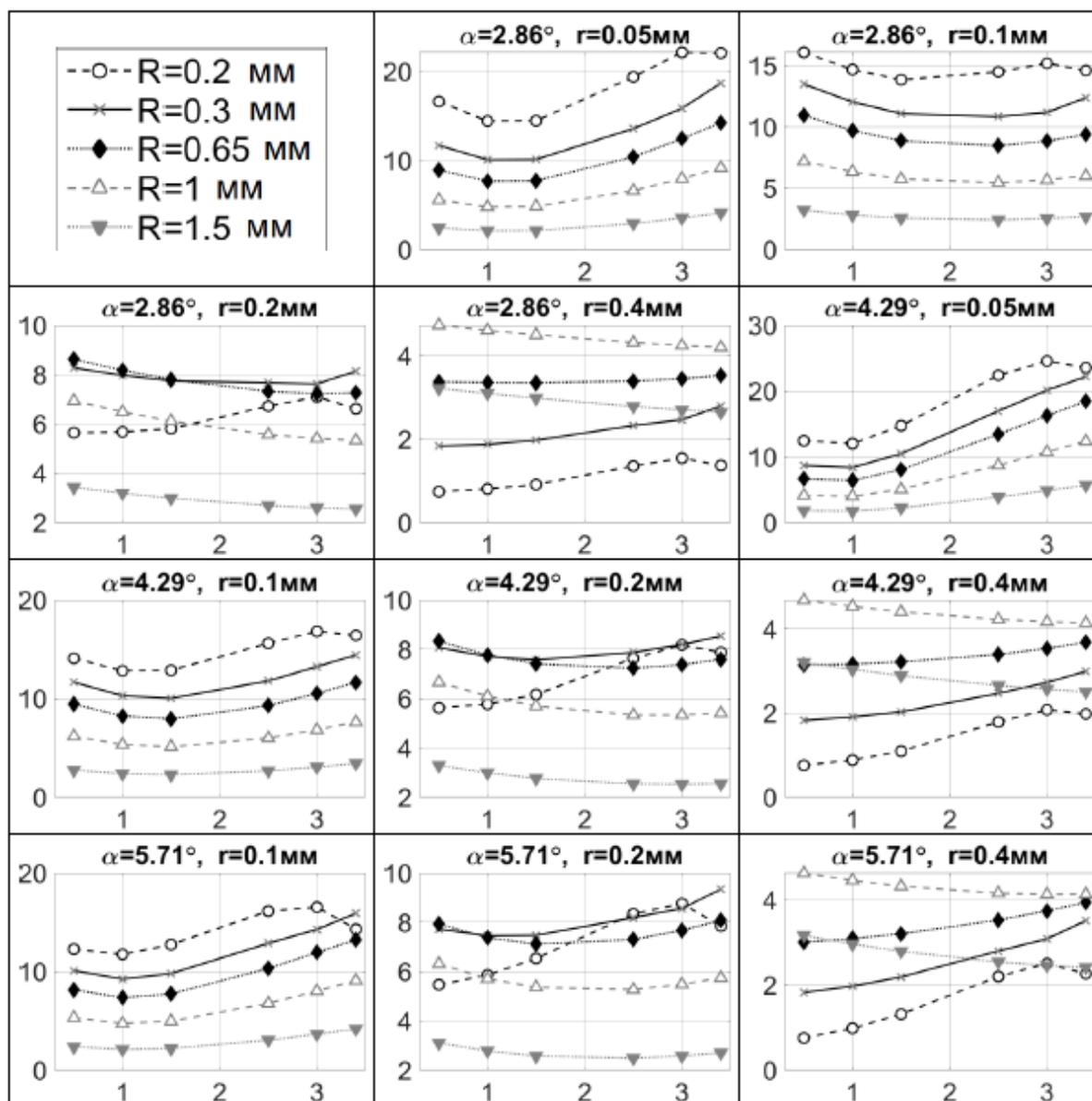


Рисунок 2 – Зависимости S_{PA} от H (мм) при фиксированных значениях R

Заключение

В данной работе приводятся результаты расчёта акустического отклика цилиндрической фотоакустической камеры, при прохождении

через неё бессель-гауссова светового пучка. Данный пучок получается при помощи аксикона и модулируется на частоте первой радиальной моды резонатора камеры. Установлены соотношения между параметрами геометрии акустического резонатора, углом конусности аксикона и радиусом лазерного пучка, при которых полезный фотоакустический отклик максимален.

Литература

1. Уласевич, А. Л. Диагностика аммиака в воздухе при помощи миниатюрных резонансных оптико-акустических камер / А. Л. Уласевич, А. А. Кузьмук, Н. С. Казак // Неразрушающий контроль и диагностика. – 2015. – № 2. – С. 17–23.

2. Morse, P. M. Theoretical Acoustics / P. M. Morse, K. U. Ingard. – New-York: McGraw-Hill, 1968. – 928 pp.

**С. А. Хахомов, В. Е. Гайшун, А. В. Семченко, В. В. Сидский,
Н. А. Алешкевич, А. А. Маевский**

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ФОРМИРОВАНИЕ ЗОЛЬ-ГЕЛЬ МЕТОДОМ И ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ, ОБЛАДАЮЩИХ ЭЛЕКТРОКАЛОРИЧЕСКИМ ЭФФЕКТОМ

Введение

Проблема охлаждения и термостатирования устройств и компонентов микро- и наноэлектроники является одной из актуальнейших в современной электронике. Устройства, основанные на классических методах охлаждения и термостатирования (парокомпрессионные и термоэлектрические тепловые насосы), уже не отвечают современным требованиям по таким параметрам как массогабаритные характеристики, потребляемая мощность, удельная холодопроизводительность, возможность интеграции в микроэлектронные устройства с плотной компоновкой компонентов. Во всем мире проводятся исследования по поиску новых методов охлаждения. Одними из перспективных являются возможности использования калорических эффектов в твердых телах: электрокалорического, магнитокалорического, эластокалори-

ческого эффектов и их совокупности, так называемый мультикалорический эффект. Наиболее известны холодильные машины, основанные на магнитокалорическом эффекте, но в связи с трудностью генерации переменного магнитного поля большой величины и дороговизной эффективных магнитокалорических материалов на основе редкоземельных элементов, данные методы охлаждения не нашли широкого распространения. Наиболее пригодными для использования в микроэлектронике считаются методы охлаждения на основе электрокалорического и эластокалорического эффектов по причине простоты реализации и дешевизны перспективных микроохладителей и преобразователей тепловой энергии на их основе. Подобные теплопреобразователи можно реализовать на основе тонкопленочных емкостных композитных структур. Поиск новых калорических материалов, отработка технологии, разработка способов реализации микроохладителей на основе емкостных сегнетоэлектрических структур является актуальной задачей.

1. Состав золь и методика получения тонкопленочных сегнетоэлектрических материалов

Для решения задачи синтеза сегнетокерамического наноструктурированного материала предлагается использовать золь-гель метод [1]. Этот метод в последние годы активно применяется для получения наноматериалов и имеет следующие преимущества: простота используемого оборудования, экономичность, экологичность, гибкость технологии, практически полное отсутствие вредного воздействия на человека и окружающую среду, обладает низкой стоимостью технологического процесса и хорошо совместим с классической технологией получения большинства сегнетоэлектрических материалов, широко используемых в современных электронных устройствах.

Пленкообразующий раствор $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$ приготавливали с использованием ацетата бария ($Ba(CH_3CO_2)_2$), ацетата стронция ($Sr(CH_3CO_2)_2$) и изопророксида титана (IV) ($Ti((CH_3)_2CHO)_4$). В качестве растворителей применялась уксусная кислота (CH_3COOH) и 2-метоксиэтанол ($C_3H_8O_2$). В уксусной кислоте растворяли требуемое количество ацетата бария и ацетата стронция, перемешивали до получения прозрачного раствора и кипятили на нагревательной плитке. Затем растворяли изопророксид титана (IV) в 2-метоксиэтаноле при комнатной температуре и перемешивали в течение часа. В полученный раствор по каплям добавляли раствор солей бария и стронция. Полученный объединенный раствор перемешивали, кипятили и филь-

тровали через фильтр из микрофибры. В результате получали прозрачный желтоватый раствор. Схематично процесс приготовления представлен на рисунке 1.

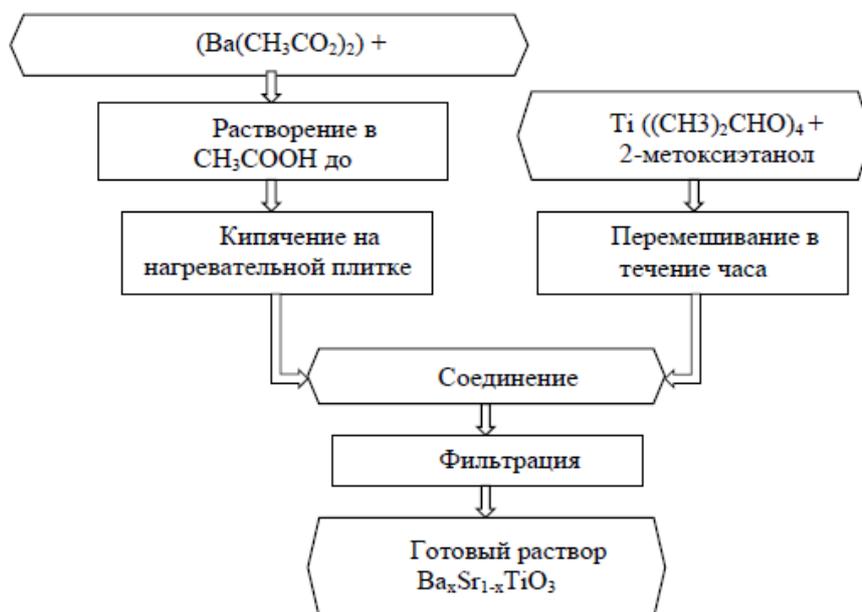


Рисунок 1 – Схема получения пленкообразующего раствора $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$

Всего было приготовлено 4 пленкообразующих раствора $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$, где $x = 0,2, 0,3, 0,4$ и $0,5$.

Полученные растворы наносили методом центрифугирования на поверхность пластин монокристаллического кремния с платиновым подслоем. После нанесения каждого слоя выполнялся отжиг в муфельной печи в атмосфере воздуха при $800^\circ C$ в течение 1 часа. В результате были получены многослойные покрытия, состоящие из 4-х слоев $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$, где $x = 0,2, 0,3, 0,4$ и $0,5$.

Затем золь наносили методом центрифугирования на пластину, вращавшуюся со скоростью 500 об/мин, затем для равномерного распределения золя по поверхности под действием центробежных сил скорость вращения пластины увеличивали до 700 и 900 об/мин. Для испарения растворителя и усиления поликонденсационных процессов, образования пространственной структуры перовскита с последующим уплотнением применяли отжиг в атмосфере кислорода при температуре $450\text{--}550^\circ C$ в течение 30 мин и при температуре $600^\circ C$ в течение 30 мин. В качестве подложки использовали монокристаллический кремний с платиновым слоем. Стадии нанесения, сушки и пиролиза повторяли до достижения желаемой толщины.

2. Исследование электрофизических свойств полученных золь-гель методом тонкопленочных сегнетоэлектриков

Петли гистерезиса для однородных пленок BST имеют стандартный вид (рисунок 2). Вид петель гистерезиса свидетельствуют об однородности синтезированных материалов, отличие петель гистерезиса для образцов с различной конфигурацией состава ($x = 0,2, 0,3, 0,4$ и $0,5$.) является существенным. Сдвига петель гистерезиса в исследуемых материалах обнаружено не было.

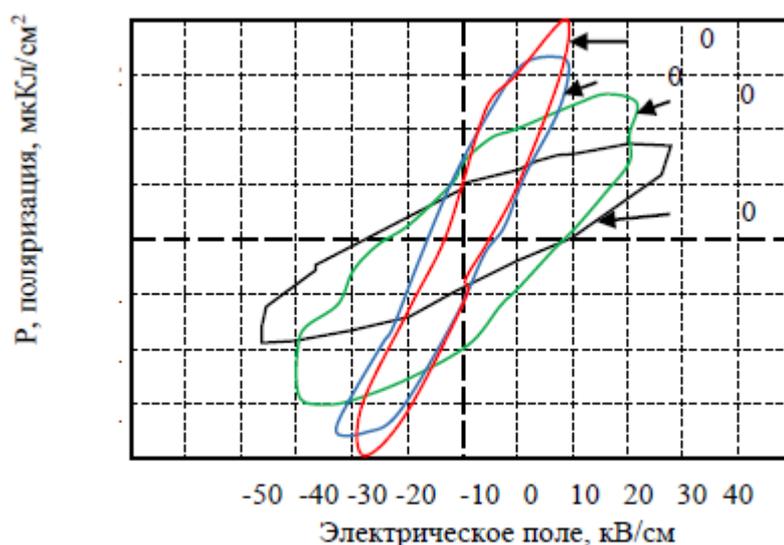


Рисунок 2 – Сегнетоэлектрические свойства $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$, -плёнок, полученных золь-гель методом, с различными составами ($x = 0,2, 0,3, 0,4$ и $0,5$)

Согласно рисунку 2, значения насыщения поляризации P тонких пленок BST с уменьшением содержания Sr увеличиваются с 13 до 28 мкКл/см².

Измерения электрокалорического эффекта были проведены в ИТМО (С.-Петербург, РФ). Величина калорического эффекта составляет 0,15-0,2 К для пленок состава $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$ ($x=0,5$) при толщине пленки 0,45 мкм и приложенном напряжении 25 В.

Для синтезированных пленок BST температура Кюри составляет -180–200⁰С, вследствие чего, а также из-за малой теплоемкости тонкого слоя анализ калорического эффекта в этом случае представлял проблему. Поэтому в дальнейшем будут синтезированы многослойные тонкие пленки из слоев различного состава, преимуществом которых также будет являться сокращенное время релаксации.

На рисунке 3 показаны зависимости ёмкости сегнетоэлектрической пленки BST от частоты при различных концентрациях x бария/стронция.

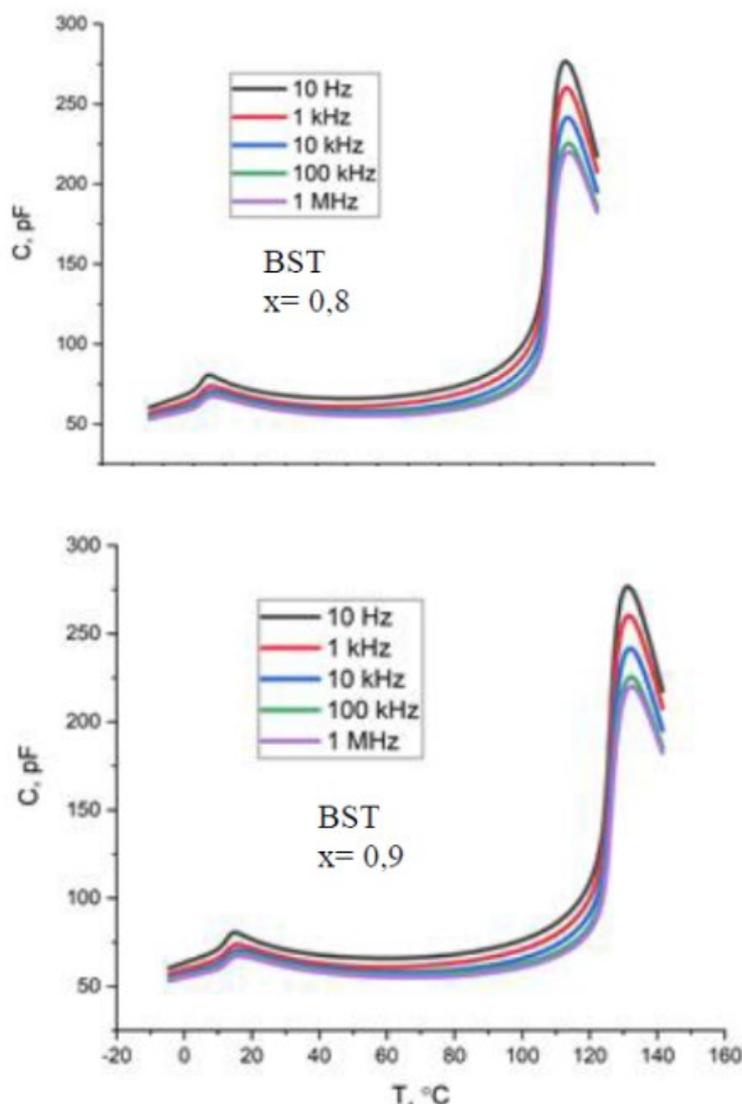


Рисунок 3 – Зависимость ёмкости сегнетоэлектрической пленки BST от частоты при различных концентрациях x бария/стронция: $x=0,8$ и $x=0,9$

С увеличением частоты до 1 МГц наблюдается уменьшение ёмкости, далее она оставалась практически постоянной. На низких частотах электронные, ионные, дипольная и межфазная/поверхностная поляризация вносят вклад в общее значение диэлектрической проницаемости, но для частот выше 1 МГц вклад этих видов поляризации минимален. В тонких плёнках BST при увеличении концентрации бария до $x=0,9$ температура Кюри сдвигается до 135°C , тогда как при содержании бария $x=0,8$ $T_{\text{к}}$ составляла порядка 70°C .

На рисунке 4 приведены исследования зависимости ёмкости сегнетоэлектрической пленки BST от частоты для образца $x=0,8$. Максимальная ёмкость наблюдалась при температуре 58°C (870 пФ). Характер кривой свидетельствует о наличии электрокалорического эффекта.

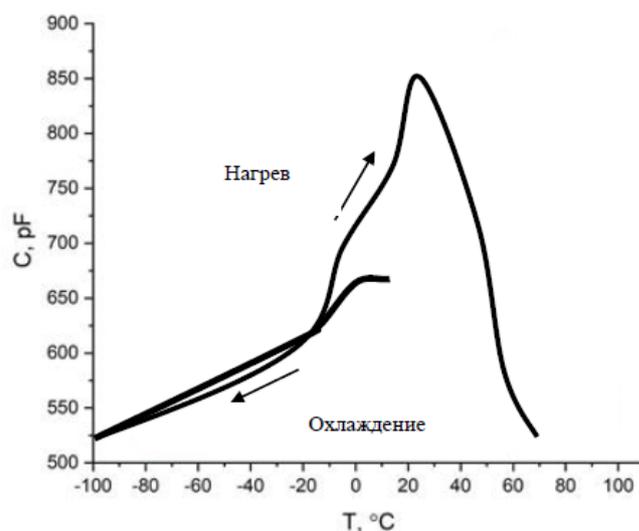


Рисунок 4 – Температурная зависимость ёмкости плёнок (BST 0,8) при частоте 1 МГц

Заключение

Проведены исследование влияния исходного состава золя на характеристики тонкоплёночных сегнетоэлектриков, синтезированных золь-гель методом. Золь-гель метод был использован для синтеза тонких плёнок $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$ с различные соотношения Ba и Sr ($x = 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1$). Температура Кюри уменьшается с ростом концентрации Sr^{+} и составляет 70°C для $\text{Ba}_{0,8}\text{Sr}_{0,2}\text{TiO}_3$ и 135°C для $\text{Ba}_{0,9}\text{Sr}_{0,1}\text{TiO}_3$.

Определено влияние условий синтеза на электрофизические, теплофизические, электрокалорические характеристики сегнетоэлектриков, синтезированных золь-гель методом.

Величина калорического эффекта составляет $0,15\text{--}0,2$ К для плёнок состава $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$ ($x=0,5$) при толщине пленки $0,45$ мкм и приложенном напряжении 25 В.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант №Т20Р-359), гранта программы HORIZON2020 № 778070 (TransFerr).

Литература

1. Natheer, B. M. Preparation and Characterization of Ferroelectric Compound Like $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$ / B. M. Natheer // PHD Thesis, Al-Nahrain University- IRAQ. – 2012. – P.127.
2. Microwave hydrothermal synthesis of barium titanate powders / L. Guo, H. Luo, J. Gao; J. Yang // Materials. – 2006. – Lett.60:3011–3014.
3. Bain, K. Ferroelectrics and Applications / K. Bain, L. Prem, P. Chand // Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Boschstr. – 2017. – Vol. 12. – P. 69469.
4. Ashim, K. Bain Ferroelectrics principle and Applications / K. Bain Ashim, C. Prem // First Edit. British Library Cataloguing-in-Publication available from the British Library. Bibliographic. – 2017. – P.312.
5. Effect of Different Strontium Content on Dielectric Properties of Barium Strontium Titanate Ceramic / G. S. Kathait [et al.] // IJLTEMAS. – 2017. – Vol. VI, № 6. – P. 75–79.
6. Uchino, K. Ferroelectric Devices / K. Uchino // Second Eid. Broken Sound Parkway NW, Suite 300: CRC Press is an imprint of Taylor & Francis Group, an Informa business. – 2010. – P.367.
7. Handbook of dielectric, piezoelectric and ferroelectric materials Synthesis, properties and applications / J. D. La Fuente [et al.] // Boca Raton Boston New York Washington, Dc Woodhead Publishing Limited. – 2014. – Vol. 25, № 9.

С. Ю. Чепкасов¹, А. С. Золкин¹, Д. Г. Пилипцов²

¹Новосибирский государственный университет,
Новосибирск, Россия

²УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ВЛИЯНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ПЛАЗМЕННОГО ПОТОКА НА СТРУКТУРУ И СВОЙСТВА ТА-С ПОКРЫТИЙ

Введение

Покрытия на основе аморфного углерода широко применяются в различных областях машиностроения, электроники и оптики [1, 2]. В потоке углерода, присутствуют макрочастицы микронного размера, представляющие собой агломераты микрочастиц графита, а также заряженные атомные частицы и заметное количество частиц материала катода в виде

нейтральных и заряженных нанокластеров и капельных образований, имеющие поперечные размеры до нескольких микрон и возникающие за счет эрозии катода при распылении его импульсным дуговым разрядом, что существенно снижает эксплуатационные свойства осаждаемых покрытий. Размеры макрочастиц графита определяются пространственно-временными и энергетическими параметрами распыления и характеризуются размерами от сотен до нескольких микрометров, что формирует объёмные дефекты, снижающие качество покрытия. С целью управления отношением капельной/ионной компонент в потоке импульсной углеродной плазмы применяют различные технологические приемы и устройства позволяющие осуществить фильтрацию потоков, за счет различного влияния внешних электрических или магнитных полей на заряженную (ионную) и нейтральную (капельную) компоненты потока [3].

Целью данной работы является установление особенности формирования структуры и свойств та-С покрытий, осажденных при одинаковых параметрах импульсного разряда с фильтрацией плазменного потока и без.

1. Методика получения и исследования

Для осаждения покрытий та-С использовался импульсный вакуумно-дуговой метод. Осаждение покрытий проводили при остаточном давлении $5,7 \times 10^{-3}$ Па. Покрытия осаждали на полированные подложки, изготовленные из монокристалла кремния с ориентацией (111), находящиеся при температуре 23°C. Осаждение покрытий проходило при начальном напряжении импульсного дугового разряда 300 В, частоте следования импульсов разряда 5 Гц и количестве импульсов 1000. Были осажжены углеродные покрытия как с использованием электромагнитного фильтра, выполненного в виде криволинейного соленоида с углом поворота плазменного потока на 90 градусов, так и без него.

Состав химических связей в покрытии исследовался методом рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии с использованием РНИ Quanta (Japan). Спектры были откалиброваны с использованием C1s линии расположенной при энергии связи равной 284,6 эВ. Морфологию поверхности покрытий исследовали методами атомно-силовой микроскопии (SolverPro, NT-MDT) в полуконтактном режиме: размер поля сканирования составлял 2×2 мкм, скорость сканирования 1,0 мкм/с. Механические свойства изучали с использованием нанотвердомера «НаноСкан-4D» (Россия). Оптическое пропускание в диапазоне 200–1100 нм определяли на спектрофотометре Cary-50

(Varian). Оптическая ширина запрещенной зоны покрытий рассчитывалась по формуле Тауца [4]. Толщина и показатель преломления покрытий определялись методом лазерной эллипсометрии с помощью прибора LEF-752 при длине волны 632,8 нм, в режиме многоугловых измерений.

2. Полученные результаты и их анализ

Метод РФЭС дает информацию не только о типах связей между элементами различной природы, но и о типах связей углеродной компоненты покрытия, что широко применяется для анализа связей соответствующих различной гибридизации атомов углерода. Известно, что для Csp^2 и Csp^3 характерно наличие пиков с энергией вблизи 284 и 285 эВ, соответственно. Сравнивая отношения площадей пиков для sp^2 и sp^3 состояний углерода, можно рассчитать отношения атомов с состоянием sp^2 и sp^3 .

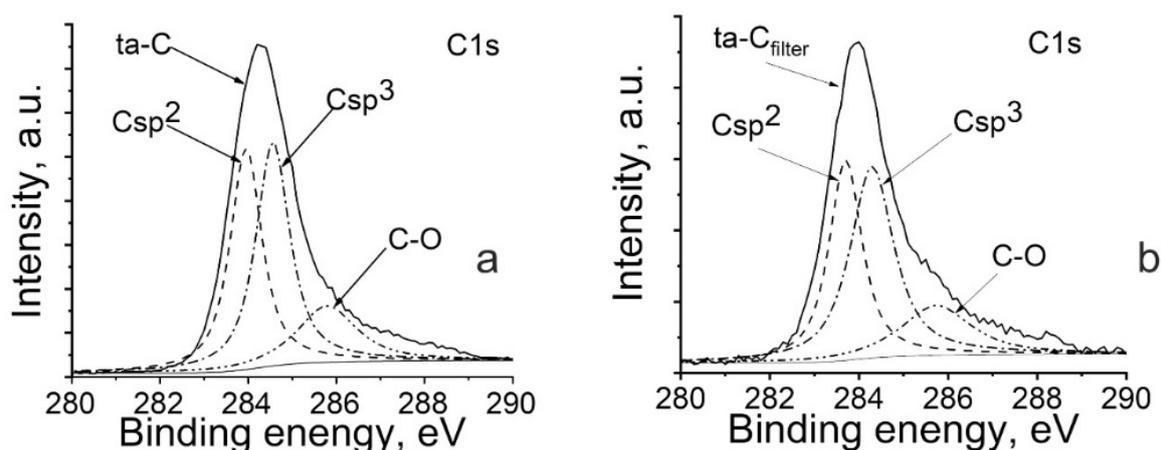


Рисунок 1 – Спектры РФЭС для $C1s$ состояния атомов углерода в $ta-C$ и $ta-C_{filter}$ покрытиях

На рисунке 1 и в таблице 1 приведены результаты анализа $C1s$ состояния атомов углерода в $ta-C$ и $ta-C_{filter}$ покрытиях. Как видно, в спектре присутствуют пики характерные для Csp^2 , Csp^3 и $C-O$ связей [5]. Из данных таблицы 1 можно сделать вывод, что осаждение покрытий из плазмы импульсного разряда в условиях фильтрации плазменного потока приводит к увеличению Csp^3 компоненты покрытия, что на наш взгляд связано с формированием более однородной структуры покрытия, а также, согласно данным АСМ и СЭМ, с отсутствием микрокапельной компоненты в покрытии, являющейся как правило осколками углеродного катода и характеризующейся структурой графита [6, 7].

Таблица 1 – Результаты математической обработки спектров РФЭС

Покрытие	Csp ² , эВ	Csp ³ , эВ	C–O, эВ	Csp ² /Csp ³ отношение
ta-C	283,9	284,6	285,8	0,92
ta-C _{filter}	283,7	284,3	285,7	0,79

Как видно из рисунка 2, морфология поверхности покрытий ta-C существенно отличается от морфологии покрытий ta-C_{filter}.

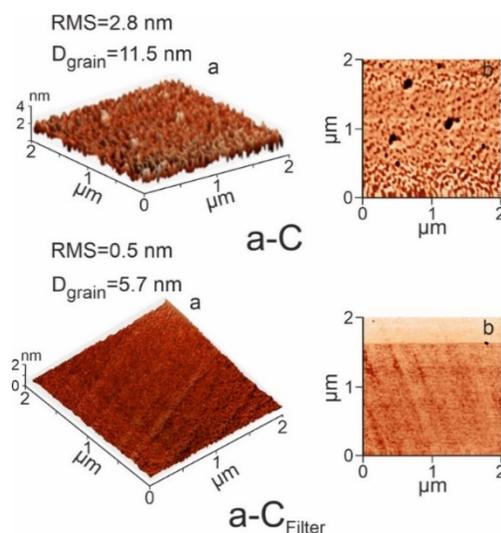


Рисунок 2 – АСМ изображение ta-C и ta-C_{filter} покрытия: а-топография, б-фаза

На снимках АСМ наблюдается формирование более гладкой поверхности и происходит значительное снижение шероховатости в 2 раза в сравнении с покрытиями, осажденными из потоков без фильтрации. Покрытие ta-C характеризуется поверхностной шероховатостью $RMS = 2,8$ нм, при этом на поверхности наблюдается большое количество мелкодисперсных включений глобулярной формы с размером зерна 11,5 нм. Осаждение покрытий из фильтрованного потока приводит к формированию покрытий с меньшим размером зерна ($D_{\text{зерна}}=5,7$ нм) в сравнении с потоками без фильтрации. Сравнивая данные фазового контраста (рисунок 2 б), можно заметить, что при использовании фильтрации фазовый состав поверхности более однородный и отсутствуют включения, характеризующиеся другим фазовым составом.

Таблица 2 – Параметры осажденных покрытий

Образец	d, nm	H, ГПа	E, ГПа	n	k	E _g , эВ
ta-C	90,8	19,2	178,5	2,66	0,031	2,18
ta-C _{filter}	46,8	22,3	210,8	2,70	0,152	2,39

Установлено, что показатель преломления изменяется незначительно, а значения коэффициента поглощения возросло до 0,152 для $\tan\alpha$ - C_{filter} покрытия. Увеличение k связано с ростом размера углеродного C_{sp^2} кластера, определяющего поглощение оптического излучения на данной длине волны. Использование фильтра при осаждении покрытий приводит не только к увеличению плотности ионов углерода, но и к увеличению количества активных частиц в плазме, образующихся в результате разрушения и вторичной ионизации части капельной компоненты ионами углерода [7]. Образованные в данном случае вторичные ионы углерода характеризуются более низкой энергией, что приводит к формированию преимущественно кластеров углерода в состоянии с sp^2 -гибридизированными связями, которые и увеличивают ее коэффициент поглощения. Увеличение показателя преломления для покрытий $\tan\alpha$ - C_{filter} определяется увеличением концентрации углеродных кластеров в состоянии с sp^3 -гибридизированными связями, что коррелирует с результатами определения твердости и E_g [7].

Заключение

Проведен сравнительный анализ структуры и свойств углеродных покрытий, осажденных с использованием импульсного катодно-дугового метода. Установлено увеличение твердости и модуля упругости покрытий. Оптические параметры (E_g , n , k) покрытий напрямую зависят от фазового состава покрытия, который контролируется соотношением sp^2/sp^3 .

Литература

1. Kano, M. Overview of DLC-coated engine components / M. Kano. // In: S. C. Cha, A. Erdemir (Eds.), Coating Technology for Vehicle Applications. Springer International Publishing Switzerland. – 2015. – P. 37–62.
2. High reflectance $\tan\alpha$ -C coatings in the extreme ultraviolet / J. I. Larruquert [et al.] // Opt. Express. – 2013. – Vol.21. №23. – P. 27537–27549.
3. Nakovirta, M. Techniques for filtering graphite macroparticles in the cathodic vacuum arc deposition of tetrahedral amorphous carbon films / M. Nakovirta, V.-M. Tiainen, P. Pekko // Diam. Relat. Mater. – 1999. – Vol. 8. – P. 1183–1192.
4. Tauc, J. Optical properties and electronic structure of amorphous germanium / J. Tauc, R. Grigorovici, A. Vancu // Phys. Status Solidi. – 1966. – Vol. 15. – P. 627–637.

5. Evolution of sp^2 bonding with deposition temperature in tetrahedral amorphous carbon studied by Raman spectroscopy / M. Chhowalla [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2000. – Vol. 76, №1. – P. 1419–1421.

6. Robertson, J. Diamond-like amorphous carbon /J. Robertson // Mater. Sci. Eng. R. – 2002. – Vol. 37. – P. 129–281.

7. Mitura, S. Manufacture of amorphous carbon layers by r.f. dense plasma CVD /S. Mitura, E. Mitura, A. Mitura // Diamond Relat. Mater. – 1995. – Vol. 4. – P. 302–304.

Е. А. Чудаков, В. Г. Кручков, А. Б. Сотский
УО «Могилевский государственный университет
имени А. А. Кулешова», Могилев, Беларусь

НУЛЕВОЕ ОТРАЖЕНИЕ СВЕТОВЫХ ВОЛН ОТ ПРИЗМЫ СВЯЗИ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ СЛОИСТОЙ СРЕДЫ

Введение

Одним из востребованных в химии и биологии типов оптических сенсоров параметров сред являются сенсоры с конфигурацией в виде призмного устройства возбуждения мод слоистых структур. Наиболее популярна конфигурация Кречмана, в которой слоистая диссипативная структура наносится на основание высокопреломляющей призмы связи. Структура контактирует с исследуемой средой. Данная среда влияет на моды структуры, резонансно возбуждаемые световым пучком через призму связи, и, как следствие, на отраженный от призмы пучок. Известно, что разрешающая способность рассматриваемых сенсоров возрастает по мере уменьшения интенсивности отраженного пучка. Но при стандартном условии слабой связи призмы связи с возбуждаемой модой данная интенсивность всегда имеет конечное значение. В настоящей работе рассмотрена возможность достижения нулевой отражательной способности призмы связи за счет отказа от указанного условия. Известно, что подобный режим отражения возможен в случае возбуждения диссипативных структур пленка-подложка [1]. Ниже показано, что он может иметь место и в более сложной конфигурации, когда на основание призмы связи нанесена слоистая структура низкопреломляющий диэлектрик-металл. Исследование выполнено с позиций оценки возможностей создания эффективных оптических сенсоров концентрации водорода в атмосфере.

1. Возбуждение в слоистой структуре незатухающей моды Ценнека

Рассматриваемая структура представлена на рисунке 1. В ней имеется неоднородный слой, занимающий область $-d < y < 0$, который рассматривается как последовательность n различных однородных слоев. Призма связи имеет диэлектрическую проницаемость ϵ_{n+2} . Ее боковые грани схематически изображены штриховыми линиями. Структура возбуждается плоской волной, падающей на нее под углом θ . Рассматриваются электромагнитные поля с зависимостью от времени и продольной координаты z вида $\exp(i\omega t - ik_0 \beta z)$, где $k_0 = 2\pi / \lambda$ – волновое число вакуума.

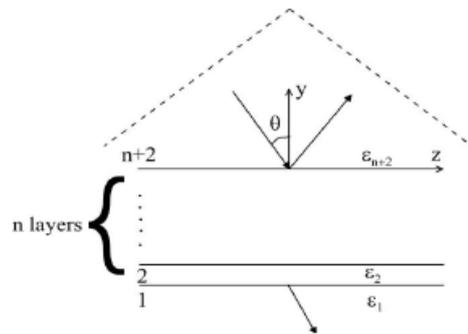


Рисунок 1 – Слоистая структура, возбуждаемая плоской волной

Волны ТМ поляризации в открытых областях структуры имеют вид

$$H_x = c \exp(ik_{y1}k_0 y) (y < -d), \quad H_x = a \exp(ik_{yn+2}k_0 y) + b \exp(-ik_{yn+2}k_0 y) (y > 0).$$

Здесь H_x – единственная отличная от нуля компонента магнитного поля, $k_{y1,n+2} = \sqrt{\epsilon_{1,n+2} - \beta^2}$ ($\text{Re} k_{y1,2} > 0$), $\beta = \sqrt{\epsilon_{n+2}} \sin \theta$, a, b, c – константы, которые имеют смысл амплитуд падающей из области $y > 0$, отраженной и прошедших волн, (рисунок 1), причем

$$b / a = r = (ik_{yn+2} H_{xn+2} - H'_{xn+2} \epsilon_{n+2}) (ik_{yn+2} H_{xn+2} + H'_{xn+2} \epsilon_{n+2})^{-1}, \quad (1)$$

где H_{xn+2} , H'_{xn+2} рассчитываются по известным рекуррентным формулам [2].

Условие $r = 0$ представляет собой дисперсионное уравнение относительно постоянных распространения мод слоистой структуры β [2]. В общем случае корни данного уравнения комплексны. Однако при определенных λ их мнимая часть может обратиться в нуль. Такие вещественные корни соответствуют бездиссипативным модам Ценнека, возбуждаемым в структуре при соответствующих углах падения θ [1] (в пределе при $d \rightarrow 0$ θ совпадает с углом Брюстера). В случае ТЕ волн с единственной отличной от нуля компонентой электрического поля E_x соотношение, аналогичное (1), имеет вид

$$b/a = r = (ik_{yn+2}E_{xn+2} - E'_{xn+2})(ik_{yn+2}E_{xn+2} + E'_{xn+2}).$$

Здесь также возможно выполнение условия $r = 0$, но это уравнение имеет иные, нежели в случае ТМ волн, комплексные корни β . В частности, равенство $\text{Im}\beta = 0$ может быть достигнуто только при $d \neq 0$.

2. Нулевое отражение в схеме призмного сенсора водорода

Выяснение условий нулевого отражения волн от призмы связи предполагает анализ расположения корней дисперсионных уравнений $r = 0$ для ТМ и ТЕ мод на комплексной плоскости. Он может быть выполнен методом контурного интегрирования [2]. В настоящей работе исследована схема призмного сенсора концентрации водорода в атмосфере. Она включает призму связи из ZrO_2 , на основании которой методом вакуумного напыления нанесена двухслойная структура $\text{SiO}_2\text{-Pd}$, ($n = 2$, рисунок 1), контактирующая с воздухом (слой 1). Активным элементом является пленка палладия, абсорбирующая водород из атмосферы и изменяющая при этом свои оптические характеристики [3]. Ее толщина Δy_2 выбрана равной 8 нм. Это значение обеспечивает реверсивную работу сенсора с миллисекундным временем релаксации [3]. При расчетах использованы известные из литературы дисперсионные таблицы для ZrO_2 и SiO_2 . Комплексный показатель преломления пленки палладия задавался с использованием полиномов, предложенных в [3].

На рисунке 2 приведены дисперсионные кривые ТМ и ТЕ мод структуры.

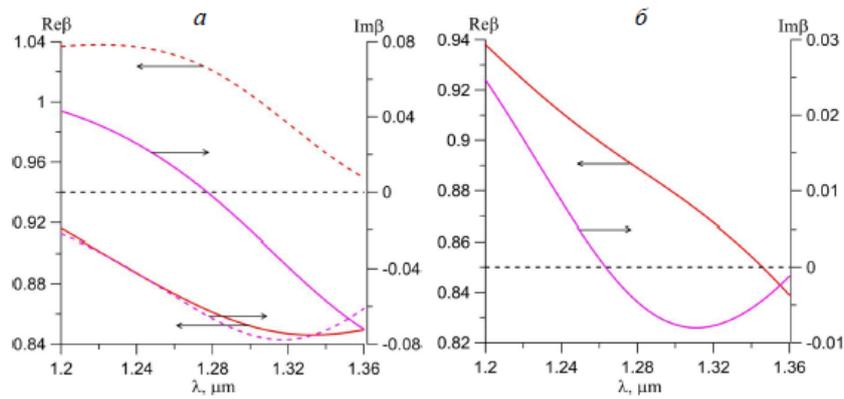


Рисунок 2 – Дисперсионные кривые ТМ (а, $\Delta y_3 = 1,05$ мкм) и ТЕ (б, $\Delta y_3 = 2$ мкм) мод призмного сенсора водорода при $C=0$. Штриховые кривые – плазмонная мода в стандартной схеме Кречмана ($\Delta y_3 = 0$, $\Delta y_2 = 60$ нм), горизонтальные штриховые прямые – нулевой уровень $\text{Im}\beta$

На рисунке 2 а условие нулевого отражения имеет место при $\lambda = 1,2774$ мкм, $\text{Re}\beta = 0,86273$ ($\theta = 24,05^\circ$), на рисунке 2 б – при $\lambda = 1,2633$ мкм, $\text{Re}\beta = 0,897658$ ($\theta = 25,09^\circ$). Для сравнения, условие $r = 0$ при возбуждении плазмонной моды в стандартной схеме Кречмана не достижимо (рисунок 2 а). Рисунок 3 иллюстрирует изменение спектра отражательной способности основания призмы связи $R(\lambda)$ при появлении в атмосфере водорода. Согласно нему, изменение концентрации водорода на 1% вызывает смещение минимума зависимости $R(\lambda)$ на $\Delta\lambda = 1,5$ нм и $\Delta\lambda = 4,1$ нм при использовании волн ТМ и ТЕ поляризации, соответственно. Для сравнения, при возбуждении плазмонной моды в стандартной схеме Кречмана такой сдвиг не значителен ($\Delta\lambda = -1$ нм).

Заключение

Эффект нулевого отражения излучения от призмы связи достижим при нанесении на ее основание диссипативной пленочной структуры и наблюдается при возбуждении в структуре бездиссипативных мод Ценнека ТМ, либо ТЕ поляризации. Эффект может быть использован для создания эффективных сенсоров водорода в атмосфере с чувствительным элементом в виде наноразмерной палладиевой пленки. В нем использование волн ТЕ поляризации предпочтительно.

Работа выполнена в рамках задания 1.15 ГПНИ «Фотоника и электроника для инноваций».

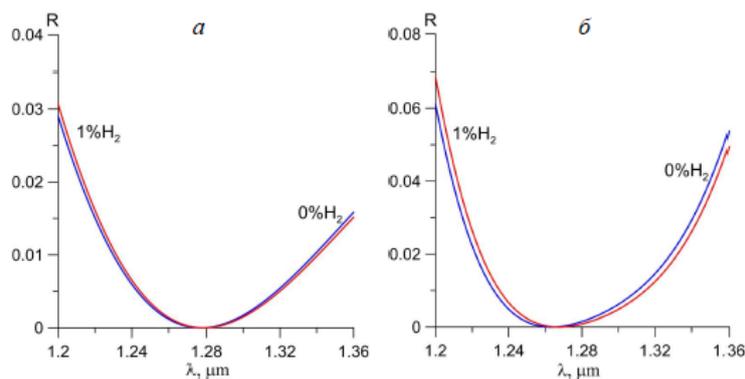


Рисунок 3 – Смещение спектра отражательной способности призмы связи при увеличении концентрации водорода в атмосфере на 1% при использовании волн ТМ (a , $\theta = 24,05^\circ$) и ТЕ (b , $\theta = 25,09^\circ$) поляризации

Литература

1. Чувствительность отражательных терагерцовых сенсоров водных растворов / А. Б. Сотский, М. М. Назаров, С. С. Михеев, Л. И. Сотская // ЖТФ. – 2021. – Т.29, №2. – С. 31–325.
2. Сотский, А. Б. Теория оптических волноводных элементов / А. Б. Сотский. – МГУ им. А. А. Кулешова, 2011. – 456 с.
3. Тейпер с палладиевым покрытием в фотонно-кристаллическом волокне как чувствительный элемент сенсора водорода / В. П. Минкович, А. Б. Сотский, А. В. Шилов, Л. И. Сотская // ЖПС – 2019. – Т.86, №1. – С. 128–135.

С. В. Шалупаев¹, Ю. В. Никитюк¹, А. А. Серeda¹, И. Ю. Аушев²

¹УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

²ГУО «Университет гражданской защиты Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь», Минск, Беларусь

КОМБИНИРОВАННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ РАЗДЕЛЕНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР ИЗ СТЕКЛА ПО КРИВОЛИНЕЙНЫМ ТРАЕКТОРИЯМ

Введение

В исследовании [1] предложено для разделения ламинированного стекла (триплекс) вместо механического нанесения поверхностного дефекта при помощи алмазного режущего инструмента использова-

ние лазерно-индуцированных трещин вдоль линии разделения, формируемых в процессе лазерного раскалывания.

Применение данного метода при резке по криволинейным траекториям сопряжено с рядом трудностей [2–3].

В работах [4–8] приведены исследования по получению несквозных каналов в хрупких неметаллических материалах, таких как силикатное и кварцевое стекло, полупроводниковые кристаллы, например, арсенид галлия посредством импульсного оптического пробоя поверхности микро-, пико- и фемтосекундными лазерами. При этом формируются каналы диаметром 100–500 мкм.

В работе [9] установлена возможность использования таких каналов для инициализации разделяющей трещины в процессе двулучевого управляемого лазерного раскалывания триплекса по прямолинейным траекториям.

Таким образом, представляется целесообразным моделирование процесса лазерного раскалывания многослойных неоднородных структур из стекла с использованием серии каналов, нанесенных вдоль контура обработки для инициализации разделяющей трещины и в качестве направляющих при ее развитии по криволинейным траекториям.

1. Постановка задачи

В соответствии с рисунком 1 вдоль линии обработки наносится серия сквозных отверстий 3, полученных посредством импульсного оптического пробоя поверхности микро-, пико- и фемтосекундными лазерами. Радиус отверстий выбран для моделирования 150, 225, 300 мкм, угловой сектор α между каналами 1,5, 3 и 4,5 градуса. Лазерный пучок 1 CO_2 -лазера и хладагент 2 круглого сечения движутся вдоль линии обработки. Плотность мощности поверхностного теплового источника $0,8 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$, поперечное сечение в виде круга радиусом 2 мм. Зона воздействия воздушно-водяной смеси диаметром 6 мм обеспечивает охлаждение поверхности стекла с коэффициентом теплоотдачи равным $6800 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ [10].

При этом пучок CO_2 -лазера и хладагент на поверхности обрабатываемой пластины располагаются непосредственно друг за другом на линии обработки.

В качестве образца для моделирования выбрана конструкция из двух пластин силикатного float-стекла толщиной 3 мм с PVB пленкой толщиной 0,38 мм, радиус траектории движения лазерного пучка и хладагента, а также линии, вдоль которой располагаются сквозные

каналы $R=4$ см. Свойства стекла и PVB пленки представлены в работах [11–13].

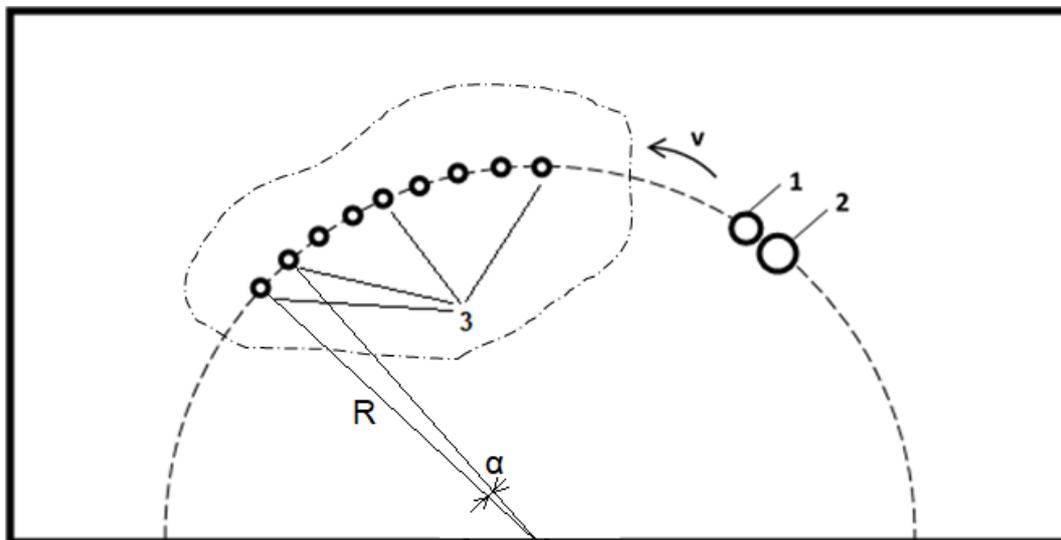


Рисунок 1 – Схема комбинированного лазерного термораскалывания по криволинейным траекториям

Скорость обработки материала v по схемам, представленным на рисунке 1, выбрана равной 10 мм/с.

2. Результаты моделирования

На рисунке 2 а представлено расчетное распределение термоупругих напряжений σ_R , на поверхности обрабатываемого материала в области воздействия лазерного пучка и хладагента в фиксированный момент времени при реализации двухлучевого лазерного раскалывания и при отсутствии сквозных каналов, нанесенных вдоль линии обработки. На рисунке 2 б показан расчетный график зависимости аналогичных напряжений вдоль линии обработки. Расчеты выполнены с использованием метода конечных элементов, реализованных в Ansys [14].

Полученное распределение характерно для процесса управляемого лазерного раскалывания. При этом максимум по величине напряжений 16,3 МПа смещен относительно линии воздействия CO_2 -лазера и хладагента (наблюдается характерная асимметрия в распределении напряжений вдоль линии обработки). Вследствие этого инициализация и развитие трещины происходит со смещением от линии обработки.

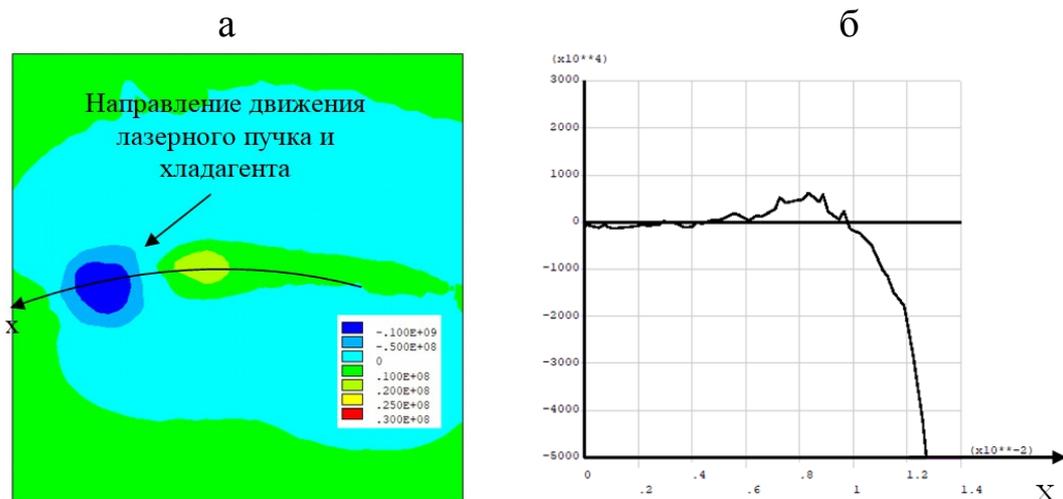


Рисунок 2 – Расчетное распределение и график зависимости термоупругих напряжений σ_R , Па: а) на поверхности материала; б) вдоль линии обработки

На рисунке 3 представлено расчетное распределение термоупругих напряжений при наличии сквозных каналов, центры которых лежат на линии обработки, для величины угла сектора между центрами каналов $\alpha=3^\circ$ и разных значениях радиуса сквозных каналов.

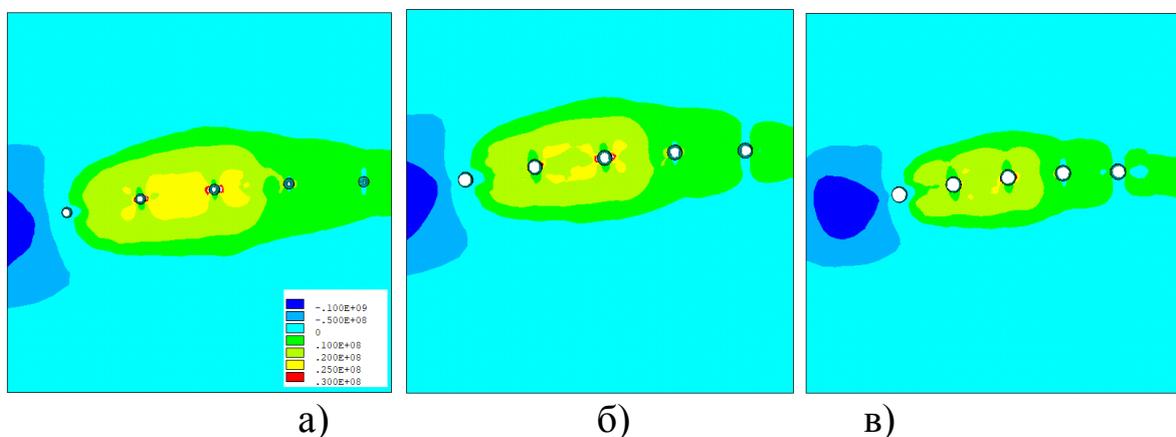


Рисунок 3 – Расчетное распределение термоупругих напряжений σ_R , Па, для $\alpha=3^\circ$ и радиуса сквозных каналов: а) 150 мкм; б) 225 мкм; в) 300 мкм

Как видно из представленных результатов расчета, наличие сквозных каналов выравнивает картину термоупругих напряжений относительно линии обработки. Максимум растягивающих напряжений находится в поверхностных слоях материала на линии обработки в зоне сквозных каналов, которые являются так называемыми «концентраторами напряжений». При этом величина растягивающих напря-

жений существенно выше, нежели в случае отсутствия каналов, что создает условия для стабильного зарождения разделяющей трещины от каналов, полученных посредством импульсного оптического пробоа поверхности (таблица 1).

Таблица 1 – Расчетные значения максимальных растягивающих напряжений σ_R , МПа в области сквозных каналов в процессе двулучевого лазерного термораскалывания триплекса для $\alpha=3^\circ$

Радиус сквозного канала R, мкм	150	225	300
Величина напряжений, МПа	45,7	37,4	30,2

Между отверстиями в области подачи хладагента образуется зона растягивающих напряжений, которая обуславливает развитие разделяющей трещины вдоль линии обработки. Максимумы растягивающих напряжений, направленных перпендикулярно линии обработки (вдоль радиуса траектории обработки), образуются на торцах сквозных каналов. Уменьшение радиуса сквозных каналов ведет не только к увеличению величины максимальных растягивающих напряжений в области сквозных каналов, но и к общему увеличению напряжений в зоне между отверстиями.

Все это формирует условия инициализации трещины от торца отверстий и ее развития вдоль линии обработки по направлению к зоне максимальных растягивающих напряжений в области следующего отверстия, т. е. распространению трещины от канала к каналу.

Литература

1. Разработка технологии термораскалывания анизотропных и многослойных неоднородных структур лазерными пучками специальной геометрии: отчет о НИР (заключ.) / ГГУ имени Ф. Скорины: рук. С. В. Шалупаев. – Гомель, 2021. – 69 с. – № ГР 20161487.
2. Патент №2164 РБ. Установка для лазерной резки хрупких неметаллических материалов / С. В. Шалупаев, Е. Б. Шершневу, Ю. В. Никитюк, А. А. Середя, А. Евтухов МКИ⁷ С 03В 33/02. Заявка и 20050085, заявлено 2005.04.22, опубликовано 2005.09.30.
3. Лазерное термораскалывание хрупких неметаллических материалов по замкнутым криволинейным контурам / С. В. Шалупаев, Ю. В. Никитюк, А. А. Середя // Оптический журнал. – 2008. – Т. 75, № 2. – С. 11–15.
4. Эффект затягивания излучения СО₂-лазера в узкий канал при обработке металлов комбинированным лазерным излучением /

А. В. Федин [и др.] // Изв. РАН. Сер. физ. – 1999. – 63, № 10. – С. 2053–2058.

5. Комолов, В. Л. Разогрев и лазерное разрушение полупроводников / В. Л. Комолов, М. Н. Либенсон, Г. Д. Шандыбина // Известия АН СССР, серия физическая. – 1985. – Т.46, №6. – С. 1103–1110.

6. Оптический пробой арсенида галлия при импульсном двухчастотном воздействии / А. М. Бонч-Бруевич [и др.] // Письма в ЖТФ. – 1982. – Т. 8, вып 8. – С. 507–510.

7. Модификация кварцевого стекла лазерными импульсами фемтосекундной длительности / В. В. Кононенко, В. П. Пашинин, М. С. Комленок, В. И. Конов // Компьютерная оптика. – Т. 33, №3. – 2009. – С. 254–259.

8. Сергеев, М. С. Исследование крупномасштабного воздействия лазерного излучения на металлы и стекла: дис. ...канд. техн. наук: 01.04.05 / М. С. Сергеев. – СПб., 2016. – 131 с.

9. Шалупаев, С. В. Комбинированное лазерное термораскалывание многослойных неоднородных структур из стекла / С. В. Шалупаев, Ю. В. Никитюк, А. А. Середа // Юбилейная научно-практическая конференция, посвященная 90-летию Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины (Гомель, 19–20 ноября 2020 г.) : материалы : в 3 ч. / редкол. : С. А. Хахомов (гл. ред.) [и др.]. – Гомель ГГУ им. Ф. Скорины, 2020. – С. – 191–194.

10. Кикоин, И. К. Таблицы физических величин: Справочник. / И. К. Кикоин, В. Г. Аверин, Б. А. Аронзон // Под ред. И. К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.

11. CAMILLA FORS. MECHANICAL PROPERTIES OF INTERLAYERS IN LAMINATED GLASS – Experimental and Numerical Evaluation (Master's Dissertation) [Электронный ресурс] / Официальный сайт Lund University. FACULTY OF ENGINEERING. – Режим доступа: <http://www.byggmek.lth.se>. – Дата доступа: 20.03.2021.

12. ГОСТ 9438-97. Пленка поливинилбутиральная клеящая. Технические условия. – Введ. 01.07.2002 – Мн.: Белор. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2003. – 29 с.

13. Properties of SGP and PVB [Электронный ресурс] / Официальный сайт DuPont. – Режим доступа: <https://www.dupont.com/building.html>. – Дата доступа: 10.04.2021.

14. Ansys [Электронный ресурс] / Официальный сайт компании Ansys, Inc. – Режим доступа: <https://ansys.com>. – Дата доступа: 14.02.2021.

Содержание

Для перехода к тексту материалов перейдите по гиперссылке на соответствующем докладе

Орлович В. А. Академик Ф. И. Федоров – основоположник теоретической физики в Беларуси (к 110-летию со дня рождения).....	8
---	---

Секция 1 «Электродинамика кристаллов и метаматериалов (оптический, СВЧ и терагерцовый диапазоны)»

Feranchuk I. D., Nguyen Quang San Method of the pseudo-photons in electrodynamics for modulated electron beam.....	14
Аманова М. А., Шепелевич В. В. Влияние обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов на указательную поверхность нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$	19
Балмаков А. П., Слепенков Д. В., Хахомов С. А., Семченко И. В., Вэй Сонг Проектирование ультратонких билатеральных частотно- и поляризационно-селективных поглощающих электромагнитное излучение метаповерхностей.....	23
Балмаков А. П., Слепенков Д. В., Хахомов С. А., Семченко И. В., Ванг Д. Создание трехмерных моделей метаповерхностей, покрывающих объекты сложной формы с использованием 3D печати.....	32
Балыкин И. В., Рыжевич А. А., Найдуннов А. А., Железнякова Т. А. Анализ качества бесселевых световых пучков второго порядка, сформированных с помощью одноосных кристаллов...	38
Белый В. Н., Курилкина С. Н., Петров Н. С., Зимин А. Б. Особые неоднородные электромагнитные волны в поглощающих гиперболических метаматериалах.....	42
Гиргель С. С. Магнитная симметрия и оптические явления в магнитоупорядоченных кристаллах.....	54
Гришечкин Ю. А., Капшай В. Н. Решения дисперсионного уравнения для движущейся биизотропной среды.....	61

Давыдовская В. В., Навныко В. Н., Бушко А. А., Величко В. А. Общая теория для описания распространения и взаимодействия двумерных световых пучков в фоторефрактивном кристалле класса симметрии $4mm$ с учетом всех компонент электрооптического тензора.....	66
Капшай В. Н., Головин Е. Д., Шамына А. А. Диаграммы направленности в задаче о генерации суммарной частоты в нелинейном сферическом слое, обладающем киральными свойствами, на основе модели Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна.....	74
Кравченко А. Ю., Семченко И. В., Самофалов А. Л., Хахов С. А. Преобразование поляризации прошедшей СВЧ волны в бианизотропном метаматериале на основе планарных спиралей.....	78
Макаревич А. В., Навныко В. Н. Экспериментальная проверка поляризационной оптимизации коэффициента усиления предметной световой волны в кристалле германосилленита висмута.....	83
Навныко В. Н., Макаревич А. В., Давыдовская В. В., Шандаров С. М. Особенности обращения волнового фронта при встречном четырехволновом взаимодействии в фоторефрактивном полупроводнике InP среза (111).....	87
Семченко И. В., Самофалов А. Л., Пискунова Е. Д., Клименко П. В. Построение эквивалентной электрической схемы для двойной спирали молекулы ДНК как наноразмерного проводника.....	93
Серый А. И. Эффект Барышевского – Любошица при низких отличных от нуля температурах.....	97
Толкачёв А. И., Капшай В. Н., Шамына А. А. Исследование энергетических характеристик генерации второй гармоники в тонком сферическом слое малого радиуса для третьего типа анизотропии.....	102
Шамына А. А., Капшай В. Н. Генерация второй гармоники в поверхностном слое диэлектрических частиц в форме вытянутого эллипсоида вращения. Некиральный случай.....	107

Секция 2 «Акустика кристаллов (упругие волны, фотоакустика, акустооптика)»

Баев А. Р., Кулак Г. В., Митьковец А. И., Майоров А. Л. Импульсно-лазерное возбуждение и рассеяние волн Рэлея и Лэмба на дефектах твердых тел.....	113
Казак Н. С., Кулак Г. В., Ропот П. И., Шакин О. В. Широкополосная дифракция света на объемных акустических волнах в тригональных электрооптических кристаллах.....	125
Кулак Г. В., Дубровская К. Б., Николаенко Т. В., Ропот П. И. Возбуждение гиперзвука системой встречно-штыревых электродов в кристаллах ниобата лития для широкополосной обработки сигналов.....	129
Митюрнич Г. С., Свиридова В. В., Сердюков А. Н. Фотоакустический сигнал в гиротропной пьезоэлектрической структуре, помещенной во внешнее магнитное поле.....	133
Фурс А. Н. Пропускание и отражение бесселевых акустических пучков вращающимися дисками.....	139
Хило П. А., Белый В. Н., Хило Н. А. Акустооптическая дифракция бесселевых световых пучков в изотропных средах.....	146

Секция 3 «Теория фундаментальных взаимодействий (электрослабые свойства микрочастиц, электродинамические и адронные процессы взаимодействия, гравитация)»

Haurysh V. Yu., Andreev V. V. $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ Decay in point form of poincare-invariant quantum mechanics.....	151
Ivashkevich A., Buryu A., Ovsyuk E., Balan V., Kisel V., Red'kov V. On the matrix equation for a spin 2 particle in pseudo-riemannian space-time.....	156
Ovsyuk E. M., Safronov A. A., Koral'kov A. D., Kisel V. V. Spin 1/2 particle with the anomalous magnetic and electric dipole moments, theories with one and three mass parameters.....	161
Pankov A. A., Serenkova I. A., Bednyakov V. A. Updated constraints on Z' and W' bosons decaying into bosonic and leptonic final states using run 2 atlas data at large hadron collider.....	164

Туменков Г. Ю. Quasi-free double-time Green's function for Θ^+ -pentaquark.....	170
Авакян Е. З., Авакян С. Л. Распады странных мезонов при низких энергиях.....	175
Авакян Е. З., Авакян С. Л. Низкоэнергетические взаимодействия скалярных мезонов.....	179
Андреев В. В., Бабич К. С., Ритарева М. В. Решение безмассового уравнения Солпитера вариационным методом.....	185
Ахраменко Н. А. Потенциал гравитирующего кольца.....	194
Вакулина Е. В., Андреев В. В., Максименко Н. В. Определение инвариантной амплитуды комптоновского рассеяния на основе эффективного лагранжиана взаимодействия электромагнитного поля с пионом с учетом его поляризуемостей.....	198
Ивашкевич А. В. Безмассовое поле со спином $3/2$: решения с цилиндрической симметрией, устранение калибровочных степеней свободы.....	213
Ивашкевич А. В., Василюк О. А., Кисель В. В., Редьков В. М. Теория Фрадкина частицы со спином $3/2$, нерелятивистский предел.....	218
Кокоулина Е. С., Левчук М. И., Невмержицкий М. Н., Шуляковский Р. Г. Компонента тензорной поляризации T_{20} в реакции когерентного фоторождения пи-мезона на дейтроне в области Δ -резонанса.....	223
Куриленко В. Р., Синегрибов Д. В., Лукашевич С. А., Бабич А. А., Панков А. А. Модельно-независимый анализ эффектов новых нейтральных калибровочных бозонов на линейном электрон-позитрон коллайдере ILC.....	227
Курочкин Ю. А., Шайковская Н. Д. Метод геометрии Лобачевского в релятивистской кинематике столкновения частиц: специальная система отсчета.....	232
Лашкевич В. И., Соловцова О. П. Эффективные методы расчета интегралов Меллина – Барнса в квантовой физике.....	237
Лойко В. Ю. Q-шары в модели Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла.....	242
Лукашевич С. А., Максименко Н. В., Дерюжкова О. М. Квантовые теоретико-полевые уравнения движения частиц с поляризуемостями в электромагнитном поле.....	248

Павленко А. В., Гришечкин Ю. А. Точное решение модифицированного уравнения Логунова – Тавхелидзе в импульсном представлении для потенциала двумерного гармонического осциллятора.....	255
Садовский А. А., Бабич А. А., Панков А. А. Прецизионная проверка стандартной модели на будущих электрон-позитронных коллайдерах высоких энергий.....	260
Стражев В. И. Уравнения Максвелла и эксперимент Вебера – Кольрауша.....	263
Тимошин Е. С., Тимошин С. И. Кварковые вклады в спин нуклона из инклюзивного и полуинклюзивного глубоконеупругого рассеяния нейтрино и антинейтрино на поляризованных нуклонах.....	268
Тимошин Е. С., Тимошин С. И. Кварковая поляризация в протоне из нейтринных экспериментов на поляризованных дейтронах.....	274
Ушева К. И., Хрущинский А. А., Бабичев Л. Ф., Кутень С. А. Физические особенности Монте-Карло модели отражателя реактора ВВЭР-1200 в коде Serpent.....	279
Шершень И. А., Шишкина Т. В. Проблема расчета тормозного излучения в контексте поиска физики за рамками стандартной модели при изучении процессов рассеяния встречных электрон-фотонных пучков.....	283

Секция 4 «Новые материалы и технологии (физика лазеров и лазерные технологии, ионно-лучевые и плазменные технологии, формирование структуры и свойства покрытий)»

Авдеева Е. В., Шумская Е. Е., Михалко А. М., Ярмоленко М. А., Дудчик Н. В., Олейник А. Д., Рогачев А. А. Эффективность фильтрации отечественных нетканых материалов на основе полипропилена.....	292
Агашков А. В., Варанецкий А. М. Интерференционные методы исследования субволновых слоев с отрицательным показателем преломления.....	299
Бердиев А. Г., Федосенко Н. Н. Механические свойства нитридных покрытий.....	304

Гайшун В. Е., Косенок Я. А., Тюленкова О. И., Булачко М. А., Савицкая Т. А., Кимленко И. М. Полирующие композиции на основе наноразмерного порошка диоксида кремния и полученного ионообменным способом ультрадисперсного золя для применения в процессе полировки полупроводниковых материалов.....	308
Емельянов В. А., Шершнев Е. Б., Купо А. Н., Соколов С. И. Обработка монокристаллов лазерным излучением.....	312
Емельянов В. А., Шершнев Е. Б., Никитюк Ю. В., Соколов С. И. Численное моделирование лазерной полировки кварцевого стекла с использованием метода планирования вычислительных экспериментов.....	317
Коваленко Д. Л., Васькевич В. В., Сидский В. В., Тюленкова О. И., Семченко А. В., Косенок Я. А., Москвичев М. И. Золь-гель синтез ZnO наностержней в качестве основы для получения TiO ₂ нанотрубок.....	320
Кулеш Е. А., Рогачев А. В., Пилипцов Д. Г. Влияние параметров термообработки на морфологию и структуру градиентных алюминий-углеродных покрытий.....	324
Лю Имин, Рогачев А. А., Ярмоленко М. А., Руденков А. С. Молекулярная структура и поверхностные свойства кремнийорганических покрытий, сформированных диспергированием в условиях горения электрического разряда.....	329
Мышковец В. Н., Максименко А. В., Баевич Г. А. Структура и свойства покрытий при импульсной лазерной наплавке высокоуглеродистых конструкционных сталей.....	333
Низовцев А. П., Килин С. Я., Пушкарчук А. Л., Кутень С. А. NV центры в алмазе для квантовых технологий: квантово-химическое моделирование и эксперимент.....	337
Никитюк Ю. В., Сердюков А. Н., Прохоренко В. А. Определение параметров лазерной обработки кварцевых золь-гель стекол с помощью сочетания метода конечных элементов и искусственных нейронных сетей.....	343
Руденков А. С., Побияха А. С. Методика повышения термостойкости покрытий на основе углерода.....	348
Руденков А. С., Ярмоленко М. А. Методы формирования и молекулярная структура покрытий на основе микрокристаллической целлюлозы.....	352
Слепенков Д. В. Создание трёхпикового поглотителя в диапазоне 9-13 ГГц.....	356

Уласевич А. Л., Кузьмук А. А. Моделирование акустического отклика резонансной фотоакустической камеры при её возбуждении Бессель-Гауссовым лазерным пучком.....	360
Хахомов С. А., Гайшун В. Е., Семченко А. В., Сидский В. В., Алешкевич Н. А., Маевский А. А. Формирование золь-гель методом и электрофизические свойства тонкопленочных сегнетоэлектриков, обладающих электрокалорическим эффектом.....	364
Чепкасов С. Ю., Золкин А. С., Пилипцов Д. Г. Влияние фильтрации плазменного потока на структуру и свойства та-С покрытий.....	370
Чудаков Е. А., Кручков В. Г., Сотский А. Б. Нулевое отражение световых волн от призмы связи при возбуждении слоистой среды.....	375
Шалупаев С. В., Никитюк Ю. В., Серeda А. А., Аушев И. Ю. Комбинированная технология разделения многослойных неоднородных структур из стекла по криволинейным траекториям....	379

Научное электронное издание

**НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ,
ПОСВЯЩЕННАЯ 110-ЛЕТИЮ
СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Ф. И. ФЕДОРОВА**

(Гомель, 25 июня 2021 года)

Сборник материалов

Подписано к использованию 28.07.2021.

Объём издания 12 МБ.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 3/1452 от 17.04.2017.
Специальное разрешение (лицензия) № 02330 / 450 от 18.12.2013.
ул. Советская, 104, 246028, Гомель.

<http://www.gsu.by>